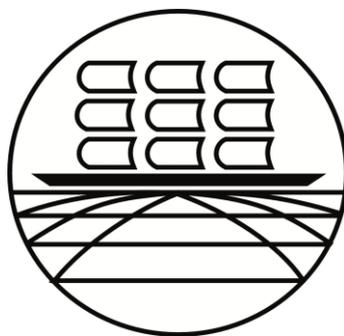


МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МУРМАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «МГТУ»)
«ММРК имени И.И. Месяцева» ФГБОУ ВО «МГТУ»

УТВЕРЖДАЮ
Начальник ММРК им. И.И. Месяцева
ФГБОУ ВО «МГТУ»
И.В. Артеменко
(подпись)
«31» августа 2019 г.



МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Учебной дисциплины: Математика.
программы подготовки специалистов среднего звена (ППССЗ)
специальности: 40.02.01 Право и организация социального обеспечения
по программе базовой подготовки
форма обучения: очная

2019 г.

Рассмотрено и одобрено на заседании
Методическим объединением преподавателей
дисциплин математического и общего
естественнонаучного цикла по
специальностям, реализуемым ММРК имени
И.И. Месяцева, и дисциплин
профессионального цикла специальности
09.02.03 Программирование в компьютерных
системах
наименование МКо (МО/ ЦК)

Разработано
На основе федерального государственного
образовательного стандарта среднего
(полного) общего образования, утвержденного
приказом Минобрнауки России от 17 мая
2012 г. № 413 с изменениями и дополнениями
от 29 июня 2017 №613

Председатель МКо (МО/ ЦК)

_____ Е.А.

Чекашова

Протокол № _____ от « ____ » _____ 2018 г.

Автор (составитель): Голованова А.В., преподаватель, «ММРК имени И.И. Месяцева»
ФГБОУ ВПО «МГТУ»

Ф. , ученая степень, звание, должность, квалиф. категория

Эксперт (рецензент) Банникова Д.В., преподаватель «ММРК имени И.И. Месяцева» ФГБОУ
ВПО «МГТУ»

Ф. , ученая степень, звание, должность, квалиф. категория

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	8
Тематический план видов самостоятельной работы обучающихся.....	11
№1. Составление опорного конспекта в виде таблицы по теме: «Множество действительных чисел»	16
№2. Решение заданий по теме: «Арифметические действия над приближенными числами».	17
№3. Составление опорного конспекта в виде таблицы по теме: «Комплексные числа».....	18
№4. Составление опорного конспекта в виде таблицы по теме: «Арифметический корень n – й степени»	19
№5. Выполнение тестового задания на тему: «Преобразование выражений, содержащие степени с рациональными показателями».	21
№6. Решение заданий по теме: «Преобразование логарифмических выражений».....	24
№7. Подготовка сообщения по темам раздела «Корни, степени, логарифмы»	26
№8. Составление опорного конспекта в виде таблицы по теме: «Корни, степени, логарифмы»	27
№9. Решение заданий на тему: Тригонометрические функции числового аргумента.....	28
№10. Решение заданий на выполнение тождественных преобразований тригонометрических выражений.....	30
№11. Выполнение тестового задания по теме: «Решение простейших тригонометрических уравнений»	33
№12. Подготовка сообщения по темам раздела «Тригонометрия».....	35
№13. Подготовка сообщения по темам раздела «Функции»	36
№14. Решение заданий по теме: «Построение графиков различных функций с помощью преобразований и их исследование»	37
№15. Составление опорного конспекта по теме «Функция».....	41
№16. Решение заданий по теме: « Построение графиков показательных и логарифмических функций».....	42
№17. Решение заданий по теме: « Построение графиков показательных и логарифмических функций с помощью преобразований»	44
№18. Решение заданий по теме: «Построение графиков тригонометрических функций и исследование их свойств».	46
№19. Решение заданий по теме: Перпендикуляр и наклонная	47
№20. Решение задач по теме: «Двугранный угол»	49
№21. Составление опорного конспекта в виде таблицы по теме: «Прямые и плоскости в пространстве».	50
№22. Решение задач по теме «Векторы»	51
№23. Составление опорного конспекта в виде таблицы по теме: «Координаты и векторы».	53
№24. Решение заданий по теме «Решение неравенств методом интервалов».....	54
№25. Решение заданий по теме «Иррациональные неравенства».....	56
№26. Решение заданий по теме «Показательные уравнения».....	59
№27. Решение заданий по теме «Логарифмические уравнения»	62
№28. Решение заданий по теме «Тригонометрические уравнения».....	64
№29. Составление теста по теме: «Нахождение производной функции».....	68

№30. Решение заданий по теме: «Физический смысл производной функции».....	69
№31. Решение заданий по теме «Применение производной к исследованию функций».....	72
№ 32. Решение заданий по теме: «Нахождение неопределенного интеграла».....	76
№ 33. Составление теста по теме: «Вычисление неопределенного и определенного интеграла».....	80
№34. Решение заданий по теме «Вычисление площадей фигур с помощью интеграла».....	81
№ 35. Подготовка сообщения по темам разделов «Дифференциальное и интегральное исчисление».....	82
№36. Составление конспекта по теме: «Многогранники. Призма, параллелепипед, пирамида». Изготовление моделей многогранников.....	83
№37. Составление конспекта по теме: «Понятие тела вращения. Цилиндр, конус, шар, сфера». Изготовление моделей тел вращения.....	84
№. 38 Решение задач по теме «Нахождение объемов тел вращения и многогранников».....	85
№39. Решение задач по теме «Нахождение площади поверхности тел вращения».....	89
№40. Подготовка сообщения по истории математики.....	93
№41. Подготовка реферата на тему: «История развития математики».....	94
№42. Составление опорного конспекта в виде таблицы по теме: «Размещения, перестановки, сочетания».....	94
№43. Решение задач по комбинаторике.....	95
№ 44. Решение задач по теории вероятностей с применением теорем сложения и умножения вероятностей.....	97
№ 45. Вычисление числовых характеристик дискретной случайной величины.....	99
№ 46. Решение практических задач с применением вероятностных методов.....	101
№ 47. Подготовка сообщения по темам раздела «Элементы теории вероятности и математической статистики».....	103
ПРИЛОЖЕНИЕ 1.....	104
ПРИЛОЖЕНИЕ 2.....	105
ПРИЛОЖЕНИЕ 3.....	108

Введение

1.1. Методические указания по самостоятельной работе обучающихся по учебной дисциплины «Математика» разработана в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом среднего (полного) общего образования, утвержденным приказом Минобрнауки России от 17 мая 2012 г. № 413 с изменениями и дополнениями от 29 июня 2017 №613; примерной программой общеобразовательной учебной дисциплины Математика для профессиональных образовательных организаций, одобренной научно-методическим советом федерального государственного автономного учреждения «Федеральный институт развития образования» (ФГАУ «ФИРО») в качестве примерной программы для реализации основной профессиональной образовательной программы СПО на базе основного общего образования с получением среднего общего образования протокол № 3 от 21 июля 2015 г.

1.2. Цели и задачи самостоятельной работы - требования к результатам освоения:

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен **уметь:**

- У1. - владеть методами доказательств и алгоритмов решения;
- У2. - проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- У3. - владеть стандартными приёмами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;
- У4. - использовать готовые компьютерные программы, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;
- У5. - моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат;
- У6. - характеризовать поведение функций, использовать полученные знания для описания и анализа реальных зависимостей;
- У7. - распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры;
- У8. - применять изученные свойства геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;
- У9. - находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях, в том числе с применением формул комбинаторики и основных теорем теории вероятностей;
- У10. - находить и оценивать основные характеристики случайных величин по их распределению;

знать:

- З1. - о математике как части мировой культуры;
- З2. - о месте математики в современной цивилизации;
- З3. - о способах описания на математическом языке явлений реального мира;
- З4. - о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления;
- З5. - о возможности аксиоматического построения математических теорий;
- З6. - основные методы доказательств и алгоритмов решения задач;
- З7. - основные понятия, идеи и методы математического анализа;
- З8. - основные понятия о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основные свойства;
- З9. - о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер;
- З10. - о статистических закономерностях в реальном мире;
- З11. - основные понятия элементарной теории вероятностей.

Процесс изучения дисциплины «Математика» направлен на формирование компетенций в соответствии с ФГОС СПО (табл. 1).

Таблица 1 Компетенции, формируемые дисциплиной «Математика» в соответствии с ФГОС СПО.

Код компетенции	Содержание компетенции	Требования к знаниям, умениям, практическому опыту
КК 1. Ценностно-смысловые компетенции.	Ориентироваться в окружающем мире и осознавать свою роль и предназначение; выбирать цели учебной деятельности, повседневной жизни; принимать решения	У 1,7 З 1-4
КК 2. Общекультурные компетенции.	Владеть эффективными способами организации свободного времени; знать и владеть бытовыми навыками;	У 1,5, 7 З 1-4
КК 3. Учебно-познавательные компетенции.	Приобретать знания из различных источников; грамотно формулировать образовательный запрос; использовать компьютерные технологии для поиска информации и её представления; планировать, анализировать свою работу; проявлять готовность к самообразованию;	У 1-10, З 1-11
КК 4. Информационно-коммуникативные компетенции.	Осуществлять поиск, отбор, систематизацию, анализ, обработку и сохранение информации; представлять информацию в различных формах (на рисунках, графиках, таблицах, чертежах, диаграммах и пр.); владеть современными информационными технологиями стандартного программного обеспечения; владеть техническими средствами информации: компьютер; владеть информационными технологиями: аудио-видеозапись, электронная почта, СМИ, Интернет; владеть навыками работы с документами;	У 4-8, З 6-11
КК 5. Социально-трудовые компетенции.	Знать права и обязанности в области профессионального самоопределения: осознание своей роли в профессиональном пространстве; оценка своих профессиональных потребностей	У 1,2,5, З 1-4

	и задатков; обладать навыками рациональной самоорганизации рабочего времени;	
КК 6. Компетенции личного совершенствования.	планировать и организовывать свою деятельность; владеть способами развития личностных качеств: организованность, ответственность, креативность мышления; владеть навыками безопасной жизнедеятельности;	У 1,2,5,9,10 З 3,9,10

2. Тематический план видов самостоятельной работы обучающихся

Наименование разделов и тем	Содержание самостоятельной работы обучающихся	Самостоятельная работа обучающегося, час	Консультации, час
Раздел 1.	Развитие понятия о числе	5	
Тема 1.1. Действительные числа.	№1. Составление опорного конспекта в виде таблицы по теме: «Множество действительных чисел»	1	
Тема 1.2 Погрешности приближений и вычислений.	№2. Решение заданий по теме: «Арифметические действия над приближенными числами».	2	
Тема 1.3 Множество комплексных чисел.	№3. Составление опорного конспекта в виде таблицы по теме: «Комплексные числа»	2	
Раздел 2.	Корни, степени и логарифмы.	9	2
Тема 2.1. Арифметический корень n – й степени.	№4. Составление опорного конспекта в виде таблицы по теме: «Арифметический корень n – й степени».	1	
Тема 2.2. Степень с произвольным действительным показателем.	№5. Выполнение тестового задания на тему: «Преобразование выражений, содержащие степени с рациональными показателями»	2	
Тема 2.3. Логарифм числа.	№6. Решение заданий по теме: «Преобразование логарифмических выражений».	2	
	№7. Подготовка сообщения по темам раздела «Развитие понятия о числе», «Корни, степени, логарифмы»	2	
	№8. Составление опорного конспекта в виде таблицы по теме: «Корни, степени, логарифмы»	2	
Раздел 3.	Основы тригонометрии.	8	2
Тема 3.1. Тригонометрические функции числового аргумента.	№9. Решение заданий на тему: «Тригонометрические функции числового аргумента»	2	
Тема 3.2. Формулы тригонометрии.	№10. Решение заданий на выполнение тождественных преобразований тригонометрических выражений	2	

Тема 3.3. Арксинус, арккосинус, арктангенс числа.			
Тема 3.4. Простейшие тригонометрические уравнения.	№11. Выполнение тестового задания по теме: «Решение простейших тригонометрических уравнений».	2	
	№12. Подготовка сообщения по темам раздела «Основы тригонометрии».	2	
Раздел 4.	Функции, их свойства и графики.	12	2
Тема 4.1. Числовая функция и её свойства. Обратная функция. Сложная функция.	№13. Подготовка сообщения по темам раздела: «Функции, их свойства и графики».	2	
Тема 4.2. Преобразование графиков.	№14. Решение заданий по теме: «Построение графиков различных функций с помощью преобразований и их исследование»	2	
Тема 4.4. Логарифмическая функция.	№15. Составление опорного конспекта по теме «Функция»	2	
	№16. Решение заданий по теме: «Построение графиков показательных и логарифмических функций».	2	
	№17. Решение заданий по теме: «Построение графиков показательных и логарифмических функций с помощью преобразований»	2	
Тема 4.5. Тригонометрическая функция.	№18. Решение заданий по теме: «Построение графиков тригонометрических функций и исследование их свойств».	2	
Раздел 5.	Прямые и плоскости в пространстве.	5	2
Тема 5.5 Перпендикуляр и наклонная. Угол между прямой и плоскостью.	№19. Решение заданий по теме: Перпендикуляр и наклонная	2	
Тема 5.6 Взаимное расположение двух плоскостей. Угол между плоскостями	№ 20. Решение задач по теме: «Двугранный угол»	1	
Тема 5.7 Параллельность и перпендикулярность плоскостей	№21. Составление опорного конспекта в виде таблицы по теме: «Прямые и плоскости в пространстве».	2	
Раздел 6.	Векторы и координаты.	4	
Тема 6.1 Векторы на плоскости и в	№22. Решение задач по теме: «Векторы»	2	

пространстве.			
Тема 6.3 Расстояние между двумя точками.	№23. Составление опорного конспекта в виде таблицы по теме: «Координаты и векторы».	2	
Раздел 7.	Уравнения и неравенства.	12	2
Тема 7.1. Равносильность уравнений, неравенств и систем.	№24. Решение заданий по теме «Решение неравенств методом интервалов»	2	
Тема 7.2. Иррациональные уравнения, системы, неравенства	№25. Решение заданий по теме «Иррациональные неравенства»	4	
Тема 7.3. Показательные уравнения и системы, неравенства	№26. Решение заданий по теме «Показательные уравнения»	2	
Тема 7.4. Логарифмические уравнения и системы, неравенства.	№27. Решение заданий по теме «Логарифмические уравнения»	2	
Тема 7.5. Тригонометрические уравнения и системы, неравенства.	№28. Решение заданий по теме «Тригонометрические уравнения»	2	
Раздел 8.	Производная и её приложения.	8	2
Тема 8.2 Производная функции. Дифференцирование функций.	№29. Составление теста по теме: «Нахождение производной функции».	2	
	№30. Решение заданий по теме: «Физический смысл производной функции»	2	
Тема 8.6. Применение I и II производных для исследования свойств функций.	№31. Решение заданий по теме «Применение производной к исследованию функций»	4	
Раздел 9.	Интеграл и его приложения.	8	
Тема 9.1. Первообразная функции. Неопределенный интеграл.	№ 32. Решение заданий по теме: «Нахождение неопределенного интеграла»	2	
Тема 9.3. Определенный интеграл.	№ 33. Составление теста по теме: «Вычисление неопределенного и определенного интеграла».	2	

Тема 9.4. Геометрический смысл определенного интеграла. Вычисление площадей плоских фигур.	№ 34. Решение заданий по теме «Вычисление площадей фигур с помощью интеграла»	2	
Тема 9.5. Приложение определенного интеграла для решения прикладных задач	№ 35. Подготовка сообщения по темам разделов «Производная и ее приложения», «Интеграл и его приложения».	2	
Раздел 10.	Многогранники.	2	
Тема 10.1. Многогранники. Призма, параллелепипед, пирамида.	№36. Составление конспекта по теме: «Многогранники. Призма, параллелепипед, пирамида». Изготовление моделей многогранников	2	
Раздел 11.	Тела и поверхности вращения.		
Тема 11.1. Понятие тела вращения. Цилиндр, конус, шар, сфера.	№37. Составление конспекта по теме: «Понятие тела вращения. Цилиндр, конус, шар, сфера». Изготовление моделей тел вращения	2	
Раздел 12.	Измерения в геометрии.	10	
Тема 12.3. Объем и площадь поверхности цилиндра.	№38. Решение заданий по теме: «Нахождение объемов тел вращения и многогранников»	2	
Тема 12.4. Объем и площадь поверхности конуса и усеченного конуса.	№39. Решение заданий по теме: «Нахождение площади поверхности тел вращения»	2	
Тема 12.5. Объем шара и площадь поверхности сферы.	№40. Подготовка сообщения по истории математики.	2	
	№41. Подготовка реферата на тему: «История развития математики»	4	
Раздел 13.	Элементы теории вероятности и математической статистики	12	
Тема 13.1. Основные понятия комбинаторики.	№ 42. Составление опорного конспекта в виде таблицы по теме: «Размещения, перестановки, сочетания»	2	
	№ 43. Решение задач по комбинаторике	2	
Тема 13.2. Элементы теории вероятности. Операции над событиями.	№ 44. Решение задач по теории вероятностей с применением теорем сложения и умножения вероятностей	2	

Тема 13.3. Дискретная случайная величина, закон ее распределения.	№ 45. Вычисление числовых характеристик дискретной случайной величины	2	
Тема 13.4. Элементы математической статистики.	№ 46. Решение практических задач с применением вероятностных методов	2	
	№ 47. Подготовка сообщения по темам раздела «Элементы теории вероятности и математической статистики».	2	
	Индивидуальный проект	10	
	Всего:	107	12

РАЗДЕЛ 1. РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ О ЧИСЛЕ

Тема 1.1. Действительные числа

№1. Составление опорного конспекта в виде таблицы по теме: «Множество действительных чисел»

Цель: Обобщить материал по теме: «Действительные числа»

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание: составить опорный конспект в виде таблицы по теме: «Множество действительных чисел»

Вид числа	Обозначение множества чисел	Определение множества чисел	Примеры чисел	Действия, которые можно выполнять над числами	Для чего людям понадобились эти числа
Натуральные числа					
Целые числа					
Рациональные числа					
Иррациональные числа					
Действительные числа					

Порядок выполнения задания.

1. Повторить теоретические вопросы по данной теме, используя конспект лекций, рекомендованную литературу.
2. Самостоятельно заполнить таблицу.

Вопросы для изучения:

Понятие множества натуральных, целых, рациональных, иррациональных и комплексных чисел.

Форма контроля – проверка преподавателем заполненной таблицы.

Вопросы для самоконтроля.

Понятие множества натуральных, целых, рациональных, иррациональных и комплексных чисел.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков, М. И. Математика : учебник для нач. и сред. проф. образования / М. И. Башмаков. - 5-е изд., испр. - Москва : Академия, 2012. - 251 с. : ил. - (Начальное и среднее профессиональное образование. Общеобразовательные дисциплины). - ISBN 978-5-7695-9121-1 : 290-40.
2. Алимов Ш. А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.
3. Колягин Ю.М., Ткачева М. В, Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.
4. Колягин Ю.М., Ткачева М. В., Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 11 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.

5.Мордкович А. Г. И др. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч. Ч.1.Учебник (базовый уровень). 14-е изд., стер.- М.:2013.

Тема 1.2 Погрешности приближений и вычислений.

№2. Решение заданий по теме: «Арифметические действия над приближенными числами».

Цель: Закрепить умение осуществлять арифметические действия над приближенными числами без точного учета погрешностей.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание: Применяя правила для выполнения действий без точного учета погрешностей, выполните действия.

1. Найти сумму $x + y$ и разность $x - y$, если:

- а) $x \approx 1,34$; $y \approx 2,30$; б) $x \approx 4,331$; $y \approx 5,7$;
в) $x \approx 2,0 \cdot 10^3$; $y \approx 1,25 \cdot 10^2$; г) $x \approx 1,25 \cdot 10^2$; $y \approx 7,1 \cdot 10^{-1}$

2. Найти произведение $x \cdot y$ и частное $\frac{x}{y}$, если

- а) $x \approx 1,26$; $y \approx 2,10$; б) $x \approx 1,2 \cdot 10^2$; $y \approx 3 \cdot 10^2$;
в) $x \approx 25,678$; $y \approx 1,23$; г) $x \approx 4,8 \cdot 10^2$; $y \approx 1,331 \cdot 10^{-2}$

3. Найдите значение выражения $\frac{x \cdot y}{x^2 + y^2}$ для $x \approx 1,34$; $y \approx 2,30$. Для вычисления

рекомендуется пользоваться калькулятором.

4. Вычислите, ответ округлите до 0,001.

1 вариант

а) $\frac{1,9 \cdot 6,3 \cdot 3,05}{5,3 \cdot 125}$

б) $\frac{0,85^2 \cdot \sqrt[3]{5,35}}{\sqrt{0,825}}$

в) $\frac{\operatorname{tg} 15^\circ \cdot \sqrt{\sin 65^\circ}}{\cos 28^\circ}$

г) $\frac{0,815 \cdot 12,6 \cdot 5,05}{0,0854 \cdot 18,9}$

2 вариант

а) $\frac{5,8 \cdot 6,55 \cdot 4,05}{12,4 \cdot 215}$

б) $\frac{0,65 \cdot \sqrt{7,45}}{\sqrt[3]{3,62}}$

в) $\frac{\sin 25^\circ \cdot \sqrt{\operatorname{tg} 65^\circ}}{\cos 22^\circ}$

г) $\frac{0,0615 \cdot 19,8 \cdot 60,4}{3,08 \cdot 46,2}$

Порядок выполнения задания.

1.Повторить теоретические вопросы по данной теме, используя конспект лекций, рекомендованную литературу и методические указания.

2. Рассмотреть образцы решения задач в методических указаниях.

3.Самостоятельно выполнить задание по вариантам.

Вопросы для изучения: Правила для выполнения действий над приближенными числами.

Справочный материал

Правила для выполнения действий без точного учета погрешностей:

1. При сложении, вычитании приближенных чисел в результате следует сохранять столько десятичных знаков, сколько их имеется в данном, с наименьшим числом десятичных знаков.
2. При умножении и делении приближенных чисел в результате следует сохранять столько значащих цифр, сколько их имеется в данном с наименьшим числом значащих цифр.
3. При возведении в квадрат и куб в результате следует сохранять столько значащих цифр, сколько их имеется в основании степени.
4. При извлечении квадратных и кубических корней в результате следует сохранять столько значащих цифр, сколько их имеется в подкоренном числе.
5. При выполнении промежуточных действий в результате следует сохранять одну лишнюю (запасную) цифру, которую в окончательном результате отбрасывают.

Форма контроля – проверка преподавателем решений заданий.

Вопросы для самоконтроля.

1. Перечислите правила арифметических действий с приближенными числами.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков, М. И. Математика : учебник для нач. и сред. проф. образования / М. И. Башмаков. - 5-е изд., испр. - Москва : Академия, 2012. - 251 с. : ил. - (Начальное и среднее профессиональное образование. Общеобразовательные дисциплины). - ISBN 978-5-7695-9121-1 : 290-40.
2. Алимов Ш. А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.
3. Колягин Ю.М., Ткачева М. В, Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.
4. Колягин Ю.М., Ткачева М. В., Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 11 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.
5. Мордкович А. Г. И др. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч. Ч.1. Учебник (базовый уровень). 14-е изд., стер.- М.:2013.

Тема 1.3. Множество комплексных чисел

№3. Составление опорного конспекта в виде таблицы по теме: «Комплексные числа»

Цель: Закрепить понятие комплексного числа и правил действий над комплексными числами.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание: Заполните таблицу «Комплексные числа». Задание одинаково для всех вариантов.

Примеры и их решения должны быть индивидуальными.

	Задание	Теоретические сведения	Пример, решение
1	Определение комплексного числа.		
2	Сложение комплексных чисел (образец)	Суммой двух комплексных чисел $a+bi$ и $c+di$ называется комплексное число $(a+c)+(c+d)i$ т.е	$(2+3i) + (-5+i) = (2+(-5))+(3+1)i = -3+4i$

		$(a+vi) + (c+di) = (a+c)+(c+d)i$	
3	Вычитание комплексных чисел.		
4	Модуль комплексного числа.		
5	Умножение комплексных чисел.		
6	Деление двух комплексных чисел.		
7	Тригонометрическая форма комплексного числа.		
8	Квадратное уравнение с комплексным неизвестным.		

Порядок выполнения задания:

1. Повторить теоретические вопросы по данной теме, используя конспект лекций, рекомендованную литературу и методические указания.
2. Самостоятельно выполнить задание.

Вопросы для изучения:

1. Понятие комплексного числа.
2. Арифметические действия над комплексными числами.
3. Тригонометрическая форма комплексного числа.
4. Решение квадратного уравнения с комплексными корнями.

Форма контроля – проверка таблицы преподавателем.

Вопросы для самоконтроля.

1. Понятие комплексного числа.
2. Арифметические действия над комплексными числами.
3. Тригонометрическая форма комплексного числа.
4. Решение квадратного уравнения с комплексными корнями.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков, М. И. Математика : учебник для нач. и сред. проф. образования / М. И. Башмаков. - 5-е изд., испр. - Москва : Академия, 2012. - 251 с. : ил. - (Начальное и среднее профессиональное образование. Общеобразовательные дисциплины). - ISBN 978-5-7695-9121-1 : 290-40.

Раздел 2. Корни, степени и логарифмы.

Тема 2.1. Арифметический корень n – й степени.

№4. Составление опорного конспекта в виде таблицы по теме: «Арифметический корень n – й степени»

Цель: Обобщить материал по данной теме.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание: Составить таблицу (краткий справочный материал, примеры решения типовых заданий, задания для самостоятельной работы) по теме: «Арифметический корень n – й степени».

Порядок выполнения задания:

1. Повторить теоретические вопросы по данной теме, используя конспект лекций, рекомендованную литературу.

2. Самостоятельно выполнить задание.

Тема: «Корни»		
Краткий справочный материал по теме	Примеры решения типовых заданий	Задания для самостоятельной работы
$\sqrt[n]{a}$ Читаем: «Корень n-ой степени из числа a»	$\sqrt[3]{2}$ - читаем: корень 3-ей степени из 2-х; $\sqrt[5]{c}$ - читаем: корень 5-ой степени из c	Прочитайте: $\sqrt[3]{4}$, $\sqrt[6]{x}$
$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$	$\sqrt[3]{8} = 2 \Leftrightarrow 2^3 = 8$ $\sqrt[4]{81} = 3 \Leftrightarrow 3^4 = 81$ $\sqrt[2]{25} = \sqrt{25} = 5 \Leftrightarrow 5^2 = 25$ $\sqrt[3]{-27} = -3 \Leftrightarrow (-3)^3 = -27$ $\sqrt[5]{\frac{1}{32}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow (\frac{1}{2})^5 = \frac{1}{32}$	Вычислите: 1) $\sqrt[4]{16}$; 2) $\sqrt[3]{64}$; 3) $\sqrt[5]{-32}$; 4) $\sqrt[4]{\frac{81}{256}}$
$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$	$\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{3 \cdot 9} = \sqrt[3]{27} = 3$ $\sqrt[5]{-27} \cdot \sqrt[5]{9} = \sqrt[5]{-27 \cdot 9} = \sqrt[5]{-243} = -3$	Вычислите: 1) $\sqrt[5]{8} \cdot \sqrt[5]{4}$; 2) $\sqrt[7]{16} \cdot \sqrt[7]{-8}$
$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ $b \neq 0$	$\frac{\sqrt[4]{32}}{\sqrt[4]{2}} = \sqrt[4]{\frac{32}{2}} = \sqrt[4]{16} = 2$	Вычислите: 1) $\frac{\sqrt[3]{-625}}{\sqrt[3]{-5}}$; 3) $\frac{\sqrt[3]{243}}{\sqrt[3]{-9}}$ 2) $\frac{\sqrt[4]{128}}{\sqrt[4]{8}}$;
$\sqrt[n]{a} = \sqrt[n \cdot k]{a^k}$ $k > 0$	$\sqrt[3]{4} = \sqrt[3 \cdot 2]{4^2} = \sqrt[6]{16} = 2$	Измените степень корня; найдите значение подкоренного выражения: 1) $\sqrt[4]{5} = \sqrt[8]{?}$ 2) $\sqrt{4} = \sqrt[6]{?}$
$\sqrt[n]{a^k} = (\sqrt[n]{a})^k$ Если $k \leq 0$, то $a \neq 0$	$\sqrt[3]{64^2} = (\sqrt[3]{64})^2 = 4^2 = 16$ $\sqrt[4]{81^3} = (\sqrt[4]{81})^3 = 3^3 = 27$	Вычислите: 1) $\sqrt[5]{32^4}$; 2) $\sqrt[6]{729^2}$ 3) $\sqrt[4]{256^3}$
$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$ $m > 0$	$\sqrt[4]{2^8} = 2^{8/4} = 2^2 = 4$ $\sqrt[3]{6^3} = 6^{3/3} = 6$	Вычислите: 1) $\sqrt[4]{3^{12}}$; 2) $\sqrt[7]{3^7}$

Вопросы для изучения:

Понятие корня n-ой степени из числа, свойства корня n-ой степени.

Форма контроля – проверка работы преподавателем.

Вопросы для самоконтроля.

1. Понятие корня n-ой степени из числа

2. Свойства корня n-ой степени.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков, М. И. Математика : учебник для нач. и сред. проф. образования / М. И. Башмаков. - 5-е изд., испр. - Москва : Академия, 2012. - 251 с. : ил. - (Начальное и среднее профессиональное образование. Общеобразовательные дисциплины). - ISBN 978-5-7695-9121-1 : 290-40.

2. Алимов Ш. А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.

3. Колягин Ю.М., Ткачева М. В, Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.

4. Колягин Ю.М., Ткачева М. В., Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 11 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.

5. Мордкович А. Г. И др. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч. Ч.1. Учебник (базовый уровень). 14-е изд., стер.- М.:2013.

Тема 2.2. Степень с произвольным действительным показателем.**№5. Выполнение тестового задания на тему: «Преобразование выражений, содержащие степени с рациональными показателями».**

Цель: закрепить навыки преобразования выражений, содержащие степени с рациональными показателями.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание: Выполните тест.

Свойства степени		Вариант 1
Выберите номер правильного ответа		
A1	Упростите: $a^{2,3} \cdot a^{1,1}$	1) $a^{3,4}$; 2) $a^{1,2}$; 3) $a^{2,4}$; 4) $a^{2,51}$
A2	Найдите значение выражения: $\frac{5^{6a}}{25^a}$ при $a = \frac{1}{4}$	1) $\sqrt{5}$; 2) 0,2; 3) 5; 4) 25
A3	Выполните действия: $3a^{2,4} + 2(a^{1,2})^2$	1) $6a^{4,8}$; 2) $5a^{4,8}$; 3) $6a^{2,4}$; 4) $5a^{2,4}$
A4	Вычислите $36^{\frac{1}{2}} - 7, 2^0$	1) 5; 2) 4; 3) -1; 4) 0
A5	Найдите наименьшее из указанных чисел $\sqrt[3]{4}$; $16^{0,2}$; $0,5^{-3}$; 8^{-3}	1) $\sqrt[3]{4}$; 2) $16^{0,2}$; 3) $0,5^{-3}$; 4) 8^{-3}
A6	Упростите выражение: $\frac{(2a^{0,25})^2 \cdot 0,5a^{1,5}}{a^3}$	1) a ; 2) $\frac{2}{a}$; 3) $2a^5$; 4) a^{-1}

A7	Преобразуйте выражение $\frac{x-y}{x^{0,5}-y^{0,5}} - y^{0,5}$	1) y ; 2) $x^{0,5}$; 3) $2x^{0,5}$; 4) $y^{0,5}$
A8	Вычислите $\frac{(8)^{\frac{2}{3}} \cdot 12^{\frac{1}{2}}}{3^{0,5}}$	1) 2; 2) 6; 3) 8; 4) 16
Свойства степени		Вариант 2
Выберите номер правильного ответа		
A1	Упростите: $a^{2,3} : a^{1,1}$	1) $a^{3,4}$; 2) $a^{1,2}$; 3) $a^{2,4}$; 4) $a^{1,29}$
A2	Найдите значение выражения: $\frac{6^{4a}}{36^a}$ при $a = \frac{1}{2}$	1) $\sqrt{6}$; 2) 1; 3) 36; 4) 6
A3	Выполните действия: $3a^{1,8} + (2a^{0,9})^2$	1) $7a^{1,8}$; 2) $5a^{1,8}$; 3) $7a^{3,6}$; 4) $5a^{3,6}$
A4	Вычислите $64^{\frac{1}{3}} + 5,7^0$	1) 5; 2) 9; 3) 9,7; 4) 13,7
A5	Найдите наибольшее из указанных чисел $\sqrt[3]{4}$; $16^{0,2}$; $0,5^{-3}$; 8^{-3}	1) $\sqrt[3]{4}$; 2) $16^{0,2}$; 3) $0,5^{-3}$; 4) 8^{-3}
A6	Упростите выражение: $\frac{(4a^{0,5})^2 \cdot 0,25a^{1,5}}{a^{2,5}}$	1) 1; 2) $\frac{4}{a}$; 3) $4a$; 4) 4
A7	Преобразуйте выражение $\frac{x-y}{x^{0,5}+y^{0,5}} + y^{0,5}$	1) $2y$; 2) $x^{0,5}$; 3) $2x^{0,5}$; 4) $2y^{0,5}$
A8	Вычислите $\frac{(16)^{\frac{3}{4}} \cdot 18^{\frac{1}{2}}}{2^{0,5}}$	1) 24; 2) 36; 3) 12; 4) 18

Свойства степени		Вариант 3
Выберите номер правильного ответа		
A1	Упростите: $a^{3,4} \cdot a^{2,1}$	1) $a^{3,61}$; 2) $a^{1,3}$; 3) $a^{5,5}$; 4) $a^{7,14}$
A2	Найдите значение выражения: $\frac{49^{6a}}{7^{3a}}$ при $a = \frac{2}{9}$	1) $\sqrt[3]{7}$; 2) 49; 3) 7; 4) $\frac{1}{49}$
A3	Выполните действия: $5a^{3,6} - 3(a^{1,2})^3$	1) $2a^{3,6}$; 2) 2; 3) $2a^{-0,6}$; 4) $-22a^{3,6}$
A4	Вычислите $8^{\frac{2}{3}} - 1,12^0$	1) 7; 2) 63; 3) 3; 4) 6,88

A5	Найдите наименьшее из указанных чисел $\sqrt[4]{27}; 9^{0,4}; 3^{-3}; 1$	1) $\sqrt[4]{27}$; 2) $9^{0,4}$; 3) 3^{-3} ; 4) 1
A6	Упростите выражение: $\frac{(2a^{0,5})^5 \cdot 0,5a^{1,5}}{4a^{-4}}$	1) $\frac{1}{4a^2}$; 2) $\frac{2}{a^4}$; 3) $4a^8$; 4) $2a^{-8}$
A7	Преобразуйте выражение $\frac{x^{0,5}y^{0,5} - y}{y^{0,5} - x^{0,5}} + x^{0,5}$	1) $y^{0,5}$; 2) 0; 3) $2x^{0,5}$; 4) $x^{0,5} - y^{0,5}$
A8	Вычислите $\frac{(64)^{\frac{1}{3}} \cdot 162^{\frac{1}{2}}}{2^{0,5}}$	1) 1; 2) 9; 3) 18; 4) 36
Свойства степени		Вариант 4
Выберите номер правильного ответа		
A1	Упростите: $a^{5,2} : a^{1,3}$	1) $a^{3,9}$; 2) a^4 ; 3) $a^{5,07}$; 4) $a^{6,5}$
A2	Найдите значение выражения: $\frac{27^{4a}}{3^{6a}}$ при $a = \frac{1}{3}$	1) $\sqrt[3]{9}$; 2) 3; 3) 81; 4) 9
A3	Выполните действия: $4a^{5,4} + (2a^{1,8})^3$	1) $12a^{10,8}$; 2) $12a^{5,4}$; 3) $6a^{5,4}$; 4) $6a^{10,8}$
A4	Вычислите $125^{\frac{1}{3}} + 5,127^0$	1) 6; 2) 130,127; 3) 26; 4) 5
A5	Найдите наибольшее из указанных чисел $\sqrt[4]{27}; 9^{0,4}; 3^{-3}; 1$	1) $\sqrt[4]{27}$; 2) $9^{0,4}$; 3) 3^{-3} ; 4) 1
A6	Упростите выражение: $\frac{(5a^{0,25})^2 \cdot 0,2a^{2,5}}{10a^{-2}}$	1) 1; 2) $\frac{a^5}{10}$; 3) $\frac{a^5}{2}$; 4) $0,5a$
A7	Преобразуйте выражение $\frac{x^{0,5}y^{0,5} - x}{y^{0,5} - x^{0,5}} + x^{0,5}$	1) $x^{0,5} + y^{0,5}$; 2) 0; 3) $2x^{0,5}$; 4) $2y^{0,5}$
A8	Вычислите $\frac{(25)^{\frac{1}{2}} \cdot 54^{\frac{2}{3}}}{2^{\frac{2}{3}}}$	1) 45; 2) 15; 3) 35; 4) 36

Порядок выполнения задания.

1. Повторить теоретические вопросы по данной теме, используя конспект лекций, рекомендованную литературу и методические указания.

2. Рассмотреть образцы решения задач в методических указаниях.

3. Самостоятельно выполнить задание по вариантам.

Вопросы для изучения:

Степени с произвольным действительным показателем, их свойства.

Форма контроля – проверка теста преподавателем.

Вопросы для самоконтроля.

1. Степени с произвольным действительным показателем

2. Свойства степеней с действительным показателем..

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков, М. И. Математика : учебник для нач. и сред. проф. образования / М. И. Башмаков. - 5-е изд., испр. - Москва : Академия, 2012. - 251 с. : ил. - (Начальное и среднее профессиональное образование. Общеобразовательные дисциплины). - ISBN 978-5-7695-9121-1 : 290-40.

2. Алимов Ш. А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.

3. Колягин Ю.М., Ткачева М. В, Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.

4. Колягин Ю.М., Ткачева М. В., Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 11 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.

5. Мордкович А. Г. И др. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч. Ч.1. Учебник (базовый уровень). 14-е изд., стер.- М.:2013.

Тема 2.3. Логарифм числа.

№6. Решение заданий по теме: «Преобразование логарифмических выражений»

Цель: научиться решать задачи, используя определение логарифма, основное логарифмическое тождество и свойства логарифмов.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание:

Выполните задания:

1 вариант

1. Найдите значение числового выражения:

$$\log_3 27 - \log_{\sqrt{3}} 27 - \log_{\frac{1}{3}} 27 - \log_{\frac{\sqrt{3}}{2}} \left(\frac{64}{27}\right)$$

2. Вычислите:

а) $2 \log_6 2 + \log_6 9$; б) $\log_{11} 484 - 2 \log_{11} 2$;

в) $3^{\log_{3\sqrt{5}} 4} + 2^{\frac{1}{\log_{16} 4}}$

2 вариант

1. Найдите значение числового выражения:

$$\left(\log_{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{\frac{1}{4}} + 6 \log_{\frac{1}{4}} \left(\frac{1}{2}\right) - 2 \log_{\frac{1}{16}} \left(\frac{1}{4}\right)\right) \div \log_{\sqrt{2}} \sqrt[5]{8}$$

2. Вычислите:

а) $\log_5 100 - 2 \log_5 2$; б) $4 \log_{12} 2 + 2 \log_{12} 3$;

в) $3^{\log_{\frac{1}{3}} \frac{3}{2}} + \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{\log_2 3}{\log_2 9}}$

3. Найдите $\log_5 72$, если известно, что $\log_5 2 = a, \log_5 3 = b$.

4. Вычислить:

а) $(\log_7 15 + \log_7 4 - \log_7 6) \cdot \lg 7$;

б) $\frac{1}{2} \log_7 36 - \log_7 14 - 3 \log_7 \sqrt[3]{21}$

3. Вычислите $\log_5 30$, если известно, что $\log_5 2 = a, \log_5 3 = b$.

4. Вычислить:

а) $\lg 2 \cdot (\log_2 75 - \log_2 15 + \log_2 20)$;

б) $\log_8 12 - 2 \log_8 \sqrt{15} + \log_8 20$

Порядок выполнения задания.

1. Повторить теоретические вопросы по данной теме, используя конспект лекций, рекомендованную литературу и методические указания.

2. Рассмотреть образцы решения задач в методических указаниях.

3. Самостоятельно выполнить задание по вариантам.

Вопросы для изучения:

1. Определение логарифма

2. Основное логарифмическое тождество

3. Свойства логарифмов.

Справочный материал

Основное логарифмическое тождество: $a^{\log_a x} = x$

Свойства логарифмов:

1. $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$ 2. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$ 3. $\log_a x^n = n \log_a x$

4. $\log_a a = 1$ 5. $\log_a 1 = 0$ 6. $\log_{a^n} x = \frac{1}{n} \log_a x$

7. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

8. $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$ - формула перехода к другому основанию

Форма контроля – проверка преподавателем решений заданий.

Вопросы для самоконтроля.

1. Определение логарифма

2. Основное логарифмическое тождество

3. Свойства логарифмов.

4. Формула перехода к другому основанию.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков, М. И. Математика : учебник для нач. и сред. проф. образования / М. И. Башмаков. - 5-е изд., испр. - Москва : Академия, 2012. - 251 с. : ил. - (Начальное и среднее профессиональное образование. Общеобразовательные дисциплины). - ISBN 978-5-7695-9121-1 : 290-40.

2. Алимов Ш. А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10—11 клас-

сы. — М., 2014.

3. Колягин Ю.М., Ткачева М. В., Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.

4. Колягин Ю.М., Ткачева М. В., Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 11 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.

5. Мордкович А. Г. и др. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч. Ч.1. Учебник (базовый уровень). 14-е изд., стер.- М.:2013.

№7. Подготовка сообщения по темам раздела «Корни, степени, логарифмы»

Цель: развитие интереса к предмету, формирование представлений о математике как части мировой культуры, месте математики в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание: Подготовить сообщение на одну из тем, используя учебную литературу, сеть Интернет. Темы сообщений:

1. Развитие понятия о числе.
2. История открытия комплексных чисел.
3. История происхождения и развития понятия корня.
4. История происхождения и развития понятия степени
5. Корни и степени в природе и технике.
6. История происхождения и развития логарифмов.
7. Логарифмы в нашей жизни.
8. Логарифмическая спираль.
9. Логарифмическая линейка.
10. Десятичные логарифмы.
11. Число e .
12. Логарифмы в природе и технике.

Порядок выполнения задания.

Подготовить сообщение по выбранной теме, используя методические рекомендации по подготовке сообщения (см. приложение 1).

Форма контроля – сообщение на уроке.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков М.И. Математика: учебник/(начальное и среднее профессиональное образование) М.: Кнорус, 2013. – 400с.

№8. Составление опорного конспекта в виде таблицы по теме: «Корни, степени, логарифмы»

Цель: обобщить материал по теме.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание: Заполнить таблицу «Корни, степени и логарифмы». Задание одинаково для всех вариантов. Примеры и их решения должны быть индивидуальными.

	Понятия	Теоретические сведения	Пример, решение
1	Определение степени.		
2	Свойства степени с действительным показателем.		
3	Определение арифметического корня.		
4	Свойства арифметического корня.		
5	Определение логарифма.		
6	Основное логарифмическое тождество.		
7	Условие существования логарифма.		
8	Свойства логарифмов.		

Порядок выполнения задания.

1. Повторить теоретические вопросы по данной теме, используя конспект лекций, рекомендованную литературу.

3. Самостоятельно выполнить задание.

Вопросы для изучения:

Определение корня, степени с действительным показателем, логарифма. Их свойства.

Форма контроля – проверка задания преподавателем.

Вопросы для самоконтроля.

1. Определение корня, степени с действительным показателем, логарифма. Их свойства.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков, М. И. Математика : учебник для нач. и сред. проф. образования / М. И. Башмаков. - 5-е изд., испр. - Москва : Академия, 2012. - 251 с. : ил. - (Начальное и среднее профессиональное образование. Общеобразовательные дисциплины). - ISBN 978-5-7695-9121-1 : 290-40.

2. Алимов Ш. А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.

3. Колягин Ю.М., Ткачева М. В, Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.

4. Колягин Ю.М., Ткачева М. В., Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 11 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.

РАЗДЕЛ 3. ОСНОВЫ ТРИГОНОМЕТРИИ

Тема 3.1. Тригонометрические функции числового аргумента

№9. Решение заданий на тему: Тригонометрические функции числового аргумента

Цель: закрепить понятие тригонометрических функций.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание:

<p style="text-align: center;">Вариант 1</p> <p>1.Вычислите: а) $\sin \frac{\pi}{3} + 2\cos \frac{\pi}{6} - \operatorname{tg} 45^\circ - \frac{1}{2} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{2}$; б) $\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{6}\right) - \operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ в) $\cos 1110^\circ$; г) $\operatorname{tg} 585^\circ$. 2. Найдите $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{2}{5}$ и $\frac{3\pi}{2} \leq \alpha \leq 2\pi$</p>	<p style="text-align: center;">Вариант 2</p> <p>1.Вычислите: а) $3\cos \frac{\pi}{3} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} + \frac{1}{3} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} + \sin 90^\circ$; б) $\operatorname{tg} (-30^\circ) - \operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \cos(-\pi)$; в) $\sin 1500^\circ$; г) $\operatorname{ctg} 930^\circ$. 2. Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{1}{4}$ и $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$.</p>
<p style="text-align: center;">Вариант 3</p> <p>1.Вычислите: а) $\operatorname{tg} \frac{\pi}{3} + 4\operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} - \sin 30^\circ + \frac{1}{5} \cos 90^\circ$; б) $\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{6}\right)$; в) $\cos 1845^\circ$; г) $\operatorname{ctg} 1320^\circ$. 2. Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$ и $\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi$.</p>	<p style="text-align: center;">Вариант 4</p> <p>1.Вычислите: а) $\operatorname{ctg} \frac{\pi}{3} + 5\sin \frac{\pi}{4} - \cos 30^\circ - \frac{1}{4} \operatorname{tg} \pi$; б) $\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) - \sin(-\pi) + \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ в) $\sin 2190^\circ$; г) $\operatorname{tg} 765^\circ$. 2. Найдите $\cos \alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$ и $\pi \leq \alpha \leq \frac{3\pi}{2}$.</p>
<p style="text-align: center;">Вариант 5</p> <p>1.Вычислите: а) $\sin \pi + 2\cos \frac{\pi}{3} - \operatorname{tg} 45^\circ + \frac{1}{3} \operatorname{ctg} 30^\circ$; б) $\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{6}\right) + \operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ в) $\cos 1140^\circ$; г) $\operatorname{tg} 570^\circ$. 2. Найдите $\operatorname{ctg} \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{1}{5}$ и $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$.</p>	<p style="text-align: center;">Вариант 6</p> <p>1.Вычислите: а) $\cos \pi + 3\operatorname{tg} \frac{\pi}{3} + \operatorname{ctg} 45^\circ + \frac{1}{2} \sin 30^\circ$; б) $\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) - \operatorname{tg}(-\pi)$; в) $\sin 1485^\circ$; г) $\operatorname{ctg} 960^\circ$. 2. Найдите $\sin \alpha$, если $\operatorname{ctg} \alpha = -\frac{4}{5}$ и $\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi$</p>
<p style="text-align: center;">Вариант 7</p> <p>1.Вычислите: а) $\operatorname{tg} \pi - 4\operatorname{ctg} \frac{\pi}{3} - \sin 45^\circ - \frac{1}{3} \cos 30^\circ$; б) $\operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{6}\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)$; в) $\cos 1830^\circ$; г) $\operatorname{ctg} 1305^\circ$. 2. Найдите $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$ и $\pi \leq \alpha \leq \frac{3\pi}{2}$</p>	<p style="text-align: center;">Вариант 8</p> <p>1.Вычислите: а) $\operatorname{ctg} \frac{\pi}{2} + 5\sin \frac{\pi}{3} - \cos 45^\circ - \frac{1}{2} \operatorname{tg} 30^\circ$; б) $\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) - \sin(-\pi)$; в) $\sin 2220^\circ$; г) $\operatorname{tg} 750^\circ$. 2. Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{1}{6}$ и $\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi$.</p>
Вариант 9	Вариант 10

<p>1. Вычислите:</p> <p>а) $\sin \frac{\pi}{2} - 6 \cos \frac{\pi}{3} - \operatorname{tg} 45^{\circ} + \frac{1}{3} \operatorname{ctg} 30^{\circ}$;</p> <p>б) $\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) - \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{6}\right)$;</p> <p>в) $\cos 1125^{\circ}$;</p> <p>г) $\operatorname{tg} 600^{\circ}$.</p> <p>2. Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{2}{7}$ и $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$.</p>	<p>1. Вычислите:</p> <p>а) $3 \cos \frac{\pi}{2} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} - \operatorname{ctg} 45^{\circ} + \frac{1}{6} \sin 30^{\circ}$;</p> <p>б) $\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) - \operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{6}\right) - \cos(-\pi)$;</p> <p>в) $\sin 1470^{\circ}$;</p> <p>г) $\operatorname{ctg} 945^{\circ}$.</p> <p>2. Найдите $\cos \alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{3}{7}$ и $\frac{3\pi}{2} \leq \alpha \leq 2\pi$.</p>
Вариант 11	Вариант 12
<p>1. Вычислите:</p> <p>а) $\frac{1}{7} \operatorname{tg} 0^{\circ} + \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3} - \sin \frac{\pi}{4} + 5 \cos 30^{\circ}$;</p> <p>б) $\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) - \operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{4}\right)$</p> <p>в) $\cos 1860^{\circ}$;</p> <p>г) $\operatorname{ctg} 1290^{\circ}$.</p> <p>2. Найдите $\operatorname{ctg} \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{4}{7}$ и $\pi \leq \alpha \leq \frac{3\pi}{2}$.</p>	<p>1. Вычислите:</p> <p>а) $\sin 0^{\circ} - \frac{1}{5} \cos \frac{\pi}{3} - \operatorname{tg} 45^{\circ} + 3 \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6}$;</p> <p>б) $\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) - \operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{3}\right)$;</p> <p>в) $\sin 2205^{\circ}$;</p> <p>г) $\operatorname{ctg} 780^{\circ}$.</p> <p>2. Найдите $\sin \alpha$, если $\operatorname{ctg} \alpha = -\frac{3}{8}$ и $\frac{3\pi}{2} \leq \alpha \leq 2\pi$.</p>

Порядок выполнения задания.

1. Повторить теоретические вопросы по данной теме, используя конспект лекций, рекомендованную литературу и методические указания.
2. Рассмотреть образцы решения задач.
3. Самостоятельно выполнить задание по вариантам.

Вопросы для изучения:

1. Таблица значений тригонометрических функций основных углов.
2. Знаки тригонометрических функций по четвертям
3. Свойства тригонометрических функций (периодичность, четность/нечетность)
4. Основное тригонометрическое тождество.

Форма контроля – проверка преподавателем решений заданий.

Вопросы для самоконтроля.

1. Таблица значений тригонометрических функций основных углов.
2. Знаки тригонометрических функций по четвертям
3. Свойства тригонометрических функций (периодичность, четность/нечетность)
4. Основное тригонометрическое тождество.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков, М. И. Математика : учебник для нач. и сред. проф. образования / М. И. Башмаков. - 5-е изд., испр. - Москва : Академия, 2012. - 251 с. : ил. - (Начальное и среднее профессиональное образование. Общеобразовательные дисциплины). - ISBN 978-5-7695-9121-1 : 290-40.
2. Алимов Ш. А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.
3. Колягин Ю.М., Ткачева М. В, Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный

уровни). 10 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.

4. Колягин Ю. М., Ткачева М. В., Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 11 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.

5. Мордкович А. Г. и др. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч. Ч. 1. Учебник (базовый уровень). 14-е изд., стер. - М.: 2013.

Тема 3.2. Формулы тригонометрии

№10. Решение заданий на выполнение тождественных преобразований тригонометрических выражений

Цель: научиться выполнять тождественные преобразования тригонометрических выражений.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание:

Вариант № 1

1. Упростить выражение: $3\cos^2\alpha - 6 + 3\sin^2\alpha$
2. Найти значение выражения: $4\cos^2x + 2$, если $\sin^2x = 0,6$
3. Упростить выражение: $\frac{\cos 2\alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} + \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$
4. Найти значение выражения: $\sin\frac{7\pi}{3} + \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) - \frac{1}{2}\operatorname{tg}\frac{\pi}{3}$
5. Найти значение выражения: $2\sqrt{2} \cdot \frac{\sin 10^\circ \sin 50^\circ - \sin 100^\circ \cos 50^\circ}{\sin 25^\circ \cos 20^\circ + \sin 115^\circ \sin 20^\circ}$
6. Доказать, что верно равенство: $\sin 20^\circ + \sin 40^\circ - \cos 10^\circ = 0$
7. Найти значение выражения $169\sin 2x$, если $\cos x = -\frac{5}{13}$, $-\pi < x < 0$

Вариант № 2

1. Упростить выражение: $9\cos^2\alpha - 16 + 9\sin^2\alpha$
2. Найти значение выражения: $3 - 2\operatorname{tg}^2x \cdot \cos^2x$, если $\sin x = 0,1$
3. Упростить выражение: $\frac{\sin 2\alpha}{\sin \alpha} - \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$
4. Найти значение выражения: $\cos\frac{7\pi}{4} + 2\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \operatorname{tg}\frac{\pi}{3}$
5. Найти значение выражения: $\sqrt{6} \cdot \frac{\cos 14^\circ \sin 31^\circ + \cos 76^\circ \cos 31^\circ}{\sin 87^\circ \sin 63^\circ - \sin 177^\circ \sin 27^\circ}$
6. Доказать, что верно равенство: $\sin 87^\circ - \sin 59^\circ - \sin 93^\circ + \sin 61^\circ = \sin 1^\circ$
7. Найти значение выражения: $\sqrt{7} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$, если $\cos x = -\sqrt{\frac{3}{7}}$, $0 < x < \pi$

Вариант № 3

1. Упростить выражение: $-3\cos^2\alpha + 8 - 3\sin^2\alpha$
2. Найти значение выражения: $3 + 2\operatorname{tg}^2x \cdot \cos^2x$, если $\sin x = 0,3$
3. Упростить выражение: $\frac{\sin 4\alpha}{\sin 2\alpha} - \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha\right)$
4. Найти значение выражения: $\cos\frac{\pi}{3} + \sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right) + \operatorname{tg}\frac{\pi}{3}$
5. Найти значение выражения: $\frac{(\cos 80^\circ + \cos 10^\circ)(\sin 10^\circ - \sin 80^\circ)}{\sin 70^\circ}$

6. Доказать, что верно равенство: $\cos 85^\circ + \cos 35^\circ - \cos 25^\circ = 0$
7. Найти значение выражения $26\sin 2x$, если $\sin x = -\frac{2}{\sqrt{13}}$, $\frac{3\pi}{2} \leq x \leq -\frac{\pi}{2}$

Вариант № 4

1. Упростить выражение: $1,5\cos^2\alpha - 6,5 + 1,5\sin^2\alpha$
2. Найти значение выражения: $7\sin^2x - 3$, если $\cos^2x = 0,7$
3. Упростить выражение: $2 \sin(\pi + x) \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$
4. Найти значение выражения: $2 \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) - \operatorname{tg}\frac{\pi}{3}$
5. Найти значение выражения: $\frac{\cos 119^\circ \sin 31^\circ + \cos 29^\circ \cos 31^\circ}{\sin 17^\circ \sin 103^\circ + \cos 17^\circ \sin 13^\circ}$
6. Доказать, что верно равенство: $\cos 115^\circ - \cos 35^\circ + \cos 65^\circ + \cos 25^\circ = \sin 5^\circ$
7. Найти значение выражения $7\operatorname{tg}2\alpha$, если $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$

Порядок выполнения задания.

1. Повторить теоретические вопросы по данной теме, используя конспект лекций, рекомендованную литературу и методические указания.
2. Рассмотреть образцы решения задач в методических указаниях.
3. Самостоятельно выполнить задание по вариантам.

Вопросы для изучения:

Справочный материал

1. Радианная мера – градусная: $\text{рад} \frac{180}{\pi}$

Градусная мера – радианная: $n^\circ \frac{\pi}{180}$

2. Основные тригонометрические тождества:

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1;$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \quad \cos \alpha \neq 0;$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}, \quad \sin \alpha \neq 0;$$

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1, \quad \alpha \neq \frac{\pi}{2}n, \quad n \in \mathbb{Z};$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}, \quad \cos \alpha \neq 0;$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}, \quad \sin \alpha \neq 0.$$

2. Формулы сложения:

3. Формулы суммы и разности тригонометрических функций:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2};$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2};$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2};$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2};$$

$$\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cdot \cos \beta};$$

$$\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cdot \cos \beta}.$$

4. Формулы двойного аргумента:

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$$

5. Формулы преобразования произведения тригонометрических функций в сумму:

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \sin(\alpha + \beta) + \frac{1}{2} \sin(\alpha - \beta)$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta) + \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta)$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta) - \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta)$$

6. Формулы половинного аргумента или формулы понижения степени:

$$\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2} \quad \cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2} \quad \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}$$

7. Формулы приведения:

если аргумент вида $(\pi \pm \alpha)$ или $(\pi n \pm \alpha)$ – приводимая функция не меняется;

если аргумент вида $(\frac{\pi}{2} \pm \alpha)$ или $(\frac{3\pi}{2} \pm \alpha)$ – приводимая функция меняется на кофункцию.

Знак полученной функции определяется по приводимой функции (первоначальной)

Примеры.

1) Найти значение выражения, если $\operatorname{ctg} \alpha = 8$:

$$\frac{\sin\left(\frac{13}{2}\pi - \alpha\right) - \operatorname{ctg}(6\pi + \alpha)}{1 + \sin(2\pi - \alpha)}$$

Решение: Применяя формулы приведения, получим:

$$\sin\left(\frac{13}{2}\pi - \alpha\right) = \cos \alpha \quad \operatorname{ctg}(6\pi + \alpha) = \operatorname{ctg} \alpha \quad \sin(2\pi - \alpha) = -\sin \alpha$$

С учетом этих упрощений имеем:
$$\frac{\sin\left(\frac{13}{2}\pi - \alpha\right) - \operatorname{ctg}(6\pi + \alpha)}{1 + \sin(2\pi - \alpha)} = \frac{\cos \alpha - \operatorname{ctg} \alpha}{1 - \sin \alpha} =$$

$$= \frac{\cos \alpha - \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}}{1 - \sin \alpha} = \frac{\frac{\cos \alpha \sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha}}{1 - \sin \alpha} = \frac{-\cos \alpha (1 - \sin \alpha)}{\sin \alpha (1 - \sin \alpha)} = \frac{-\cos \alpha}{\sin \alpha} = -\operatorname{ctg} \alpha = -8$$

Ответ: - 8.

2) Упростить выражение:

$$19 + \sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha + \cos 2\alpha.$$

Решение:

$$19 - \sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha + \cos 2\alpha = 19 - (\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha)(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) + \cos 2\alpha = 19 - (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) + \cos 2\alpha = 19 - \cos 2\alpha + \cos 2\alpha = 19.$$

Форма контроля – проверка преподавателем решений заданий.

Вопросы для самоконтроля.

1. Основное тригонометрическое тождество
2. Знаки тригонометрических функций по четвертям.
3. Формулы приведения.
4. Формулы сложения.
5. Формулы двойного угла.
6. Формулы суммы и разности тригонометрических функций.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков, М. И. Математика : учебник для нач. и сред. проф. образования / М. И. Башмаков. - 5-е изд., испр. - Москва : Академия, 2012. - 251 с. : ил. - (Начальное и среднее профессиональное образование. Общеобразовательные дисциплины). - ISBN 978-5-7695-9121-1 : 290-40.
2. Алимов Ш. А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.
3. Колягин Ю.М., Ткачева М. В, Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.
4. Колягин Ю.М., Ткачева М. В., Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 11 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.
5. Мордкович А. Г. И др. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч. Ч.1. Учебник (базовый уровень). 14-е изд., стер.- М.:2013.

Тема 3.4. Простейшие тригонометрические уравнения.

№11. Выполнение тестового задания по теме: «Решение простейших тригонометрических уравнений».

Цель: научиться решать простейшие тригонометрические уравнения

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание:

Решите тест.

1. Решите уравнение $\operatorname{tg} 3x = \sqrt{3}$

- А) $x = \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi}{3}n, n \in Z$ Б) $x = \frac{\pi}{9} + \frac{\pi}{3}n, n \in Z$ В) $x = -\frac{\pi}{9} + \frac{2\pi}{3}n, n \in Z$ Г) $x = -\frac{\pi}{9} + \frac{\pi}{3}n, n \in Z$

2. Решите уравнение $\sin \frac{1}{3}x = -1$

- А) $6\pi k, k \in Z$ Б) $\frac{3\pi}{2} + 6\pi k, k \in Z$ В) $(-1)^k \frac{3\pi}{2} + 3\pi k, k \in Z$ Г) $-\frac{3\pi}{2} + 6\pi k, k \in Z$

3. Решить уравнение $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

- А) $x = \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$ Б) $x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$ В) $x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$ Г) $x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$

4. Решить уравнение $\cos 2x = 0$

- А) $x = \pm \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$ Б) $x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$ В) $x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$ Г) $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$

5. Решить уравнение $\cos x = 1,2$

- А) Нет правильного ответа Б) Множество решений
В) Нет решений Г) $x = \pm \arccos 1.2 + 2\pi n, n \in Z$

6. Решить уравнение $\sin x = 0$

- А) $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$ Б) $x = \pi n, n \in Z$ В) $x = (-1)^n \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$ Г) $x = \frac{\pi n}{2}, n \in Z$

7. Решить уравнение $\sin x = -\frac{1}{2}$

- А) $x = \pm \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$ Б) $x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$ В) $x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$ Г) $x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$

8. Решить уравнение $\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

- А) $x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$ Б) $x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$ В) $x = (-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$ Г) $x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$

9. Решить уравнение $\operatorname{tg} x = 1$

- А) $x = \pi/4 + \pi n, n \in Z$ Б) $x = \pi + \pi n, n \in Z$
В) Нет решений Г) $x = -\pi/4 + \pi n, n \in Z$

10. Решить уравнение $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

- А) $x = \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$ Б) $x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$ В) $x = -\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$ Г) $x = \frac{\pi n}{6}, n \in Z$

Порядок выполнения задания.

1. Повторить теоретические вопросы по данной теме, используя конспект лекций, рекомендованную литературу и методические указания.
2. Рассмотреть образцы решения задач в методических указаниях.
3. Самостоятельно выполнить задание.

Вопросы для изучения:

1. Формулы для решения тригонометрических уравнений $\cos t = a$, $\sin t = a$, $\operatorname{tg} t = a$, $\operatorname{ctg} t = a$.
2. Формулы для решения частных случаев тригонометрических уравнений.

Справочный материал

Решение простейших тригонометрических уравнений.

Уравнение	Формулы решения	Частные случаи
$\sin x = a$	при $ a \leq 1$ $x = (-1)^k \arcsin a + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$ при $ a > 1$ - решений нет	$\sin x = 0$; $x = \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$ $\sin x = 1$; $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$ $\sin x = -1$, $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$
$\cos x = a$	при $ a \leq 1$ $x = \pm \arccos a + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$ при $ a > 1$ - решений нет	$\cos x = 0$; $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$ $\cos x = 1$; $x = 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$ $\cos x = -1$; $x = \pi + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$
$\operatorname{tg} x = a$	a - любое число $x = \operatorname{arctg} a + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$	-
$\operatorname{ctg} x = a$	a - любое число $x = \operatorname{arcctg} a + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$	-

Форма контроля – проверка преподавателем решений заданий.**Вопросы для самоконтроля.**

Решение простейших тригонометрических уравнений.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков, М. И. Математика : учебник для нач. и сред. проф. образования / М. И. Башмаков. - 5-е изд., испр. - Москва : Академия, 2012. - 251 с. : ил. - (Начальное и среднее профессиональное образование. Общеобразовательные дисциплины). - ISBN 978-5-7695-9121-1 : 290-40.
2. Алимов Ш. А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.
3. Колягин Ю.М., Ткачева М. В, Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.
4. Колягин Ю.М., Ткачева М. В., Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 11 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.
5. Мордкович А. Г. И др. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч. Ч.1. Учебник (базовый уровень). 14-е изд., стер.- М.:2013.

№12. Подготовка сообщения по темам раздела «Тригонометрия».

Цель: формирование представления о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления, развитие интереса к предмету.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание: Подготовить сообщение на одну из тем, используя учебную литературу, сеть Интернет. Темы сообщений:

1. История тригонометрии
2. Тригонометрия вокруг нас.
3. Гармонические колебания.

Порядок выполнения задания.

Подготовить сообщение по выбранной теме, используя методические рекомендации по подготовке сообщения (см. приложение 1).

Форма контроля – сообщение на уроке.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков М.И. Математика: учебник/(начальное и среднее профессиональное образование) М.: Кнорус, 2013. – 400с.

РАЗДЕЛ 4. ФУНКЦИИ, ИХ СВОЙСТВА И ГРАФИКИ.

Тема 4.1. Числовая функция и её свойства. Обратная функция

№13. Подготовка сообщения по темам раздела «Функции»

Цель: формирование представления о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления, развитие интереса к предмету.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание: Подготовить сообщение на одну из тем, используя учебную литературу, сеть Интернет. Темы сообщений:

1. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях.
2. История развития понятия «Функция»
3. Математика в современном мире
4. Роль математики в моей будущей профессии
5. Роль математики в развитии человечества.

Порядок выполнения задания.

Подготовить сообщение по выбранной теме, используя методические рекомендации по подготовке сообщения (см. приложение 1).

Форма контроля – сообщение на уроке.

Вопросы для самоконтроля:

1. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях,
2. Роль математики в современном мире.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков М.И. Математика: учебник/(начальное и среднее профессиональное образование) М.: Кнорус, 2013. – 400с.

Тема 4.2. Преобразование графиков.

№14. Решение заданий по теме: «Построение графиков различных функций с помощью преобразований и их исследование»

Цель: закрепить навыки построения графиков функций с помощью преобразований, закрепить навыки исследования функции.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание: с помощью преобразований графиков функций построить график заданной функции и указать её свойства.

<p style="text-align: center;">Вариант 1</p> <p>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y = \frac{1}{x-4} - 4$.</p> <p>Укажите:</p> <ol style="list-style-type: none">а) область определения;б) область значений;в) промежутки монотонности;г) точки экстремума;д) экстремумы;е) наибольшее и наименьшее значение.	<p style="text-align: center;">Вариант 2</p> <p>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y = \frac{1}{x} + 3$. Укажите:</p> <ol style="list-style-type: none">а) область определения;б) область значений;в) промежутки монотонности;г) точки экстремума;д) экстремумы;е) наибольшее и наименьшее значение.
<p style="text-align: center;">Вариант 3</p> <p>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y = \frac{1}{x+1} - 4$. Укажите:</p> <ol style="list-style-type: none">а) область определения;б) область значений;в) промежутки монотонности;г) точки экстремума;д) экстремумы;е) наибольшее и наименьшее значение.	<p style="text-align: center;">Вариант 4</p> <p>1. С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y = \frac{1}{x+1} - 2$.</p> <p>Укажите:</p> <ol style="list-style-type: none">а) область определения;б) область значений;в) промежутки монотонности;г) точки экстремума;д) экстремумы;е) наибольшее и наименьшее значение.
<p style="text-align: center;">Вариант 5</p> <p>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y = 2 - (x-1)^2$.</p>	<p style="text-align: center;">Вариант 6</p> <p>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график</p>

<p>Укажите:</p> <ul style="list-style-type: none"> а) область определения; б) область значений; в) промежутки монотонности; г) точки экстремума; д) экстремумы; е) наибольшее и наименьшее значение. 	<p>функции $y = \frac{1}{x+3} - 1$. Укажите:</p> <ul style="list-style-type: none"> а) область определения; б) область значений; в) промежутки монотонности; г) точки экстремума; д) экстремумы; е) наибольшее и наименьшее значение.
<p style="text-align: center;">Вариант 7</p> <p>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y = \frac{1}{x} + 2$. Укажите:</p> <ul style="list-style-type: none"> а) область определения; б) область значений; в) промежутки монотонности; г) точки экстремума; д) экстремумы; е) наибольшее и наименьшее значение. 	<p style="text-align: center;">Вариант 8</p> <p>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y = \frac{1}{x-1}$. Укажите:</p> <ul style="list-style-type: none"> а) область определения; б) область значений; в) промежутки монотонности; г) точки экстремума; д) экстремумы; е) наибольшее и наименьшее значение.
<p style="text-align: center;">Вариант 9</p> <p>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y = \frac{1}{x-1} - 3$. Укажите:</p> <ul style="list-style-type: none"> а) область определения; б) область значений; в) промежутки монотонности; г) точки экстремума; д) экстремумы; е) наибольшее и наименьшее значение. 	<p style="text-align: center;">Вариант 10</p> <p>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y = (x+3)^2 - 3$. Укажите:</p> <ul style="list-style-type: none"> а) область определения; б) область значений; в) промежутки монотонности; г) точки экстремума; д) экстремумы; е) наибольшее и наименьшее значение.
<p style="text-align: center;">Вариант 11</p> <p>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y = (x-2)^2 - 3$. Укажите:</p> <ul style="list-style-type: none"> а) область определения; б) область значений; в) промежутки монотонности; г) точки экстремума; д) экстремумы; е) наибольшее и наименьшее значение. 	<p style="text-align: center;">Вариант 12</p> <p>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y = \frac{1}{x} + 3$. Укажите:</p> <ul style="list-style-type: none"> а) область определения; б) область значений; в) промежутки монотонности; г) точки экстремума; д) экстремумы; е) наибольшее и наименьшее значение.
<p style="text-align: center;">Вариант 13</p> <p>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график</p>	<p style="text-align: center;">Вариант 14</p> <p>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y = (x-5)^2 + 2$. Укажите:</p> <ul style="list-style-type: none"> а) область определения;

<p>функции $y = \frac{1}{x-2} + 3$. Укажите:</p> <p>а) область определения; б) область значений; в) промежутки монотонности; г) точки экстремума; д) экстремумы; е) наибольшее и наименьшее значение.</p>	<p>б) область значений; в) промежутки монотонности; г) точки экстремума; д) экстремумы; е) наибольшее и наименьшее значение.</p>
<p style="text-align: center;">Вариант 15</p> <p>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y = (x+2)^2 + 1$. Укажите:</p> <p>а) область определения; б) область значений; в) промежутки монотонности; г) точки экстремума; д) экстремумы; е) наибольшее и наименьшее значение.</p>	<p style="text-align: center;">Вариант 16</p> <p>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y = \frac{1}{x-1} + 2$. Укажите:</p> <p>а) область определения; б) область значений; в) промежутки монотонности; г) точки экстремума; д) экстремумы; е) наибольшее и наименьшее значение.</p>
<p style="text-align: center;">Вариант 17</p> <p>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y = \frac{1}{x} + 2$. Укажите:</p> <p>а) область определения; б) область значений; в) промежутки монотонности; г) точки экстремума; д) экстремумы; е) наибольшее и наименьшее значение.</p>	<p style="text-align: center;">Вариант 18</p> <p>2. С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y = 2 + (x+1)^2$. Укажите:</p> <p>а) область определения; б) область значений; в) промежутки монотонности; г) точки экстремума; д) экстремумы; е) наибольшее и наименьшее значение.</p>
<p style="text-align: center;">Вариант 19</p> <p>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y = \frac{1}{x} - 3$. Укажите:</p> <p>а) область определения; б) область значений; в) промежутки монотонности; г) точки экстремума; д) экстремумы; е) наибольшее и наименьшее значение.</p>	<p style="text-align: center;">Вариант 20</p> <p>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y = \frac{1}{x-2} - 3$. Укажите:</p> <p>а) область определения; б) область значений; в) промежутки монотонности; г) точки экстремума; д) экстремумы; е) наибольшее и наименьшее значение.</p>
<p style="text-align: center;">Вариант 21</p> <p>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y = 3 + (x-1)^2$. Укажите:</p>	<p style="text-align: center;">Вариант 22</p> <p>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y = 5 - (x+2)^2$. Укажите:</p> <p>а) область определения;</p>

<p>а) область определения; б) область значений; в) промежутки монотонности; г) точки экстремума; д) экстремумы; е) наибольшее и наименьшее значение.</p>	<p>б) область значений; в) промежутки монотонности; г) точки экстремума; д) экстремумы; е) наибольшее и наименьшее значение.</p>
<p style="text-align: center;">Вариант 23</p> <p>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y = \frac{1}{x-1} - 3$. Укажите:</p> <p>а) область определения; б) область значений; в) промежутки монотонности; г) точки экстремума; д) экстремумы; е) наибольшее и наименьшее значение.</p>	<p style="text-align: center;">Вариант 24</p> <p>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y = \frac{1}{x} - 4$. Укажите:</p> <p>а) область определения; б) область значений; в) промежутки монотонности; г) точки экстремума; д) экстремумы; е) наибольшее и наименьшее значение.</p>
<p style="text-align: center;">Вариант 25</p> <p>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y = \frac{1}{x-1}$. Укажите:</p> <p>а) область определения; б) область значений; в) промежутки монотонности; г) точки экстремума; д) экстремумы; е) наибольшее и наименьшее значение.</p>	<p style="text-align: center;">Вариант 26</p> <p>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y = \frac{1}{x-1} + 3$. Укажите:</p> <p>а) область определения; б) область значений; в) промежутки монотонности; г) точки экстремума; д) экстремумы; е) наибольшее и наименьшее значение.</p>
<p style="text-align: center;">Вариант 27</p> <p>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y = \frac{1}{x-2}$. Укажите:</p> <p>а) область определения; б) область значений; в) промежутки монотонности; г) точки экстремума; д) экстремумы; е) наибольшее и наименьшее значение.</p>	<p style="text-align: center;">Вариант 28</p> <p>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y = (x+5)^2 + 2$. Укажите:</p> <p>а) область определения; б) область значений; в) промежутки монотонности; г) точки экстремума; д) экстремумы; е) наибольшее и наименьшее значение.</p>

Порядок выполнения задания.

1. Повторить теоретические вопросы по данной теме, используя конспект лекций, рекомендованную литературу.
2. Самостоятельно выполнить задание.

Вопросы для изучения:

Область определения функции, множество значений, промежутки монотонности; точки экстремума, экстремумы, наибольшее и наименьшее значение.

Форма контроля – проверка выполненной работы преподавателем.

Вопросы для самоконтроля:

1. Понятие функции, примеры.
2. Область определения функции
3. Множество значений
4. Промежутки монотонности
5. Точки экстремума, экстремумы
6. Наибольшее и наименьшее значение функции.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков, М. И. Математика : учебник для нач. и сред. проф. образования / М. И. Башмаков. - 5-е изд., испр. - Москва : Академия, 2012. - 251 с. : ил. - (Начальное и среднее профессиональное образование. Общеобразовательные дисциплины). - ISBN 978-5-7695-9121-1 : 290-40.
2. Алимов Ш. А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.
3. Колягин Ю.М., Ткачева М. В, Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.
4. Колягин Ю.М., Ткачева М. В., Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 11 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.
5. Мордкович А. Г. И др. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч. Ч.1. Учебник (базовый уровень). 14-е изд., стер.- М.:2013.

Тема 4.4. Логарифмическая функция.

№15. Составление опорного конспекта по теме «Функция»

Цель: систематизация и обобщение материала по теме «Функция».

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание: Составить опорный конспект (карточки – консультации), который содержит краткий справочный материал и примеры решения типовых заданий по теме: «Свойства функции», «Степенная функция, ее свойства и график», «Показательная функция, ее

свойства и график», «Логарифмическая функция, ее свойства и график», «Преобразования графиков».

Порядок выполнения задания.

1. Повторить теоретические вопросы по данной теме, используя конспект лекций, рекомендованную литературу.
2. Выбрать тему.
3. Самостоятельно выполнить задание.

Форма контроля – проверка выполненной работы преподавателем.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков, М. И. Математика : учебник для нач. и сред. проф. образования / М. И. Башмаков. - 5-е изд., испр. - Москва : Академия, 2012. - 251 с. : ил. - (Начальное и среднее профессиональное образование. Общеобразовательные дисциплины). - ISBN 978-5-7695-9121-1 : 290-40.
2. Алимов Ш. А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.
3. Колягин Ю.М., Ткачева М. В, Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.
4. Колягин Ю.М., Ткачева М. В., Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 11 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.
5. Мордкович А. Г. И др. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч. Ч.1. Учебник (базовый уровень). 14-е изд., стер.- М.:2013.

№16. Решение заданий по теме: « Построение графиков показательных и логарифмических функций».

Цель: закрепить навыки построения графиков функций

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание:

Построить графики функций.

№	Показательная функция $y = a^x$		Логарифмическая функция $y = \log_a x$	
	Возрастающая $a > 1$	Убывающая $0 < a < 1$	Возрастающая $a > 1$	Убывающая $0 < a < 1$
1	$y = 2^x$	$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	$y = \log_2 x$	$y = \log_{\frac{1}{2}} x$
2	$y = 3^x$	$y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$	$y = \log_3 x$	$y = \log_{\frac{1}{3}} x$

3	$y = 4^x$	$y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$	$y = \log_4 x$	$y = \log_{\frac{1}{4}} x$
4	$y = 5^x$	$y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$	$y = \log_5 x$	$y = \log_{\frac{1}{5}} x$
5	$y = 6^x$	$y = \left(\frac{1}{6}\right)^x$	$y = \log_6 x$	$y = \log_{\frac{1}{6}} x$
6	$y = 7^x$	$y = \left(\frac{1}{7}\right)^x$	$y = \log_7 x$	$y = \log_{\frac{1}{7}} x$
7	$y = 8^x$	$y = \left(\frac{1}{8}\right)^x$	$y = \log_8 x$	$y = \log_{\frac{1}{8}} x$
8	$y = 9^x$	$y = \left(\frac{1}{9}\right)^x$	$y = \log_9 x$	$y = \log_{\frac{1}{9}} x$
9	$y = 10^x$	$y = \left(\frac{1}{10}\right)^x$	$y = \log_{10} x$	$y = \log_{\frac{1}{10}} x$

Порядок выполнения задания.

1. Повторить теоретические вопросы по данной теме, используя конспект лекций, рекомендованную литературу.

2. Самостоятельно выполнить задание.

Вопросы для изучения:

График показательной функции, график логарифмической функции.

Форма контроля – проверка выполненной работы преподавателем.

Вопросы для самоконтроля:

1. Показательная функция, ее свойства.
2. График показательной функции.
3. Логарифмическая функция, ее свойства.
4. График логарифмической функции.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков, М. И. Математика : учебник для нач. и сред. проф. образования / М. И. Башмаков. - 5-е изд., испр. - Москва : Академия, 2012. - 251 с. : ил. - (Начальное и среднее профессиональное образование. Общеобразовательные дисциплины). - ISBN 978-5-7695-9121-1 : 290-40.

2. Алимов Ш. А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.

3. Колягин Ю.М., Ткачева М. В, Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.

4. Колягин Ю.М., Ткачева М. В., Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала мате-

математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 11 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.

5. Мордкович А. Г. И др. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч. Ч.1. Учебник (базовый уровень). 14-е изд., стер.- М.:2013.

№17. Решение заданий по теме: « Построение графиков показательных и логарифмических функций с помощью преобразований»

Цель: закрепить навыки построения графиков функций с помощью преобразований.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание:

Построить графики функций. Все графики функций построить относительно «основного» графика.

№	Показательная функция $y = a^x$		Логарифмическая функция $y = \log_a x$		Примечание, комментарий
	Возрастающая $a > 1$	Убывающая $0 < a < 1$	Возрастающая $a > 1$	Убывающая $0 < a < 1$	
	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4	
1	$y = 3^x$	$y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$	$y = \log_3 x$	$y = \log_{\frac{1}{3}} x$	«Основной» график
2	$y = 2 \cdot 3^x$	$y = 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x$	$y = 2 \cdot \log_3 x$	$y = 2 \cdot \log_{\frac{1}{3}} x$	<u>Растяжение</u> вдоль оси ОУ в 2 раза
3	$y = \frac{3^x}{2}$	$y = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x$	$y = \frac{1}{2} \log_3 x$	$y = \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{3}} x$	<u>Сжатие</u> вдоль оси ОУ в 2 раза
4	$y = 3^{2x}$	$y = \left(\frac{1}{3}\right)^{2x}$	$y = \log_3 (2x)$	$y = \log_{\frac{1}{3}} (2x)$	<u>Сжатие</u> вдоль оси ОХ в 2 раза
5	$y = 3^{\frac{x}{2}}$	$y = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{x}{2}}$	$y = \log_3 \frac{x}{2}$	$y = \log_{\frac{1}{3}} \frac{x}{2}$	<u>Растяжение</u> вдоль оси ОХ в 2 раза
6	$y = 3^{x-2}$	$y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2}$	$y = \log_3 (x-2)$	$y = \log_{\frac{1}{3}} (x-2)$	<u>Параллельный перенос (сдвиг)</u> вдоль оси ОХ вправо на 2 единичных отрезка
7	$y = 3^{x+1}$	$y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1}$	$y = \log_3 (x+1)$	$y = \log_{\frac{1}{3}} (x+1)$	<u>Параллельный перенос (сдвиг)</u> вдоль оси ОХ влево на 1 единичный отрезок
8	$y = 3^x + 1$	$y = \left(\frac{1}{3}\right)^x + 1$	$y = 1 + \log_3 x$	$y = 1 + \log_{\frac{1}{3}} x$	<u>Параллельный перенос (сдвиг)</u> вдоль оси ОУ вверх на 1 единичный отрезок

9	$y = 3^x - 2$	$y = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 2$	$y = -2 + \log_3 x$	$y = -2 + \log_{\frac{1}{3}} x$	<u>Параллельный перенос (сдвиг)</u> вдоль оси ОУ вниз на 2 единичных отрезка
10	$y = 3^x $	$y = \left \left(\frac{1}{3}\right)^x\right $	$y = \log_3 x $	$y = \left \log_{\frac{1}{3}} x\right $	<u>Отражение</u> относительно оси ОХ
11	$y = 3^{ x }$	$y = \left(\frac{1}{3}\right)^{ x }$	$y = \log_3 x $	$y = \log_{\frac{1}{3}} x $	<u>Отражение</u> относительно оси ОУ
12	$y = -(3^x)$	$y = -\left(\frac{1}{3}\right)^x$	$y = -\log_3 x$	$y = -\log_{\frac{1}{3}} x$	<u>Поворот</u> на 180° вокруг оси ОХ
13	$y = 3^{-x}$	$y = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$	$y = \log_3 (-x)$	$y = \log_{\frac{1}{3}} (-x)$	<u>Поворот</u> на 180° вокруг оси ОУ

Порядок выполнения задания.

1. Повторить теоретические вопросы по данной теме, используя конспект лекций, рекомендованную литературу и методические указания.
2. Рассмотреть образцы решения задач в методических указаниях.
3. Самостоятельно выполнить задание.

Вопросы для изучения:

График показательной функции, график логарифмической функции, преобразования графиков функций.

Форма контроля – проверка выполненной работы преподавателем.

Вопросы для самоконтроля:

1. График показательной функции
2. График логарифмической функции
3. Преобразования графиков функций.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков, М. И. Математика : учебник для нач. и сред. проф. образования / М. И. Башмаков. - 5-е изд., испр. - Москва : Академия, 2012. - 251 с. : ил. - (Начальное и среднее профессиональное образование. Общеобразовательные дисциплины). - ISBN 978-5-7695-9121-1 : 290-40.
2. Алимов Ш. А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.
3. Колягин Ю.М., Ткачева М. В., Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.
4. Колягин Ю.М., Ткачева М. В., Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 11 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.

5.Мордкович А. Г. И др. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч..Ч.1.Учебник (базовый уровень). 14-е изд., стер.- М.:2013.

Тема 4.5. Тригонометрическая функция.

№18. Решение заданий по теме: «Построение графиков тригонометрических функций и исследование их свойств».

Цель: закрепить навыки построения тригонометрических функций.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание:

1.Задать для функции таблицу значений, постройте их графики.

2.Опишите свойства функции по плану:

- 1) Область определения
- 2) Множество значений
- 3) Промежутки возрастания/убывания
- 4) Промежутки знакопостоянства
- 5) Периодичность
- 6) Наибольшее и наименьшее значение.

Вариант 1 Построить график функции $y = 3 \sin x$	Вариант 2 Построить график функции $y = -\sin x$	Вариант 3 Построить график функции $y = \sin 2x$	Вариант 4 Построить график функции $y = \sin x - 2$
Вариант 5 Построить график функции $y = 0,5 \cos x$	Вариант 6 Построить график функции $y = -\cos x$	Вариант 7 Построить график функции $y = \cos 3x$	Вариант 8 Построить график функции $y = -\cos x + 1$
Вариант 9 Построить график функции $y = \cos x + 3$	Вариант 10 Построить график функции $y = \cos 0,5x$	Вариант 11 Построить график функции $y = \sin(x + \frac{\pi}{6})$	Вариант 12 Построить график функции $y = \cos(x + \frac{\pi}{2})$
Вариант 13 Построить график функции $y = 3 \cos x$	Вариант 14 Построить график функции $y = \sin(x - \frac{\pi}{2})$	Вариант 15 Построить график функции $y = \sin x + 2$	Вариант 16 Построить график функции $y = 0,5 \sin x$
Вариант 17 Построить график функции $y = 2 \cos(x + \frac{\pi}{3})$	Вариант 18 Построить график функции $y = -1,5 \sin x$	Вариант 19 Построить график функции $y = -\sin 0,5x$	Вариант 20 Построить график функции $y = \sin x - 1$
Вариант 21 Построить график функции $y = -2 \cos x$	Вариант 22 Построить график функции $y = 2 \sin x + 1$	Вариант 23 Построить график функции $y = \cos(x + \frac{\pi}{3})$	Вариант 24 Построить график функции $y = \sin(x - \frac{\pi}{3})$

Вариант 25 Построить график функции $y = 4 \sin x$	Вариант 26 Построить график функции $y = -\sin x + 2$	Вариант 27 Построить график функции $y = \cos 2x$	Вариант 28 Построить график функции $y = 4 \cos x$
---	--	--	---

Порядок выполнения задания.

1. Повторить теоретические вопросы по данной теме, используя конспект лекций, рекомендованную литературу и методические указания.
2. Рассмотреть образцы решения задач в методических указаниях.
3. Самостоятельно выполнить задание по вариантам.

Вопросы для изучения:

Графики тригонометрических функций и их свойства

Форма контроля – проверка преподавателем решений заданий.

Вопросы для самоконтроля.

Графики тригонометрических функций и их свойства

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков, М. И. Математика : учебник для нач. и сред. проф. образования / М. И. Башмаков. - 5-е изд., испр. - Москва : Академия, 2012. - 251 с. : ил. - (Начальное и среднее профессиональное образование. Общеобразовательные дисциплины). - ISBN 978-5-7695-9121-1: 290-40.
2. Алимов Ш. А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.
3. Колягин Ю.М., Ткачева М. В, Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.
4. Колягин Ю.М., Ткачева М. В., Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 11 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.
5. Мордкович А. Г. И др. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч. Ч.1. Учебник (базовый уровень). 14-е изд., стер.- М.:2013.

РАЗДЕЛ 5. ПРЯМЫЕ И ПЛОСКОСТИ В ПРОСТРАНСТВЕ.

Тема 5.5 Перпендикуляр и наклонная. Угол между прямой и плоскостью.

№19. Решение заданий по теме: Перпендикуляр и наклонная

Цель: закрепить навыки решения задач по данной теме.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание: Выполните домашнюю работу по вариантам по теме «Перпендикуляр и наклонная».

1 вариант – 1,3, 5 задача. 2 вариант – 2,4, 6 задача.

1. Из точки, не принадлежащей данной плоскости, проведены к ней две наклонные, равные 10 см и 18 см. Сумма длин их проекций на плоскость равна 16 см. Найти проекцию каждой наклонной.

2. Длина наклонной 10 см, перпендикуляра, проведённого из той же точки что и наклонная к той же прямой, равна 6 см. Найдите длину проекции наклонной.

3. Из точки A к данной плоскости α проведены перпендикуляр AA_1 и две наклонные

4. AB и AC . $CA_1 = 4$, $\angle ABA_1 = 30^\circ$, $\angle ACA_1 = 60^\circ$, а угол между наклонными 90° . Найти расстояние между основаниями наклонных.

5. Из точки A к данной плоскости α проведены перпендикуляр AA_1 и две наклонные AB и AC , каждая из которых наклонена к плоскости под углом 45° , угол между наклонными 120° . Расстояние между основаниями наклонных 12 см. Найти расстояние от точки A до плоскости α .

6. Диагонали квадрата $ABCD$ пересекаются в точке O . Из точки O проведён к плоскости квадрата перпендикуляр OM . Найти расстояние от точки M до стороны BC , если $AD = 6$ см, $OM = 4$ см.

Порядок выполнения задания.

1. Повторить теоретические вопросы по данной теме, используя конспект лекций, рекомендованную литературу.

2. Рассмотреть образцы решения задач.

3. Самостоятельно выполнить задание по вариантам.

Вопросы для изучения:

Определение перпендикуляра и наклонной.

Форма контроля – проверка преподавателем решений заданий.

Вопросы для самоконтроля.

Определение перпендикуляра и наклонной.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков, М. И. Математика : учебник для нач. и сред. проф. образования / М. И. Башмаков. - 5-е изд., испр. - Москва : Академия, 2012. - 251 с. : ил. - (Начальное и среднее

профессиональное образование. Общеобразовательные дисциплины). - ISBN 978-5-7695-9121-1 : 290-40.

2. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия 10 - 11 ОАО "Издательство" Просвещение" 2014г..403с. www.prosv.ru/umk/10-11.

Тема 5.6 Взаимное расположение двух плоскостей. Угол между плоскостями

№20. Решение задач по теме: «Двугранный угол»

Цель: закрепить навыки решения задач по данной теме.

Оснащение: данные методические указания.

Задание: Решить предложенные задачи:

Задача 1.

Точки A и B лежат на ребре данного двугранного угла, равного 120° .
Отрезки AC и BD проведены в разных гранях и перпендикулярны к ребру двугранного угла.

Найдите отрезок CD , если $AB = AC = BD = a$.

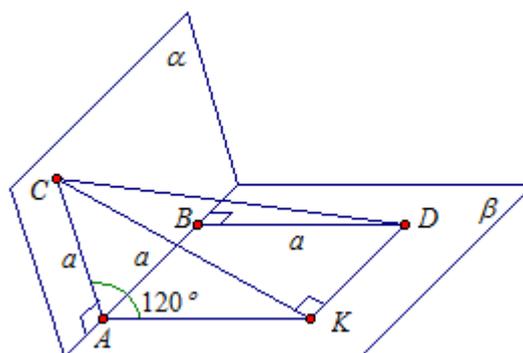
Дано: $\angle CABD = 120^\circ$,

$AC \perp AB$, $AC \subset \alpha$,

$BD \perp AB$, $BD \subset \beta$,

$AB = AC = BD = a$.

Найти: CD



Задача 2.

Найдите двугранный угол $ABCD$ тетраэдра $ABCD$, если углы DAB , DAC и ACB прямые, $AC = CB$

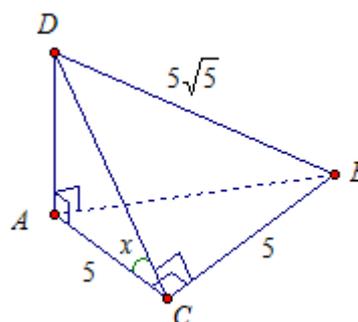
$= 5$ $DB = 5\sqrt{5}$.

Дано: $ABCD$ – тетраэдр.

$\angle DAB = \angle DAC = \angle ACB = 90^\circ$.

$AC = CB = 5$, $DB = 5\sqrt{5}$.

Найти: $\angle (ABCD)$



Порядок выполнения задания.

1. Повторить теоретические вопросы по данной теме, используя конспект лекций, рекомендованную литературу.
2. Рассмотреть образцы решения задач.
3. Самостоятельно выполнить задание по вариантам.

Вопросы для изучения:

Понятие двугранного угла, угол между плоскостями.

Форма контроля – проверка преподавателем решений заданий.

Вопросы для самоконтроля.

1. Понятие двугранного угла
2. Угол между плоскостями.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков, М. И. Математика : учебник для нач. и сред. проф. образования / М. И. Башмаков. - 5-е изд., испр. - Москва : Академия, 2012. - 251 с. : ил. - (Начальное и среднее профессиональное образование. Общеобразовательные дисциплины). - ISBN 978-5-7695-9121-1 : 290-40.
2. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия 10 - 11 ОАО "Издательство" Просвещение" 2014г..403с. www.prosv.ru/umk/10-11.

Тема 5.7 Параллельность и перпендикулярность плоскостей

№21. Составление опорного конспекта в виде таблицы по теме: «Прямые и плоскости в пространстве».

Цель: обобщить и систематизировать теоретический материал по разделу «Прямые и плоскости в пространстве».

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание: Заполнить таблицу «Прямые и плоскости в пространстве».

	Закончить предложения или ответить на вопросы:	чертежи
1	Аксиомы стереометрии:	
2	Существует 3 случая расположения прямых в пространстве:	
3	Две прямые в пространстве параллельны, если...	
4	Две прямые пересекаются, если...	
5	Две прямые скрещиваются, если...	
6	Признак скрещивающихся прямых:	
7	Существует 3 случая расположения прямой и плоскости:	
8	Прямая и плоскость пересекаются, если..	
9	Прямая и плоскость параллельны, если...	
10	Прямая лежит в плоскости, если...	
11	Признак параллельности прямой и плоскости:	
12	Существует 2 случая расположения двух плоскостей:	
13	Плоскости пересекаются, если...	
14	Плоскости параллельны, если...	
15	Признак параллельности двух плоскостей:	
16	Свойства параллельных плоскостей:	
17	Две прямые в пространстве перпендикулярны, если...	

18	Прямая и плоскость перпендикулярны, если...		
19	Признак перпендикулярности прямой и плоскости:		
20	Признак перпендикулярности двух плоскостей:		
21	Две плоскости перпендикулярны, если...		
22	Сформулируйте понятия: 1)Перпендикуляр – это... 2)Наклонная – это... 3)Проекция – это...		
23	Теорема о трех перпендикулярах:		
24	Угол между прямой и плоскостью это...		
25	Двугранный угол – это...		

Порядок выполнения задания.

1. Повторить теоретические вопросы по данной теме, используя конспект лекций, рекомендованную литературу.
2. Заполнить таблицу, выполняя чертежи. На чертежах обозначить и подписать точки, прямые, углы.

Вопросы для изучения:

Аксиомы стереометрии, взаимное расположение прямой и плоскости, двух прямых, двух плоскостей, перпендикуляр и наклонная, теорема о трех перпендикулярах, угол между прямой и плоскостью, двугранный угол.

Форма контроля – проверка преподавателем заполненной таблицы..

Вопросы для самоконтроля:

1. Аксиомы стереометрии,
2. Взаимное расположение прямой и плоскости, двух прямых, двух плоскостей,
3. Перпендикуляр и наклонная
4. Теорема о трех перпендикулярах
5. Угол между прямой и плоскостью
6. Двугранный угол.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков, М. И. Математика : учебник для нач. и сред. проф. образования / М. И. Башмаков. - 5-е изд., испр. - Москва : Академия, 2012. - 251 с. : ил. - (Начальное и среднее профессиональное образование. Общеобразовательные дисциплины). - ISBN 978-5-7695-9121-1 : 290-40.
2. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия 10 - 11 ОАО "Издательство" Просвещение" 2014г..403с. www.prosv.ru/umk/10-11

РАЗДЕЛ 6. ВЕКТОРЫ И КООРДИНАТЫ

Тема 6.1 Векторы на плоскости и в пространстве

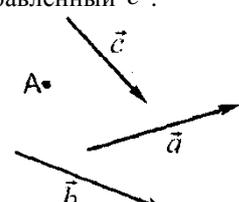
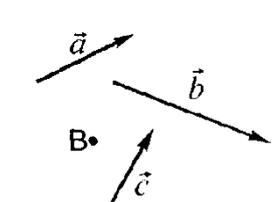
№22. Решение задач по теме «Векторы»

Цель: закрепить навыки решения задач по данной теме.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание:

1. Выполните задания по теме: «Векторы» по вариантам

Вариант 1	Вариант 2
<p>1. От точки А отложите вектор: а) равный \vec{a} ; б) сонаправленный \vec{b} ; в) противоположно направленный \vec{c} .</p> 	<p>1. От точки В отложите вектор: а) равный \vec{a} ; б) сонаправленный \vec{b} ; в) противоположно направленный \vec{c} .</p> 
<p>2. ABCD – ромб. Равны ли векторы: а) \vec{AB} и \vec{DC} ____; б) \vec{DA} и \vec{BC} ____; в) \vec{AB} и \vec{AD} ____.</p>	<p>2. ABCD – квадрат. Равны ли векторы: а) \vec{BA} и \vec{DC} ____; б) \vec{DA} и \vec{BC} ____; в) \vec{DC} и \vec{DA} ____.</p>
<p>3. Начертите два неколлинеарных вектора \vec{a} и \vec{b} . Постройте вектор $\frac{1}{3}\vec{b} - 2\vec{a}$.</p>	<p>3. Начертите два неколлинеарных вектора \vec{a} и \vec{b} . Постройте вектор $3\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}$.</p>
<p>4. В параллелограмме ABCD на стороне АВ отмечена точка К так, что АК:КВ=2:1, О – точка пересечения диагоналей. Выразите векторы \vec{OC} и \vec{CK} через векторы $\vec{a} = \vec{NB}$ и $\vec{b} = \vec{ND}$.</p>	<p>4. В параллелограмме ABCD на стороне ВС отмечена точка Р так, что ВР:РС=3:1, О – точка пересечения диагоналей. Выразите векторы \vec{AO} и \vec{PA} через векторы $\vec{a} = \vec{AB}$ и $\vec{b} = \vec{AD}$.</p>
<p>5. Чему равны координаты вектора $\vec{a} = \vec{i} - 3\vec{j}$ 1) $\vec{a}\{0;-3\}$ 2) $\vec{a}\{1;-3\}$ 3) $\vec{a}\{-3;1\}$</p>	<p>5. Чему равны координаты вектора $\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j}$ 1) $\vec{a}\{-2;0\}$ 2) $\vec{a}\{-2;-1\}$ 3) $\vec{a}\{-2;1\}$</p>
<p>6. Запишите разложение вектора $\vec{d}\{-4;2\}$ по координатным векторам \vec{i} и \vec{j} . _____</p>	<p>6. Запишите разложение вектора $\vec{c}\{4;-2\}$ по координатным векторам \vec{i} и \vec{j} . _____</p>
<p>7. Даны два вектора $\vec{a}\{-2;3\}, \vec{b}\{1;1\}$: 1) найдите координаты вектора $\vec{a} + \vec{b}$ _____ 2) будут ли коллинеарными векторы $\vec{a} + \vec{b}$ и $\vec{c}\{-2;8\}$ _____</p>	<p>7. Даны два вектора $\vec{a}\{-3;4\}, \vec{b}\{1;2\}$: 1) найдите координаты вектора $\vec{a} - \vec{b}$ _____ 2) будут ли коллинеарными векторы $\vec{a} - \vec{b}$ и $\vec{c}\{4;-2\}$ _____</p>
<p>8. Найдите координаты вектора $\vec{c} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$, если $\vec{a}\{-1;3\}, \vec{b}\{2;7\}$. _____</p>	<p>8. Найдите координаты вектора $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$, если $\vec{a}\{-2;1\}, \vec{b}\{1;3\}$. _____</p>

Порядок выполнения задания.

1. Повторить теоретические вопросы по данной теме, используя конспект лекций, рекомендованную литературу.
2. Рассмотреть образцы решения задач.
3. Самостоятельно выполнить задание по вариантам.

Вопросы для изучения:

Вектор. Действия над векторами. Коллинеарность векторов. Разложение вектора.

Форма контроля – проверка преподавателем решений заданий.

Вопросы для самоконтроля.

1. Вектор.
2. Действия над векторами.
3. Коллинеарность векторов.
4. Разложение вектора.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков, М. И. Математика : учебник для нач. и сред. проф. образования / М. И. Башмаков. - 5-е изд., испр. - Москва : Академия, 2012. - 251 с. : ил. - (Начальное и среднее профессиональное образование. Общеобразовательные дисциплины). - ISBN 978-5-7695-9121-1 : 290-40.
2. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия 10 - 11 ОАО "Издательство" Просвещение" 2014г..403с. www.prosv.ru/umk/10-11

Тема 6.2 Прямоугольная декартова система координат на плоскости и в пространстве. Действия над векторами, заданными координатами.

№23. Составление опорного конспекта в виде таблицы по теме: «Координаты и векторы».

Цель: обобщить и систематизировать материал по данной теме.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание: Заполнить таблицу «Координаты и векторы». Задание одинаково для всех вариантов. Примеры и их решения должны быть индивидуальными.

Понятия	Теоретические сведения, формулы	Пример, решение
Понятие вектора		
Правила действий над векторами		
Компланарные векторы		
Координаты точки и координаты вектора в пространстве.		
Скалярное произведение векторов.		
Угол между векторами		
Координаты середины отрезка		
Расстояние между двумя точками		

Порядок выполнения задания.

1. Повторить теоретические вопросы по данной теме, используя конспект лекций, рекомендованную литературу.
2. Заполнить таблицу. Примеры и их решения должны быть индивидуальными.

Вопросы для изучения:

Понятие вектора, правила действий над векторами, координаты точки и координаты вектора, скалярное произведение векторов, угол между векторами, координаты середины отрезка, расстояние между точками.

Форма контроля – проверка преподавателем решений заданий.

Вопросы для самоконтроля.

1. Понятие вектора
2. Правила действий над векторами
3. Координаты точки и координаты вектора
4. Скалярное произведение векторов.
5. Угол между векторами
6. Координаты середины отрезка
7. Расстояние между точками.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков, М. И. Математика : учебник для нач. и сред. проф. образования / М. И. Башмаков. - 5-е изд., испр. - Москва : Академия, 2012. - 251 с. : ил. - (Начальное и среднее профессиональное образование. Общеобразовательные дисциплины). - ISBN 978-5-7695-9121-1 : 290-40.

2. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия 10 - 11 ОАО "Издательство" Просвещение" 2014г..403с. www.prosv.ru/umk/10-11

РАЗДЕЛ 8. УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА.

Тема 8.1. Равносильность уравнений, неравенств и систем.

№24. Решение заданий по теме «Решение неравенств методом интервалов»

Цель: закрепить навык решения неравенств методом интервалов.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание: решить предложенные задания по вариантам.

<u>Метод интервалов. В. 1.</u>	<u>Метод интервалов. В. 2.</u>	<u>Метод интервалов. В. 3.</u>	<u>Метод интервалов. В. 4.</u>
1. Решить неравенство: а) $(x - 3)(x + 2) \leq 0$; б) $(x - 2)^3 x^2 (x + 1) > 0$; в) $\frac{x + 3}{x - 4} > 0$; г) $\frac{3x - 1}{x + 1} < 1$.	1. Решить неравенство: а) $(x - 2)(x + 5) \geq 0$; б) $(x - 3)^2 x^3 (x + 2) < 0$; в) $\frac{x + 2}{x - 3} < 0$; г) $\frac{2x + 3}{x - 3} > 1$.	1. Решить неравенство: а) $(x - 1)(x + 2) \leq 0$; б) $(x - 5)^3 x^4 (x + 1) > 0$; в) $\frac{x + 5}{x - 6} > 0$;г) $\frac{2x - 5}{3x - 1} < 2$.	1. Решить неравенство: а) $(x - 6)(x + 5) \geq 0$; б) $(x - 3)^4 x^3 (x + 4) < 0$; в) $\frac{x + 4}{x - 5} < 0$; г) $\frac{3x - 1}{2x - 5} > 2$.
2. Пусть $f(x) = x^2(x - 3)$. Найдите те значения x , для которых: а) $f(x) > 0$; б) $f(x) < 0$; в) $f(x) \geq 0$; г) $f(x) \leq 0$.	2. Пусть $f(x) = x(x + 2)^2$. Найдите те значения x , для которых: а) $f(x) > 0$; б) $f(x) < 0$; в) $f(x) \geq 0$; г) $f(x) \leq 0$.	2. Пусть $f(x) = 2x(x + 3)^2$. Найдите те значения x , для которых: а) $f(x) > 0$; б) $f(x) < 0$; в) $f(x) \geq 0$; г) $f(x) \leq 0$.	2. Пусть $f(x) = 7x^2(x - 2)$. Найдите те значения x , для которых: а) $f(x) > 0$; б) $f(x) < 0$; в) $f(x) \geq 0$; г) $f(x) \leq 0$.
3. Решить неравенство:	3. Решить неравенство:	3. Решить неравенство:	3. Решить неравенство:

<p>a) $\frac{x^2 - 2x - 3}{x} < 0$</p> <p>б) $\frac{x-5}{x+4} \geq \frac{2x-4}{x+5}$</p> <p>4. Найдите область допустимых значений функции:</p> <p>a) $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x-7}}$;</p> <p>б) $f(x) = \sqrt{9x - x^3}$</p> <p>в) $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x-7}} - 3\sqrt{9x - x^3}$</p> <p>5. Пусть $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$.</p> <p>Найдите все x, удовлетворяющ. условию:</p> <p>а) $f(x) > 0$; б) $f(x) < 0$; в) $f(x) = 0$;</p>	<p>a) $\frac{x^2 + 3x - 4}{x} > 0$;</p> <p>б) $\frac{x-3}{x+6} \leq \frac{2x}{x+7}$</p> <p>4. Найдите область допустимых значений функции:</p> <p>a) $f(x) = \sqrt{\frac{x+5}{x}}$;</p> <p>б) $f(x) = \sqrt{2x^3 - 8x}$;</p> <p>в) $f(x) = \sqrt{\frac{x+5}{x}} + 2\sqrt{2x^3 - 8x}$.</p> <p>5. Пусть $f(x) = \frac{4x^2 + 1}{x}$.</p> <p>Найдите все x, удовлетворяющие условию:</p> <p>а) $f(x) > 0$; б) $f(x) < 0$; в) $f(x) = 0$;</p>	<p>a) $\frac{x}{x^2 - 2x - 3} \leq 0$</p> <p>б) $\frac{x+4}{x-5} > \frac{x+5}{2x-4}$.</p> <p>4. Найдите область допустимых значений функции:</p> <p>a) $f(x) = \sqrt{\frac{x-7}{x}}$;</p> <p>б) $f(x) = \sqrt{5x - x^3}$</p> <p>в) $f(x) = \sqrt{\frac{x-7}{x}} - 2\sqrt{5x - x^3}$</p> <p>5. Пусть $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$.</p> <p>Найдите все x, удовлетворяющ. условию:</p> <p>а) $f(x) > 0$; б) $f(x) < 0$; в) $f(x) = 0$;</p>	<p>a) $\frac{x}{x^2 + 3x - 4} \geq 0$</p> <p>б) $\frac{x+6}{x-3} < \frac{2x-4}{x+5}$</p> <p>4. Найдите область допустимых значений функции:</p> <p>a) $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x+5}}$</p> <p>б) $f(x) = \sqrt{3x^3 - 27x}$</p> <p>в) $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x+5}} - 7\sqrt{3x^3 - 27x}$</p> <p>5. Пусть $f(x) = \frac{4x^2 - 1}{x}$</p> <p>Найдите все x, удовлетворяющие условию:</p> <p>а) $f(x) > 0$; б) $f(x) < 0$; в) $f(x) = 0$.</p>
<p>Метод интервалов. В. 5.</p> <p>2. Решить неравенство:</p> <p>а) $(x-5)(x+1) \leq 0$;</p> <p>б) $(x-1)^3 x^2 (x-2) > 0$;</p> <p>в) $\frac{x+4}{x-3} > 0$;</p> <p>г) $\frac{3x-2}{x-1} < 1$.</p> <p>2. Пусть $f(x) = (x-1)^2(x+3)$. Найдите те значения x, для которых: а) $f(x) > 0$; б) $f(x) < 0$; в) $f(x) \geq 0$; г) $f(x) \leq 0$.</p> <p>3. Решить неравенство:</p> <p>a) $\frac{x^2 - 6x + 5}{x} < 0$</p> <p>б) $\frac{x-5}{x+4} \geq \frac{2x-4}{x+5}$</p> <p>4. Найдите область допустимых значений функции:</p> <p>a) $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x+3}}$;</p> <p>б) $f(x) = \sqrt{8x - 2x^3}$</p> <p>в) $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x-7}} - 3\sqrt{9x - x^3}$</p> <p>5. Пусть $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$.</p> <p>Найдите все x, удовлетворяющ. условию:</p> <p>а) $f(x) > 0$; б) $f(x) < 0$; в) $f(x) = 0$.</p>	<p>Метод интервалов. В. 6.</p> <p>2. Решить неравенство:</p> <p>а) $(x-2)(x+3) \geq 0$;</p> <p>б) $(x-2)^2 x^3 (x+1) < 0$;</p> <p>в) $\frac{x+1}{x-2} < 0$;</p> <p>г) $\frac{2x+2}{x-1} > 2$.</p> <p>2. Пусть $f(x) = (x-1)(x-2)^2$. Найдите те значения x, для которых: а) $f(x) > 0$; б) $f(x) < 0$; в) $f(x) \geq 0$; г) $f(x) \leq 0$.</p> <p>3. Решить неравенство:</p> <p>a) $\frac{x^2 - 3x + 2}{x} > 0$;</p> <p>б) $\frac{x-3}{x+6} \leq \frac{2x}{x+7}$</p> <p>4. Найдите область допустимых значений функции:</p> <p>a) $f(x) = \sqrt{\frac{x-4}{x}}$;</p> <p>б) $f(x) = \sqrt{x^3 - 9x}$;</p> <p>в) $f(x) = \sqrt{\frac{x+5}{x}} + 2\sqrt{2x^3 - 8x}$.</p> <p>5. Пусть $f(x) = \frac{4x^2 + 1}{x}$.</p> <p>Найдите все x, удовлетворяющ. условию:</p> <p>а) $f(x) > 0$; б) $f(x) < 0$; в) $f(x) = 0$.</p>	<p>Метод интервалов. В. 7.</p> <p>1. Решить неравенство:</p> <p>а) $(x-2)(x+3) \leq 0$;</p> <p>б) $(x-4)^3 x^4 (x+3) > 0$;</p> <p>в) $\frac{x+7}{x-1} > 0$;</p> <p>г) $\frac{2x-4}{3x-2} < 3$.</p> <p>2. Пусть $f(x) = 2x(x-3)^2$. Найдите те значения x, для которых: а) $f(x) > 0$; б) $f(x) < 0$; в) $f(x) \geq 0$; г) $f(x) \leq 0$.</p> <p>3. Решить неравенство:</p> <p>a) $\frac{x}{x^2 - 4x + 3} \leq 0$</p> <p>б) $\frac{x+4}{x-5} > \frac{x+5}{2x-4}$.</p> <p>4. Найдите область допустимых значений функции:</p> <p>a) $f(x) = \sqrt{\frac{x-2}{x}}$;</p> <p>б) $f(x) = \sqrt{5x + 10x^3}$</p> <p>в) $f(x) = \sqrt{\frac{x-7}{x}} - 2\sqrt{5x - x^3}$</p> <p>5. Пусть $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$.</p> <p>Найдите все x, удовлетворяющ. условию:</p> <p>а) $f(x) > 0$; б) $f(x) < 0$; в) $f(x) = 0$.</p>	<p>Метод интервалов. В. 8.</p> <p>2. Решить неравенство:</p> <p>а) $(x-1)(x+5) \geq 0$;</p> <p>б) $(x-2)^4 x^3 (x+3) < 0$;</p> <p>в) $\frac{x+3}{x-4} < 0$;</p> <p>г) $\frac{3x-2}{2x-3} > 2$.</p> <p>2. Пусть $f(x) = 7(x-1)^2(x+72)$. Найдите те значения x, для которых: а) $f(x) > 0$; б) $f(x) < 0$; в) $f(x) \geq 0$; г) $f(x) \leq 0$.</p> <p>3. Решить неравенство:</p> <p>a) $\frac{x}{x^2 - 5x + 4} \geq 0$</p> <p>б) $\frac{x+6}{x-3} < \frac{2x-4}{x+5}$</p> <p>4. Найдите область допустимых значений функции:</p> <p>a) $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x+4}}$</p> <p>б) $f(x) = \sqrt{3x^3 + x}$</p> <p>в) $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x+5}} - 7\sqrt{3x^3 - 27x}$</p> <p>5. Пусть $f(x) = \frac{4x^2 - 1}{x}$</p> <p>Найдите все x, удовлетворяющ. условию:</p> <p>а) $f(x) > 0$; б) $f(x) < 0$; в) $f(x) = 0$.</p>

1. Повторить теоретические вопросы по данной теме, используя конспект лекций, рекомендованную литературу.
2. Рассмотреть образцы решения задач.
3. Самостоятельно выполнить задание по вариантам.

Вопросы для изучения:

Алгоритм решения неравенств методом интервалов.

Форма контроля – проверка преподавателем решений заданий.

Вопросы для самоконтроля.

Алгоритм решения неравенств методом интервалов.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков, М. И. Математика : учебник для нач. и сред. проф. образования / М. И. Башмаков. - 5-е изд., испр. - Москва : Академия, 2012. - 251 с. : ил. - (Начальное и среднее профессиональное образование. Общеобразовательные дисциплины). - ISBN 978-5-7695-9121-1 : 290-40.
2. Алимов Ш. А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.
3. Колягин Ю.М., Ткачева М. В, Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.
4. Колягин Ю.М., Ткачева М. В., Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 11 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.
5. Мордкович А. Г. И др. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч. Ч.1. Учебник (базовый уровень). 14-е изд., стер.- М.:2013.

Тема 8.2. Иррациональные уравнения, системы, неравенства.

№25. Решение заданий по теме «Иррациональные неравенства»

Цель: закрепить навык решения иррациональных уравнений.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание: решить иррациональные неравенства по вариантам.

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
-----------	-----------	-----------	-----------

1. $\sqrt{3x-5} < 5$ 2. $\sqrt{2x-3} < -2$ 3. $\sqrt{\frac{5-2x}{x-1}} > -3$ 4. $\sqrt{x^2-6x+5} \geq -1$ 5. $\sqrt{7-3x} > 5$ 6. $\sqrt{x+2} > \sqrt{4-x}$ 7. $\sqrt{3x+1} \leq x+1$ 8.* $\sqrt{5x+11} > x+3$	1. $\sqrt{4x-5} < 3$ 2. $\sqrt{3x-2} < -2$ 3. $\sqrt{\frac{4-2x}{2x-1}} > -2$ 4. $\sqrt{x^2-5x+4} \geq -2$ 5. $\sqrt{4-3x} > 4$ 6. $\sqrt{2x+2} > \sqrt{5-x}$ 7. $\sqrt{x+1} \leq x-1$ 8.* $\sqrt{3x-2} > x-2$	1. $\sqrt{2x-5} < 3$ 2. $\sqrt{x-3} < -2$ 3. $\sqrt{\frac{3+2x}{x-1}} > -3$ 4. $\sqrt{x^2-4x+3} \geq -3$ 5. $\sqrt{5-3x} > 5$ 6. $\sqrt{2x+3} > \sqrt{3-x}$ 7. $\sqrt{2x+1} \leq x+1$ 8.* $\sqrt{1-x} > x+1$	1. $\sqrt{2x-7} < 1$ 2. $\sqrt{2x-5} < -1$ 3. $\sqrt{\frac{7-2x}{2x-1}} > -3$ 4. $\sqrt{x^2-3x+2} \geq -4$ 5. $\sqrt{5-2x} > 1$ 6. $\sqrt{2x-8} \leq \sqrt{6x+13}$ 7. $\sqrt{x-2} \leq x-2$ 8.* $\sqrt{4+x} > x+4$
Вариант 5 1. $\sqrt{2x-9} < 1$ 2. $\sqrt{x-5} < -1$ 3. $\sqrt{\frac{6-2x}{2x-4}} > -3$ 4. $\sqrt{2x^2-10x+5} \geq -5$ 5. $\sqrt{1-3x} > 1$ 6. $\sqrt{2x+3} \geq \sqrt{x+11}$ 7. $\sqrt{2x-1} \leq x-2$ 8.* $\sqrt{3+x} > x+1$	Вариант 6 1. $\sqrt{2x+10} < 2$ 2. $\sqrt{2x-7} < -2$ 3. $\sqrt{\frac{7-2x}{x-1}} > -4$ 4. $\sqrt{2x^2-7x+3} \geq -6$ 5. $\sqrt{2-3x} > 2$ 6. $\sqrt{3x+4} \geq \sqrt{1-2x}$ 7. $\sqrt{x+18} < 2-x$ 8.* $\sqrt{15+x^2+8x} > x+5$	Вариант 7 1. $\sqrt{5x+1} < 3$ 2. $\sqrt{2x-7,5} < -2$ 3. $\sqrt{\frac{8-4x}{2x+1}} > -5$ 4. $\sqrt{2x^2-9x+4} \geq -7$ 5. $\sqrt{3-3x} > 3$ 6. $\sqrt{6x-1} \leq \sqrt{9-x}$ 7. $\sqrt{2x^2+x} < 1+2x$ 8.* $\sqrt{x+61} > x+5$	Вариант 8 1. $\sqrt{2x+1} < 3$ 2. $\sqrt{3x-7,5} < -2$ 3. $\sqrt{\frac{10-4x}{2x-1}} > -6$ 4. $\sqrt{2x^2-5x+2} \geq -8$ 5. $\sqrt{1-3x} > 4$ 6. $\sqrt{3-x} < \sqrt{3x-5}$ 7. $\sqrt{x-3} < x-5$ 8.* $\sqrt{x+46} > x+4$
Вариант 9 1. $\sqrt{2x+3} < 4$ 2. $\sqrt{5x-7,5} < -3$ 3. $\sqrt{\frac{9-2x}{4x-1}} > -7$ 4. $\sqrt{2x^2-3x+1} \geq -9$ 5. $\sqrt{1-4x} > 5$ 6. $\sqrt{3+10x} < \sqrt{14-x}$ 7. $\sqrt{x+8} < x+2$ 8.* $\sqrt{x-3} > x-4$	Вариант 10 1. $\sqrt{3x-3} < 5$ 2. $\sqrt{x-7,5} < -4$ 3. $\sqrt{\frac{1-2x}{x-3}} > -7$ 4. $\sqrt{x^2-5x+6} \geq -11$ 5. $\sqrt{2+4x} > 5$ 6. $\sqrt{3+x} < \sqrt{1-x}$ 7. $\sqrt{2x+9} < 3-x$ 8.* $\sqrt{2x+1} > 1-x$	Вариант 11 1. $\sqrt{2x-1} < 6$ 2. $\sqrt{11x-5,5} < -4$ 3. $\sqrt{\frac{3-2x}{x-4}} > -8$ 4. $\sqrt{x^2-6x+8} \geq -10$ 5. $\sqrt{1-4x} > 5$ 6. $\sqrt{3x+1} > \sqrt{2-x}$ 7. $\sqrt{x+3} < x+1$ 8.* $\sqrt{x^2+4x} > 2-x$	Вариант 12 1. $\sqrt{2x-5} < 7$ 2. $\sqrt{21x-5} < -4$ 3. $\sqrt{\frac{7-2x}{x+4}} > -9$ 4. $\sqrt{x^2-7x+10} \geq -12$ 5. $\sqrt{3-4x} > 6$ 6. $\sqrt{2x+1} > \sqrt{3-x}$ 7. $\sqrt{x^2-1} < 5-x$ 8.* $\sqrt{x^2-3x-10} > x-2$
Вариант 13	Вариант 14	Вариант 15	Вариант 16

1. $\sqrt{4x-5} < 8$ 2. $\sqrt{21x^2-5x} < -4$ 3. $\sqrt{\frac{8-2x}{x+2}} > -10$ 4. $\sqrt{x^2-8x+12} \geq -13$ 5. $\sqrt{13-4x} > 7$ 6. $\sqrt{32x+1} > \sqrt{6-x}$ 7. $\sqrt{3x-x^2} < 4-x$ 8.* $\sqrt{x^2-6x+8} > 3x-4$	1. $\sqrt{3x-1} < 8$ 2. $\sqrt{2x^2-2x} < -5$ 3. $\sqrt{\frac{10-2x}{x+2}} > -11$ 4. $\sqrt{x^2-4x-5} \geq -14$ 5. $\sqrt{10-3x} > 8$ 6. $\sqrt{3x-2} > \sqrt{4-x}$ 7. $\sqrt{10x-1} < 5x-1$ 8.* $\sqrt{2x^2-3x} > 3x-6$	1. $\sqrt{4x-3} < 2$ 2. $\sqrt{2x^2-2} < -6$ 3. $\sqrt{\frac{12-4x}{x+1}} > -12$ 4. $\sqrt{x^2-3x-4} \geq -15$ 5. $\sqrt{10-2x} > 9$ 6. $\sqrt{3x-10} > \sqrt{6-x}$ 7. $\sqrt{-3x-10+x^2} < 8-x$ 8.* $\sqrt{x^2+5x-24} > x-1$	1. $\sqrt{8x-3} < 3$ 2. $\sqrt{2x^2+4} < -7$ 3. $\sqrt{\frac{15+3x}{x-2}} > -13$ 4. $\sqrt{x^2-2x-3} \geq -16$ 5. $\sqrt{11-3x} > 10$ 6. $\sqrt{2x-5} > \sqrt{6-2x}$ 7. $\sqrt{(x-6)(1-x)} < 3+2x$ 8.* $\sqrt{3x^2+13} > 2x-1$
Вариант 17 1. $\sqrt{8x-3} < 3$ 2. $\sqrt{2x^2+4} < -7$ 3. $\sqrt{\frac{15+3x}{x-2}} > -13$ 4. $\sqrt{x^2-2x-3} \geq -16$ 5. $\sqrt{11-3x} > 10$ 6. $\sqrt{2x-5} > \sqrt{6-2x}$ 7. $\sqrt{(x-6)(1-x)} < 3+2x$ 8.* $\sqrt{3x^2+13} > 2x-1$	Вариант 18 1. $\sqrt{10x-2} < 4$ 2. $\sqrt{2x^2-4} < -8$ 3. $\sqrt{\frac{15-3x}{x+2}} > -14$ 4. $\sqrt{x^2-x-6} \geq -18$ 5. $\sqrt{10+2x} > 11$ 6. $\sqrt{4x-5} > \sqrt{2-3x}$ 7. $\sqrt{9x-20} < x$ 8.* $\sqrt{x^2+4x-5} > x-3$	Вариант 19 1. $\sqrt{10x+5} < 5$ 2. $\sqrt{x^2-4} < -8$ 3. $\sqrt{\frac{5-2x}{x+1}} > -15$ 4. $\sqrt{x^2-2x-8} \geq -19$ 5. $\sqrt{2-2x} > 10$ 6. $\sqrt{2x-3} > \sqrt{2-x}$ 7. $\sqrt{2x+7} < x+2$ 8.* $\sqrt{x^2+x-12} > 6-x$	Вариант 20 1. $\sqrt{2x+5} < 5$ 2. $\sqrt{2x^2+4} < -8$ 3. $\sqrt{\frac{10-2x}{x+2}} > -16$ 4. $\sqrt{x^2-3x-10} \geq -20$ 5. $\sqrt{7-2x} > 9$ 6. $\sqrt{8x+3} > \sqrt{1-2x}$ 7. $\sqrt{x+5} < 1-x$ 8.* $\sqrt{x^2-1} > x-3$
Вариант 21 1. $\sqrt{2x-3} < 5$ 2. $\sqrt{x^2+4} < -8$ 3. $\sqrt{\frac{14-2x}{x+2}} > -17$ 4. $\sqrt{x^2-4x-12} \geq -2$ 5. $\sqrt{2-10x} > 9$ 6. $\sqrt{5x+7} > \sqrt{2-3x}$ 7. $\sqrt{2x-1} < x+2$ 8.* $\sqrt{2x-3} > x+3$	Вариант 22 1. $\sqrt{4x-3} < 5$ 2. $\sqrt{x+4} < -0,8$ 3. $\sqrt{\frac{8-2x}{x+2,5}} > -8$ 4. $\sqrt{2x^2-9x-5} \geq -3$ 5. $\sqrt{2-5x} > 8$ 6. $\sqrt{2x-3} > \sqrt{1-x}$ 7. $\sqrt{2x+10} < 3x-5$ 8.* $\sqrt{x^2+5x+6} > 2x+3$	Вариант 23 1. $\sqrt{5x-4} < 4$ 2. $\sqrt{2x+4} < -0,7$ 3. $\sqrt{\frac{6-2x}{x+0,5}} > -7$ 4. $\sqrt{2x^2-7x-4} \geq -5$ 5. $\sqrt{1-5x} > 8$ 6. $\sqrt{3-7x} > \sqrt{6x-8}$ 7. $\sqrt{2x+9} < 3-x$ 8.* $\sqrt{x^2+3x} > 3-x$	Вариант 24 1. $\sqrt{4x-4} < 4$ 2. $\sqrt{6x+4} < -0,2$ 3. $\sqrt{\frac{6-x}{2x+0,5}} > -6$ 4. $\sqrt{2x^2-5x-3} \geq -4$ 5. $\sqrt{7-2x} > 7$ 6. $\sqrt{x+1} > \sqrt{x-2}$ 7. $\sqrt{3x+13} < x+1$ 8.* $\sqrt{x^2+6x+8} > 3x-4$

Порядок выполнения задания.

1. Повторить теоретические вопросы по данной теме, используя конспект лекций, рекомендованную литературу.
2. Рассмотреть образцы решения задач.
3. Самостоятельно выполнить задание по вариантам.

Форма контроля – проверка преподавателем решений заданий.

Вопросы для самоконтроля.

Методы решения иррациональных неравенств.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков, М. И. Математика : учебник для нач. и сред. проф. образования / М. И. Башмаков. - 5-е изд., испр. - Москва : Академия, 2012. - 251 с. : ил. - (Начальное и среднее профессиональное образование. Общеобразовательные дисциплины). - ISBN 978-5-7695-9121-1 : 290-40.

2. Алимов Ш. А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.

3. Колягин Ю.М., Ткачева М. В, Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.

4. Колягин Ю.М., Ткачева М. В., Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 11 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.

5. Мордкович А. Г. И др. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч. Ч.1. Учебник (базовый уровень). 14-е изд., стер.- М.:2013.

Тема 8.3. Показательные уравнения и системы, неравенства

№26. Решение заданий по теме «Показательные уравнения»

Цель: закрепить навык решения показательных уравнений.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание: решить показательные уравнения по вариантам.

Вариант 1 1. $26^{26-x} = 4$ 2. $8 = 4^{\frac{1}{26x+1}}$ 3. $\left(\frac{12}{41}\right)^{\frac{x}{26}+1} = \left(\frac{51}{41}\right)^{\frac{x}{26}+1}$ 4. $14^{26x} - 14^{26x-1} = 13$ 5. $\left(\frac{7}{8}\right)^{\frac{x-1}{2}} = \sqrt[26]{\frac{8}{7}}$ 6. $2^x + 2^{x-3} = 18$ 7. $4^x - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$	Вариант 2 1. $2^{2-x} = 4$ 2. $8 = 4^{\frac{1}{2x+1}}$ 3. $\left(\frac{12}{17}\right)^{\frac{x}{2}+1} = \left(\frac{5}{20}\right)^{\frac{x}{2}+1}$ 4. $2^{2x} - 2^{2x-1} = 1$ 5. $\left(\frac{38}{48}\right)^{\frac{x-1}{2}} = \sqrt{\frac{48}{38}}$ 6. $3^x + 4 \cdot 3^{x+1} = 13$ 7. $9^x + 3 \cdot 3^x - 18 = 0$	Вариант 3 1. $3^{x+3} = \frac{1}{9}$ 2. $4 = 2^{\frac{3x-1}{3x-2}}$ 3. $\left(\frac{7}{5}\right)^{3x-10} = \left(\frac{1}{4}\right)^{3x-10}$ 4. $6^{\frac{2x-1}{3}} + 6^{\frac{2x}{3}} = 7$ 5. $4^{x-1} = \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$ 6. $0,5^{3-2x} + 3 \cdot 0,25^{1-x} = 7$ 7. $9^x - 6 \cdot 3^x - 27 = 0$	Вариант 4 1. $2^{4-x} = 4$ 2. $8 = 4^{\frac{1}{4x+1}}$ 3. $\left(\frac{12}{17}\right)^{\frac{x}{4}+1} = \left(\frac{7}{22}\right)^{\frac{x}{4}+1}$ 4. $3^{4x} - 3^{4x-1} = 2$ 5. $\left(\frac{36}{46}\right)^{\frac{x-1}{2}} = \sqrt[4]{\frac{46}{36}}$ 6. $3 \cdot 2^{x+1} - 6 \cdot 2^{x-1} = 12$ 7. $9^x - 2 \cdot 3^x = 63$
Вариант 5	Вариант 6	Вариант 7	Вариант 8

<p>1. $3^{x+5} = \frac{1}{9}$</p> <p>2. $4 = 2^{\frac{5x-1}{5x-2}}$</p> <p>3. $\left(\frac{13}{5}\right)^{5x-10} = \left(\frac{1}{6}\right)^{5x-10}$</p> <p>4. $8^{\frac{2x}{5}-1} + 8^{\frac{2x}{5}} = 9$</p> <p>5. $6^{x-1} = \frac{1}{\sqrt[3]{6}}$</p> <p>6. $2 \cdot 3^{x-6} + 6 \cdot 9^{0,5x-2} = 56$</p> <p>7. $4^x - 14 \cdot 2^x - 32 = 0$</p>	<p>1. $2^{6-x} = 4$</p> <p>2. $8 = 4^{\frac{1}{6x+1}}$</p> <p>3. $\left(\frac{12}{21}\right)^{\frac{x}{6}+1} = \left(\frac{11}{24}\right)^{\frac{x}{6}+1}$</p> <p>4. $4^{6x} - 4^{6x-1} = 3$</p> <p>5. $\left(\frac{34}{44}\right)^{\frac{x-1}{2}} = \sqrt[6]{\frac{44}{34}}$</p> <p>6. $4 \cdot 9^{1,5x-1} - 27^{x-1} = 33$</p> <p>7. $4^x - 3 \cdot 2^x = 40$</p>	<p>1. $3^{x+7} = \frac{1}{9}$</p> <p>2. $4 = 2^{\frac{7x-1}{7x-2}}$</p> <p>3. $\left(\frac{19}{5}\right)^{7x-10} = \left(\frac{1}{8}\right)^{7x-10}$</p> <p>4. $10^{\frac{2x}{7}-1} + 10^{\frac{2x}{7}} = 11$</p> <p>5. $8^{x-1} = \frac{1}{\sqrt[7]{8}}$</p> <p>6. $5^x - 7 \cdot 5^{x-2} = 90$</p> <p>7. $4^{x^2+2} - 9 \cdot 2^{x^2+2} + 8 = 0$</p>	<p>1. $2^{8-x} = 4$</p> <p>2. $8 = 4^{\frac{1}{8x+1}}$</p> <p>3. $\left(\frac{12}{23}\right)^{\frac{x}{8}+1} = \left(\frac{15}{26}\right)^{\frac{x}{8}+1}$</p> <p>4. $5^{8x} - 5^{8x-1} = 4$</p> <p>5. $\left(\frac{32}{42}\right)^{\frac{x-1}{2}} = \sqrt[8]{\frac{42}{32}}$</p> <p>6. $5^{x+1} - 3 \cdot 5^{x-2} = 122$</p> <p>7. $4^x - 9 \cdot 2^x + 8 = 0$</p>
<p>Вариант 9</p> <p>1. $3^{x+9} = \frac{1}{9}$</p> <p>2. $4 = 2^{\frac{9x-1}{9x-2}}$</p> <p>3. $5^{9x-10} = \left(\frac{1}{10}\right)^{9x-10}$</p> <p>4. $12^{\frac{2x}{9}-1} + 12^{\frac{2x}{9}} = 13$</p> <p>5. $10^{x-1} = \frac{1}{\sqrt[9]{10}}$</p> <p>6. $3^{x+1} - 4 \cdot 3^{x-2} = 69$</p> <p>7. $5^{2x} - 4 \cdot 5^x - 5 = 0$</p>	<p>Вариант 10</p> <p>1. $2^{10-x} = 4$</p> <p>2. $8 = 4^{\frac{1}{10x+1}}$</p> <p>3. $\left(\frac{12}{25}\right)^{\frac{x}{10}+1} = \left(\frac{25}{26}\right)^{\frac{x}{10}+1}$</p> <p>4. $6^{10x} - 6^{10x-1} = 5$</p> <p>5. $\left(\frac{30}{40}\right)^{\frac{x-1}{2}} = \sqrt[10]{\frac{40}{30}}$</p> <p>6. $7 \cdot 5^x - 5^{x+1} = 2 \cdot 5^{-3}$</p> <p>7. $2^{2x+1} + 2^{x+2} = 16$</p>	<p>Вариант 11</p> <p>1. $3^{x+11} = \frac{1}{9}$</p> <p>2. $4 = 2^{\frac{11x-1}{11x-2}}$</p> <p>3. $\left(\frac{31}{5}\right)^{11x-10} = \left(\frac{1}{12}\right)^{11x-10}$</p> <p>4. $14^{\frac{2x}{11}-1} + 14^{\frac{2x}{11}} = 15$</p> <p>5. $12^{x-1} = \frac{1}{\sqrt[11]{12}}$</p> <p>6. $2^{x+3} - 5 \cdot 2^x = 3 \cdot 2^{-1}$</p> <p>7. $4^x + 2^{x+1} = 80$</p>	<p>Вариант 12</p> <p>1. $2^{12-x} = 4$</p> <p>2. $8 = 4^{\frac{1}{12x+1}}$</p> <p>3. $\left(\frac{12}{27}\right)^{\frac{x}{12}+1} = \left(\frac{23}{30}\right)^{\frac{x}{12}+1}$</p> <p>4. $7^{12x} - 7^{12x-1} = 6$</p> <p>5. $\left(\frac{28}{38}\right)^{\frac{x-1}{2}} = \sqrt[12]{\frac{38}{28}}$</p> <p>6. $7^{x+1} - 3 \cdot 7^x = 28$</p> <p>7. $2^{2x} + 4 \cdot 7^x = 5$</p>
<p>Вариант 13</p> <p>1. $3^{x+13} = \frac{1}{9}$</p> <p>2. $4 = 2^{\frac{13x-1}{13x-2}}$</p> <p>3. $\left(\frac{37}{5}\right)^{13x-10} = \left(\frac{1}{14}\right)^{13x-10}$</p> <p>4. $16^{\frac{2x}{13}-1} + 16^{\frac{2x}{13}} = 17$</p> <p>5. $14^{x-1} = \frac{1}{\sqrt[13]{14}}$</p> <p>6. $4^x + 4^{x-1} = 5$</p> <p>7. $4^x - 10 \cdot 2^{x-1} - 24 = 0$</p>	<p>Вариант 14</p> <p>1. $2^{14-x} = 4$</p> <p>2. $8 = 4^{\frac{1}{14x+1}}$</p> <p>3. $\left(\frac{12}{29}\right)^{\frac{x}{14}+1} = \left(\frac{27}{37}\right)^{\frac{x}{14}+1}$</p> <p>4. $8^{14x} - 8^{14x-1} = 7$</p> <p>5. $\left(\frac{26}{36}\right)^{\frac{x-1}{2}} = \sqrt[14]{\frac{36}{26}}$</p> <p>6. $3 \cdot 7^{x+1} + 5 \cdot 7^{x-1} = 152$</p> <p>7. $3^{x+2} + 9^{x+1} = 810$</p>	<p>Вариант 15</p> <p>1. $3^{x+15} = \frac{1}{9}$</p> <p>2. $4 = 2^{\frac{15x-1}{15x-2}}$</p> <p>3. $\left(\frac{43}{5}\right)^{15x-10} = \left(\frac{1}{16}\right)^{15x-10}$</p> <p>4. $18^{\frac{2x}{15}-1} + 18^{\frac{2x}{15}} = 19$</p> <p>5. $16^{x-1} = \frac{1}{\sqrt[15]{16}}$</p> <p>6. $3^{x+2} - 3^x = 72$</p> <p>7. $3^{2x} - 8 \cdot 3^x - 9 = 0$</p>	<p>Вариант 16</p> <p>1. $2^{16-x} = 4$</p> <p>2. $8 = 4^{\frac{1}{16x+1}}$</p> <p>3. $\left(\frac{12}{31}\right)^{\frac{x}{16}+1} = \left(\frac{31}{34}\right)^{\frac{x}{16}+1}$</p> <p>4. $9^{16x} - 9^{16x-1} = 8$</p> <p>5. $\left(\frac{24}{34}\right)^{\frac{x-1}{2}} = \sqrt[16]{\frac{34}{24}}$</p> <p>6. $2^{x+3} - 2^x = 112$</p> <p>7. $4^x + 2^{x+1} - 8 = 0$</p>
<p>Вариант 17</p>	<p>Вариант 18</p>	<p>Вариант 19</p>	<p>Вариант 20</p>

$1. 3^{x+17} = \frac{1}{9}$ $2. 4 = 2^{\frac{17x-1}{17x-2}}$ $3. \left(\frac{49}{5}\right)^{17x-10} = \left(\frac{1}{18}\right)^{17x-10}$ $4. 20^{\frac{2x}{17}-1} + 20^{\frac{2x}{17}} = 21$ $5. 18^{x-1} = \frac{1}{\sqrt[17]{18}}$ $6. 2^x - 2^{x-4} = 15$ $7. 2^{3-2x} - 3 \cdot 2^{1-x} + 1 = 0$	$1. 2^{18-x} = 4$ $2. 8 = 4^{\frac{1}{18x+1}}$ $3. \left(\frac{12}{33}\right)^{\frac{x}{18}+1} = \left(\frac{35}{36}\right)^{\frac{x}{18}+1}$ $4. 3^{2x+3} + 3 \cdot 3^{2x} = 30$ $5. \left(\frac{22}{32}\right)^{\frac{x-1}{2}} = \sqrt[18]{\frac{32}{22}}$ $6. 3^{2x+3} + 3 \cdot 3^{2x} = 30$ $7. 2 \cdot 2^{2x} - 3 \cdot 2^x - 2 = 0$	$1. 3^{x+19} = \frac{1}{9}$ $2. 4 = 2^{\frac{19x-1}{19x-2}}$ $3. 11^{19x-10} = \left(\frac{1}{20}\right)^{19x-10}$ $4. 22^{\frac{2x}{19}-1} + 22^{\frac{2x}{19}} = 23$ $5. 20^{x-1} = \frac{1}{\sqrt[19]{20}}$ $6. 7 \cdot 5^x - 5^{x+2} = -450$ $7. 2 \cdot 9^x - 3^{x+1} - 9 = 0$	$1. 2^{20-x} = 4$ $2. 8 = 4^{\frac{1}{20x+1}}$ $3. \left(\frac{12}{35}\right)^{\frac{x}{20}+1} = \left(\frac{39}{38}\right)^{\frac{x}{20}+1}$ $4. 11^{20x} - 11^{20x-1} = 10$ $5. \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{x-1}{2}} = 20\sqrt{\frac{3}{2}}$ $6. 7^{5x} - 7^{5x-1} = 6$ $7. 5^{2x-1} + 5^{x+1} = 250$
Вариант 21 $1. 3^{x+21} = \frac{1}{9}$ $2. 4 = 2^{\frac{21x-1}{21x-2}}$ $3. \left(\frac{61}{5}\right)^{21x-10} = \left(\frac{1}{22}\right)^{21x-10}$ $4. 24^{\frac{2x}{21}-1} + 24^{\frac{2x}{21}} = 25$ $5. 22^{x-1} = \frac{1}{\sqrt[21]{22}}$ $6. 3^{5x-4} + 3^{5x} = 82$ $7. 3 \cdot 25^x - 14 \cdot 5^x - 5 = 0$	Вариант 22 $1. 2^{22-x} = 4$ $2. 8 = 4^{\frac{1}{22x+1}}$ $3. \left(\frac{12}{37}\right)^{\frac{x}{22}+1} = \left(\frac{43}{40}\right)^{\frac{x}{22}+1}$ $4. 12^{22x} - 12^{22x-1} = 11$ $5. \left(\frac{9}{14}\right)^{\frac{x-1}{2}} = \sqrt[22]{\frac{14}{9}}$ $6. 10^x + 10^{x-1} = 0,11$ $7. 2^{2x+3} - 15 \cdot 2^x - 2 = 0$	Вариант 23 $1. 3^{x+23} = \frac{1}{9}$ $2. 4 = 2^{\frac{23x-1}{23x-2}}$ $3. \left(\frac{67}{5}\right)^{23x-10} = \left(\frac{1}{24}\right)^{23x-10}$ $4. 26^{\frac{2x}{23}-1} + 26^{\frac{2x}{23}} = 27$ $5. 24^{x-1} = \frac{1}{\sqrt[23]{24}}$ $6. 3 \cdot 4^x + 3 \cdot 4^{x+1} + 4^{x+2} = 62$ $7. 3^{2x} - 2 \cdot 3^x - 3 = 0$	Вариант 24 $1. 2^{24-x} = 4$ $2. 8 = 4^{\frac{1}{24x+1}}$ $3. \left(\frac{12}{39}\right)^{\frac{x}{24}+1} = \left(\frac{47}{42}\right)^{\frac{x}{24}+1}$ $4. 13^{24x} - 13^{24x-1} = 12$ $5. \left(\frac{8}{13}\right)^{\frac{x-1}{2}} = 24\sqrt{\frac{13}{8}}$ $6. 4^{x-1} + 4^x + 4^{x+1} = 84$ $7. 2 \cdot 5^{2x} = 5^x + 1$

Порядок выполнения задания.

1. Повторить теоретические вопросы по данной теме, используя конспект лекций, рекомендованную литературу.
2. Рассмотреть образцы решения задач.
3. Самостоятельно выполнить задание по вариантам.

Форма контроля – проверка преподавателем решений заданий.

Вопросы для самоконтроля.

Методы решения показательных уравнений.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков, М. И. Математика : учебник для нач. и сред. проф. образования / М. И. Башмаков. - 5-е изд., испр. - Москва : Академия, 2012. - 251 с. : ил. - (Начальное и среднее профессиональное образование. Общеобразовательные дисциплины). - ISBN 978-5-7695-9121-1 : 290-40.
2. Алимов Ш. А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.
3. Колягин Ю.М., Ткачева М. В, Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала мате-

математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.

4. Колягин Ю. М., Ткачева М. В., Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 11 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.

5. Мордкович А. Г. и др. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч. Ч. 1. Учебник (базовый уровень). 14-е изд., стер. - М.: 2013.

Тема 8.4. Логарифмические уравнения и системы, неравенства.

№27. Решение заданий по теме «Логарифмические уравнения»

Цель: закрепить навык решения логарифмических уравнений.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание: решить логарифмические уравнения по вариантам.

<p>Вариант 1</p> <ol style="list-style-type: none"> $\log_{\frac{1}{6}}(12 - 2x) = -2$ $\log_3(7 - x) = 2 \log_3 5$ $\log_4(x^2 + 3x) = \log_4(x^2 + 3)$ $\lg(3 + x) = \lg(4 - x) + 1$ $\log_3 x + \log_3(3x - 2) = \log_3 5$ $\log_2^2 x - 4 \log_2 x + 3 = 0$ 	<p>Вариант 2</p> <ol style="list-style-type: none"> $\log_{\frac{1}{4}}(12 - 4x) = -3$ $\lg(5 - 2x) = 2 \lg 4$ $\log_{0.3}(x^2 + 7) = \log_{0.3}(x^2 + 14x)$ $\log_2(5 + 2x) = \log_2(1 - x) + 1$ $\log_5(2x + 1) + \log_5(16x - 7) = 3$ $\log_4^2 x - \log_4 x - 2 = 0$ 	<p>Вариант 3</p> <ol style="list-style-type: none"> $\log_{\frac{1}{2}}(6 - 5x) = -4$ $\log_4(3 - 4x) = 2 \log_4 3$ $\log_{0.2}(x^2 + 11) = \log_{0.2}(x^2 + 4x)$ $\log_7(1 + 2x) = \log_7(5 - 2x) + 1$ $\lg(x - 1) + \lg(x - 2,5) = 1$ $\log_{\frac{1}{2}}^2 x + 3 \log_{\frac{1}{2}} x + 2 = 0$
<p>Вариант 4</p> <ol style="list-style-type: none"> $\log_{\frac{1}{2}}(6 - x) = -5$ $\log_4(5 - 3x) = 2 \log_4 3$ $\lg(x^2 + 2x) = \lg(x^2 - 8)$ $\log_3(2x - 1) = \log_3(2 - x) + 1$ $\log_2(2x - 1) + \log_2(x + 5) = \log_2 13$ $\log_{0.2}^2 x + \log_{0.2} x - 6 = 0$ 	<p>Вариант 5</p> <ol style="list-style-type: none"> $\log_{\frac{1}{3}}(2 - 3x) = -2$ $\log_7(5 - 4x) = 2 \log_7 2$ $\log_{0.4}(x^2 + 3x) = \log_{0.4}(x^2 + 9)$ $\log_2(3x - 2) = \log_2(1 - 2x) + 1$ $\log_4(2x + 3) + \log_4(x - 1) = \log_4 3$ $2 \log_5^2 x + 5 \log_5 x + 2 = 0$ 	<p>Вариант 6</p> <ol style="list-style-type: none"> $\log_{\frac{1}{3}}(2 - 5x) = -1$ $\log_7(1 - 2x) = 2 \log_7 3$ $\log_{0.5}(x^2 + 2x) = \log_{0.5}(x^2 - 9)$ $\log_9(2x - 2) = \log_9(3 - 2x) + 1$ $\log_3(x - 2) + \log_3(x + 2) = \log_3(2x - 1)$ $3 \log_4^2 x - 7 \log_4 x + 2 = 0$
<p>Вариант 7</p> <ol style="list-style-type: none"> $\log_{\frac{1}{4}}(2 - 5x) = -2$ $\log_8(7 + 2x) = 2 \log_8 16$ $\log_4(x^2 + 2x) = \log_4(x^2 - 12)$ $\lg(3x - 4) = \lg(3 - x) + 1$ $\log_{0.6}(x + 3) + \log_{0.6}(x - 3) = \log_{0.6}(2x - 1)$ $3 \log_{0.5}^2 x + 5 \log_{0.5} x - 2 = 0$ 	<p>Вариант 8</p> <ol style="list-style-type: none"> $\log_{\frac{1}{3}}(8 - 2x) = -3$ $\log_7(2 - 7x) = 2 \log_7 5$ $\lg(x^2 - 2x) = \lg(x^2 + 5)$ $\log_9(4x + 2) = \log_9(1 - 3x) + 1$ $\log_{11}(x + 4) + \log_{11}(x - 7) = \log_{11}(7 - x)$ $2 \log_{0.3}^2 x - 7 \log_{0.3} x - 4 = 0$ 	<p>Вариант 9</p> <ol style="list-style-type: none"> $\log_{\frac{1}{5}}(3 - 2x) = -1$ $\log_{12}(2 - 11x) = 3 \log_{12} 2$ $\lg(2x^2 - 7x) = \lg(2x^2 + 5)$ $\log_9(9x + 1) = \log_9(1 - 3x) + 1$ $\log_{0.4}(x + 2) + \log_{0.4}(x + 3) = \log_{0.4}(1 - 2x)$ $\log_4^2 x - 4 \log_4 x = 5$
Вариант 10	Вариант 11	Вариант 12

1. $\log_{\frac{2}{3}}(1-3x) = -2$ 2. $\log_{11}(7-3x) = 2\log_{11} 6$ 3. $\log_{0,8}(x^2+7x) = \log_{0,8}(x^2-3)$ 4. $\log_6(5x-2) = \log_6(1-3x) + 1$ 5. $\lg(x+2) + \lg(x-2) = \lg(5x+10)$ 6. $\log_2^2 x - 3\log_2 x - 4 = 0$	1. $\log_{\frac{2}{5}}(1-x) = -2$ 2. $\log_{18}(-5-3x) = 2\log_{18} 7$ 3. $\log_{0,8}(2x^2-7x) = \log_{0,8}(2x^2-2)$ 4. $\log_7(4x-2) = \log_7(1-5x) + 1$ 5. $\log_2(x+2) + \log_2(x+1) = 1$ 6. $\lg^2 x - 3\lg x + 2 = 0$	1. $\log_{\frac{1}{7}}(2x+3) = -2$ 2. $\log_{18}(-7-3x) = 2\log_{18} 8$ 3. $\log_{0,8}(3x^2-6x) = \log_{0,8}(3x^2-1)$ 4. $\log_2(4x-2) = \log_2(2-8x) + 1$ 5. $\lg(x-4) + \lg(x+1) = \lg 8$ 6. $2\lg^2 x - 5\lg x - 7 = 0$
Вариант 13 1. $\log_{\frac{1}{9}}(1-4x) = -1$ 2. $\log_{14}(1-3x) = 2\log_{14} 7$ 3. $\log_{0,8}(x^2+4x) = \log_{0,8}(x^2+7)$ 4. $\log_2(5x-2) = \log_2(1-3x) + 1$ 5. $\log_2(x-2) + \log_2(x+1) = 2$ 6. $3\lg^2 x - 5\lg x = -2$	Вариант 14 1. $\log_{\frac{1}{10}}(2-6x) = -1$ 2. $\log_4(5-3x) = 2\log_4 8$ 3. $\log_{0,1}(x^2+8x) = \log_{0,1}(x^2+4)$ 4. $\log_3(5x-2) = \log_3(1+2x) + 1$ 5. $\log_2(x+14) + \log_2(x+2) = 6$ 6. $5\lg^2 x + 4\lg x - 1 = 0$	Вариант 15 1. $\log_{\frac{1}{12}}(-1-5x) = -1$ 2. $\log_4(5-3x) = 2\log_4 9$ 3. $\log_{0,1}(x^2-7x) = \log_{0,1}(x^2+4)$ 4. $\log_5(2x-2) = \log_5(1+x) + 1$ 5. $\log_5(x+1) + \log_5(x+5) = 1$ 6. $\lg^2 x - 3\lg x + 2 = 0$

Порядок выполнения задания.

1. Повторить теоретические вопросы по данной теме, используя конспект лекций, рекомендованную литературу.
2. Рассмотреть образцы решения задач.
3. Самостоятельно выполнить задание по вариантам.

Форма контроля – проверка преподавателем решений заданий.

Вопросы для самоконтроля.

Методы решения логарифмических уравнений.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков, М. И. Математика : учебник для нач. и сред. проф. образования / М. И. Башмаков. - 5-е изд., испр. - Москва : Академия, 2012. - 251 с. : ил. - (Начальное и среднее профессиональное образование. Общеобразовательные дисциплины). - ISBN 978-5-7695-9121-1 : 290-40.
2. Алимов Ш. А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.
3. Колягин Ю.М., Ткачева М. В, Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.
4. Колягин Ю.М., Ткачева М. В., Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 11 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.

5.Мордкович А. Г. И др. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч..Ч.1.Учебник (базовый уровень). 14-е изд., стер.- М.:2013.

Тема 8.5. Тригонометрические уравнения и системы, неравенства.

№28. Решение заданий по теме «Тригонометрические уравнения»

Цель: закрепить навык решения тригонометрических уравнений.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание: решить предложенные задания по вариантам.

ВАРИАНТ 1	ВАРИАНТ 2	ВАРИАНТ 3	ВАРИАНТ 4
Решите тригонометрические уравнения:	Решите тригонометрические уравнения:	Решите тригонометрические уравнения:	Решите тригонометрические уравнения:
1. $2\sin^2 x - 5\sin x - 7 = 0$	1. $10\cos^2 x - 17\cos x + 6 = 0$	1. $3\sin^2 x - 7\sin x + 4 = 0$	1. $10\cos^2 x + 17\cos x + 6 = 0$
2. $12\sin^2 x + 20\cos x - 19 = 0$	2. $2\cos^2 x + 5\sin x + 5 = 0$	2. $6\sin^2 x - 11\cos x - 10 = 0$	2. $3\cos^2 x + 10\sin x - 10 = 0$
3. $3\sin^2 x + 14\sin x \cos x + 8\cos^2 x = 0$	3. $6\sin^2 x + 13\sin x \cos x + 2\cos^2 x = 0$	3. $\sin^2 x + 5\sin x \cos x + 6\cos^2 x = 0$	3. $2\sin^2 x + 9\sin x \cos x + 10\cos^2 x = 0$
4. $7 \operatorname{tg} x - 10\operatorname{ctg} x + 9 = 0$	4. $5 \operatorname{tg} x - 4\operatorname{ctg} x + 8 = 0$	4. $4 \operatorname{tg} x - 12\operatorname{ctg} x + 13 = 0$	4. $3 \operatorname{tg} x - 12\operatorname{ctg} x + 5 = 0$
5. $5\sin 2x - 14\cos^2 x + 2 = 0$	5. $6\cos^2 x + 13\sin 2x = -10$	5. $5 - 8\cos^2 x = \sin 2x$	5. $10\sin^2 x - 3\sin 2x = 8$
6. $9\cos 2x - 4\cos^2 x = 11\sin 2x + 9$	6. $2\sin^2 x + 6\sin 2x = 7(1 + \cos 2x)$	6. $7\sin 2x + 9\cos 2x = -7$	6. $11\sin 2x - 6\cos^2 x + 8\cos 2x = 8$
ВАРИАНТ 5	ВАРИАНТ 6	ВАРИАНТ 7	ВАРИАНТ 8
Решите тригонометрические уравнения:	Решите тригонометрические уравнения:	Решите тригонометрические уравнения:	Решите тригонометрические уравнения:
1. $10\sin^2 x + 11\sin x - 8 = 0$	1. $3\cos^2 x - 10\cos x + 7 = 0$	1. $6\sin^2 x - 7\sin x - 5 = 0$	1. $3\cos^2 x - 5\cos x - 8 = 0$
2. $4\sin^2 x - 11\cos x - 11 = 0$	2. $6\cos^2 x + 7\sin x - 1 = 0$	2. $3\sin^2 x + 10\cos x - 10 = 0$	2. $8\cos^2 x - 14\sin x + 1 = 0$
3. $4\sin^2 x + 9\sin x \cos x + 2\cos^2 x = 0$	3. $3\sin^2 x + 10\sin x \cos x + 3\cos^2 x = 0$	3. $2\sin^2 x + 11\sin x \cos x + 14\cos^2 x = 0$	3. $5\sin^2 x + 14\sin x \cos x + 8\cos^2 x = 0$
4. $3 \operatorname{tg} x - 8\operatorname{ctg} x + 10 = 0$	4. $6 \operatorname{tg} x - 14\operatorname{ctg} x + 5 = 0$	4. $3 \operatorname{tg} x - 5\operatorname{ctg} x + 14 = 0$	4. $2 \operatorname{tg} x - 9\operatorname{ctg} x + 3 = 0$
5. $3\sin 2x + 8\sin^2 x = 7$	5. $6\sin^2 x + 7\sin 2x + 4 = 0$	5. $10\sin^2 x - \sin 2x = 8\cos^2 x$	5. $\sin^2 x - 5\cos^2 x = 2\sin 2x$
6. $10\sin^2 x + 11\sin 2x + 6\cos 2x = -6$	6. $7 = 7\sin 2x - 9\cos 2x$	6. $1 - 6\cos^2 x = 2\sin 2x + \cos 2x$	6. $5\cos 2x + 5 = 8\sin 2x - 6\sin^2 x$
ВАРИАНТ 9	ВАРИАНТ 10	ВАРИАНТ 11	ВАРИАНТ 12

<p>Решите тригонометрические уравнения:</p> <ol style="list-style-type: none"> $6\sin^2 x + 11\sin x + 4 = 0$ $4\sin^2 x - \cos x + 1 = 0$ $3\sin^2 x + 11\sin x \cos x + 6\cos^2 x = 0$ $5 \operatorname{tg} x - 8\operatorname{ctg} x + 6 = 0$ $\sin 2x + 1 = 4\cos^2 x$ $14\cos^2 x + 3 = 3\cos 2x - 10\sin 2x$ 	<p>Решите тригонометрические уравнения:</p> <ol style="list-style-type: none"> $4\cos^2 x + \cos x - 5 = 0$ $10\cos^2 x - 17\sin x - 16 = 0$ $\sin^2 x + 6\sin x \cos x + 8\cos^2 x = 0$ $3 \operatorname{tg} x - 6\operatorname{ctg} x + 7 = 0$ $2\cos^2 x - 11\sin 2x = 12$ $2\sin^2 x - 3\sin 2x - 4\cos 2x = 4$ 	<p>Решите тригонометрические уравнения:</p> <ol style="list-style-type: none"> $10\sin^2 x - 17\sin x + 6 = 0$ $5\sin^2 x - 12\cos x - 12 = 0$ $2\sin^2 x + 5\sin x \cos x + 2\cos^2 x = 0$ $7 \operatorname{tg} x - 12\operatorname{ctg} x + 8 = 0$ $3 + \sin 2x = 8\cos^2 x$ $2\sin 2x + 3\cos 2x = -2$ 	<p>Решите тригонометрические уравнения:</p> <ol style="list-style-type: none"> $2\cos^2 x - 5\cos x - 7 = 0$ $12\cos^2 x + 20\sin x - 19 = 0$ $5\sin^2 x + 12\sin x \cos x + 4\cos^2 x = 0$ $2 \operatorname{tg} x - 6\operatorname{ctg} x + 11 = 0$ $22\sin^2 x - 9\sin 2x = 20$ $14\cos^2 x - 2\cos 2x = 9\sin 2x - 2$
<p>ВАРИАНТ 13</p> <p>Решите тригонометрические уравнения:</p> <ol style="list-style-type: none"> $4\sin^2 x + \sin x - 5 = 0$ $6\sin^2 x + 7\cos x - 1 = 0$ $4\sin^2 x + 11\sin x \cos x + 6\cos^2 x = 0$ $5 \operatorname{tg} x - 6\operatorname{ctg} x + 13 = 0$ $3 - 4\sin^2 x = \sin 2x$ $10\sin 2x + 3\cos 2x = -3 - 14\sin^2 x$ 	<p>ВАРИАНТ 14</p> <p>Решите тригонометрические уравнения:</p> <ol style="list-style-type: none"> $8\cos^2 x - 10\cos x - 7 = 0$ $4\cos^2 x - \sin x + 1 = 0$ $3\sin^2 x + 10\sin x \cos x + 8\cos^2 x = 0$ $2 \operatorname{tg} x - 12\operatorname{ctg} x + 5 = 0$ $14\sin^2 x - 11\sin 2x = 18$ $2\sin 2x - 3\cos 2x = 2$ 	<p>ВАРИАНТ 15</p> <p>Решите тригонометрические уравнения:</p> <ol style="list-style-type: none"> $3\sin^2 x - 5\sin x - 8 = 0$ $10\sin^2 x + 17\cos x - 16 = 0$ $\sin^2 x + 8\sin x \cos x + 12\cos^2 x = 0$ $4 \operatorname{tg} x - 9\operatorname{ctg} x + 9 = 0$ $14\sin^2 x - 4\cos^2 x = 5\sin 2x$ $1 - 5\sin 2x - \cos 2x = 12\cos^2 x$ 	<p>ВАРИАНТ 16</p> <p>Решите тригонометрические уравнения:</p> <ol style="list-style-type: none"> $8\cos^2 x + 14\cos x - 9 = 0$ $3\cos^2 x + 5\sin x + 5 = 0$ $2\sin^2 x + 11\sin x \cos x + 5\cos^2 x = 0$ $5 \operatorname{tg} x - 3\operatorname{ctg} x + 14 = 0$ $2\sin^2 x - 7\sin 2x = 16\cos^2 x$ $14\sin^2 x + 4\cos 2x = 11\sin 2x - 4$
<p>ВАРИАНТ 17</p> <p>Решите тригонометрические уравнения:</p> <ol style="list-style-type: none"> $12\cos^2 x - 20\cos x + 7 = 0$ $5\cos^2 x - 12\sin x - 12 = 0$ $3\sin^2 x + 13\sin x \cos x + 12\cos^2 x = 0$ $5 \operatorname{tg} x - 6\operatorname{ctg} x + 7 = 0$ $\sin^2 x + 2\sin 2x = 5\cos^2 x$ $13\sin 2x - 3\cos 2x = -13$ 	<p>ВАРИАНТ 18</p> <p>Решите тригонометрические уравнения:</p> <ol style="list-style-type: none"> $3\sin^2 x - 10\sin x + 7 = 0$ $8\sin^2 x + 10\cos x - 1 = 0$ $4\sin^2 x + 13\sin x \cos x + 10\cos^2 x = 0$ $3 \operatorname{tg} x - 3\operatorname{ctg} x + 8 = 0$ $\sin 2x + 4\cos^2 x = 1$ $10\cos^2 x - 9\sin 2x = 4\cos 2x - 4$ 	<p>ВАРИАНТ 19</p> <p>Решите тригонометрические уравнения:</p> <ol style="list-style-type: none"> $6\cos^2 x - 7\cos x - 5 = 0$ $3\cos^2 x + 7\sin x - 7 = 0$ $3\sin^2 x + 7\sin x \cos x + 2\cos^2 x = 0$ $2 \operatorname{tg} x - 4\operatorname{ctg} x + 7 = 0$ $\sin 2x - 22\cos^2 x + 10 = 0$ $2\sin^2 x - 3\sin 2x - 4\cos 2x = 4$ 	<p>ВАРИАНТ 20</p> <p>Решите тригонометрические уравнения:</p> <ol style="list-style-type: none"> $5\sin^2 x + 12\sin x + 7 = 0$ $10\sin^2 x - 11\cos x - 2 = 0$ $4\sin^2 x + 13\sin x \cos x + 3\cos^2 x = 0$ $6 \operatorname{tg} x - 10\operatorname{ctg} x + 7 = 0$ $14\cos^2 x + 5\sin 2x = 2$ $4\sin 2x = 4 - \cos 2x$
<p>ВАРИАНТ 21</p>	<p>ВАРИАНТ 22</p>	<p>ВАРИАНТ 23</p>	<p>ВАРИАНТ 24</p>

<p>Решите тригонометрические уравнения:</p> <ol style="list-style-type: none"> $6\cos^2 x + 11\cos x + 4 = 0$ $2\cos^2 x - 3\sin x + 3 = 0$ $2\sin^2 x + 7\sin x \cos x + 6\cos^2 x = 0$ $4 \operatorname{tg} x - 3\operatorname{ctg} x + 11 = 0$ $9\sin 2x + 22\sin^2 x = 20$ $8\sin^2 x + 7\sin 2x + 3\cos 2x + 3 = 0$ 	<p>Решите тригонометрические уравнения:</p> <ol style="list-style-type: none"> $2\sin^2 x + 3\sin x - 5 = 0$ $10\sin^2 x - 17\cos x - 16 = 0$ $5\sin^2 x + 13\sin x \cos x + 6\cos^2 x = 0$ $3 \operatorname{tg} x - 14\operatorname{ctg} x + 1 = 0$ $10\sin^2 x + 13\sin 2x + 8 = 0$ $6\cos^2 x + \cos 2x = 1 + 2\sin 2x$ 	<p>Решите тригонометрические уравнения:</p> <ol style="list-style-type: none"> $10\cos^2 x + 11\cos x - 8 = 0$ $4\cos^2 x - 11\sin x - 11 = 0$ $3\sin^2 x + 8\sin x \cos x + 4\cos^2 x = 0$ $5 \operatorname{tg} x - 12\operatorname{ctg} x + 11 = 0$ $5\sin 2x + 22\sin^2 x = 16$ $2\sin^2 x - 10\cos 2x = 9\sin 2x + 10$ 	<p>Решите тригонометрические уравнения:</p> <ol style="list-style-type: none"> $4\sin^2 x + 11\sin x + 7 = 0$ $8\sin^2 x - 14\cos x + 1 = 0$ $2\sin^2 x + 9\sin x \cos x + 9\cos^2 x = 0$ $6 \operatorname{tg} x - 2\operatorname{ctg} x + 11 = 0$ $8\sin^2 x - 7 = 3\sin 2x$ $11\sin 2x = 11 - \cos 2x$
--	--	--	--

ВАРИАНТ 25

ВАРИАНТ 26

ВАРИАНТ 27

ВАРИАНТ 28

<p>Решите тригонометрические уравнения:</p> <ol style="list-style-type: none"> $2\cos^2 x + 3\cos x - 5 = 0$ $6\cos^2 x - 11\sin x - 10 = 0$ $\sin^2 x + 7\sin x \cos x + 12\cos^2 x = 0$ $7 \operatorname{tg} x - 8\operatorname{ctg} x + 10 = 0$ $9\cos^2 x - \sin^2 x = 4\sin 2x$ $7\sin 2x + 3\cos 2x + 7 = 0$ 	<p>Решите тригонометрические уравнения:</p> <ol style="list-style-type: none"> $10\sin^2 x + 17\sin x + 6 = 0$ $3\sin^2 x + 7\cos x - 7 = 0$ $3\sin^2 x + 11\sin x \cos x + 10\cos^2 x = 0$ $5 \operatorname{tg} x - 9\operatorname{ctg} x + 12 = 0$ $3\sin^2 x + 5\sin 2x + 7\cos^2 x = 0$ $12\cos^2 x + \cos 2x = 5\sin 2x + 1$ 	<p>Решите тригонометрические уравнения:</p> <ol style="list-style-type: none"> $5\cos^2 x + 12\cos x + 7 = 0$ $10\cos^2 x + 17\sin x - 16 = 0$ $2\sin^2 x + 9\sin x \cos x + 4\cos^2 x = 0$ $4 \operatorname{tg} x - 6\operatorname{ctg} x + 5 = 0$ $8\sin^2 x + 3\sin 2x = 14\cos^2 x$ $2\sin^2 x - 7\cos 2x = 6\sin 2x + 7$ 	<p>Решите тригонометрические уравнения:</p> <ol style="list-style-type: none"> $12\sin^2 x - 20\sin x + 7 = 0$ $3\sin^2 x + 5\cos x + 5 = 0$ $3\sin^2 x + 13\sin x \cos x + 14\cos^2 x = 0$ $3 \operatorname{tg} x - 4\operatorname{ctg} x + 11 = 0$ $8\cos^2 x + 7\sin 2x + 6\sin^2 x = 0$ $1 - \cos 2x = 18\cos^2 x - 8\sin 2x$
--	---	---	---

ВАРИАНТ 29

ВАРИАНТ 30

ВАРИАНТ 31

ВАРИАНТ 32

<p>Решите тригонометрические уравнения:</p> <ol style="list-style-type: none"> $4\cos^2 x + 11\cos x + 7 = 0$ $10\cos^2 x - 11\sin x - 2 = 0$ $2\sin^2 x + 13\sin x \cos x + 6\cos^2 x = 0$ $3 \operatorname{tg} x - 2\operatorname{ctg} x + 5 = 0$ $7\sin 2x + 2 = 18\cos^2 x$ $13\sin 2x + 13 = -5\cos 2x$ 	<p>Решите тригонометрические уравнения:</p> <ol style="list-style-type: none"> $8\sin^2 x + 14\sin x - 9 = 0$ $2\sin^2 x + 5\cos x + 5 = 0$ $\sin^2 x + 9\sin x \cos x + 14\cos^2 x = 0$ $2 \operatorname{tg} x - 5\operatorname{ctg} x + 9 = 0$ $7\sin^2 x + 5\sin 2x + 3\cos^2 x = 0$ $2\sin^2 x + 9\sin 2x = 10\cos 2x + 10$ 	<p>Решите тригонометрические уравнения:</p> <ol style="list-style-type: none"> $3\cos^2 x - 7\cos x + 4 = 0$ $8\cos^2 x + 10\sin x - 1 = 0$ $3\sin^2 x + 13\sin x \cos x + 4\cos^2 x = 0$ $5 \operatorname{tg} x - 14\operatorname{ctg} x + 3 = 0$ $7\sin 2x = 22\sin^2 x - 4$ $\cos 2x + 8\sin 2x = 1 - 18\cos^2 x$ 	<p>Решите тригонометрические уравнения:</p> <ol style="list-style-type: none"> $8\sin^2 x - 10\sin x - 7 = 0$ $2\sin^2 x - 3\cos x + 3 = 0$ $2\sin^2 x + 11\sin x \cos x + 12\cos^2 x = 0$ $4 \operatorname{tg} x - 14\operatorname{ctg} x + 1 = 0$ $4\sin 2x + 10\cos^2 x = 1$ $11\sin 2x - 7\cos 2x = 11$
--	---	--	---

Порядок выполнения задания.

1. Повторить теоретические вопросы по данной теме, используя конспект лекций, рекомендованную литературу.
2. Рассмотреть образцы решения задач.
3. Самостоятельно выполнить задание по вариантам.

Справочный материал

1. Решение простейших тригонометрических уравнений.

Уравнение	Формулы решения	Частные случаи
$\sin x = a$	при $ a \leq 1$ $x = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ при $ a > 1$ - решений нет	$\sin x = 0; x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$ $\sin x = 1; x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ $\sin x = -1, x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$
$\cos x = a$	при $ a \leq 1$ $x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ при $ a > 1$ - решений нет	$\cos x = 0; x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ $\cos x = 1; x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ $\cos x = -1; x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
$\operatorname{tg} x = a$	a - любое число $x = \operatorname{arctg} a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$	-
$\operatorname{ctg} x = a$	a - любое число $x = \operatorname{arcctg} a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$	-

II. Тригонометрические уравнения.

Уравнение	Способ решения	Формулы
1. Уравнение содержит только синусы или косинусы (синусы и косинусы) вида $a \sin^2 f(x) + b \sin f(x) + c = 0$ $a \cos^2 f(x) + b \cos f(x) + c = 0$ и т.д.	Уравнение сводится к квадратному (биквадратному) относительно синуса (косинуса)	$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$ $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$ $ax^2 + bx + c = 0$ $x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$
2. Однородное уравнение I степени вида $a \sin x + b \cos x = 0$ ($a \neq 0, b \neq 0$)	Деление обеих частей на $\cos x \neq 0$. Получаем: $a \operatorname{tg} x + b = 0$	$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$
3. Однородное уравнение II степени вида $a \sin^2 f(x) + b \sin f(x) \cdot \cos f(x) + k \cos^2 f(x) = 0$	Деление обеих частей на $\cos^2 x \neq 0$. Получаем: $a \operatorname{tg}^2 f(x) + b \operatorname{tg} f(x) + k = 0$	$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
4. Уравнение вида $a \operatorname{tg} x + b \operatorname{ctg} x + c = 0$	Уравнение сводится к квадратному относительно тангенса заменой $\operatorname{ctg} x = \frac{1}{\operatorname{tg} x}$	$\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x = 1$ $\operatorname{ctg} x = \frac{1}{\operatorname{tg} x}$

Форма контроля – проверка преподавателем решений заданий.

Вопросы для самоконтроля.

Методы решения тригонометрических уравнений.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков, М. И. Математика : учебник для нач. и сред. проф. образования / М. И. Башмаков. - 5-е изд., испр. - Москва : Академия, 2012. - 251 с. : ил. - (Начальное и среднее профессиональное образование. Общеобразовательные дисциплины). - ISBN 978-5-7695-9121-1 : 290-40.

2. Алимов Ш. А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия.

Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.

3. Колягин Ю. М., Ткачева М. В., Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.

4. Колягин Ю. М., Ткачева М. В., Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 11 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.

5. Мордкович А. Г. и др. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч. Ч. 1. Учебник (базовый уровень). 14-е изд., стер. - М.: 2013.

РАЗДЕЛ 8. ПРОИЗВОДНАЯ И ЕЁ ПРИЛОЖЕНИЯ.

Тема 8.2 Производная функции. Дифференцирование функций.

№29. Составление теста по теме: «Нахождение производной функции».

Цель: закрепить умение находить производную.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание: Составить тест по теме: «Нахождение производной функции». Тест должен включать 15-20 вопросов, не менее трех правдоподобных вариантов ответов, среди которых один правильный, «ключ» к тесту и его решение. Задание можно выполнять письменно в тетради или в программе MS Word.

Порядок выполнения задания.

1. Повторить теоретические вопросы по данной теме, используя конспект лекций, рекомендованную литературу.
2. Рассмотреть образцы решения задач.
3. Самостоятельно составить тест из 15-20 вопросов с вариантами ответов и решением.

Пример тестовых заданий:

1. Найдите производную функции $y = 4x^3$.

1) $12x^2$

2) $12x$

3) $4x^2$

4) $12x^3$

2. Найдите производную функции $y = 6x - 11$.

1) -5

2) 11

3) 6

4) $6x$

3. Найдите производную функции $y = \frac{x-1}{x}$.

1) $-\frac{1}{x^2}$

2) $\frac{x-1}{x^2}$

3) $\frac{2x+1}{x^2}$

4) $\frac{1}{x^2}$

4. Найдите производную функции $y = x \sin x$.

- 1) $\sin x - x \cos x$ 2) $\sin x + x \cos x$ 3) $\cos x$ 4) $x + x \cos x$

Форма контроля – проверка выполнения задания преподавателем.

Вопросы для самоконтроля

1. Определение производной
2. Правила нахождения производной
3. Таблица производных
4. Производная сложной функции.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков, М. И. Математика : учебник для нач. и сред. проф. образования / М. И. Башмаков. - 5-е изд., испр. - Москва : Академия, 2012. - 251 с. : ил. - (Начальное и среднее профессиональное образование. Общеобразовательные дисциплины). - ISBN 978-5-7695-9121-1 : 290-40.
2. Алимов Ш. А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.
3. Колягин Ю.М., Ткачева М. В, Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.
4. Колягин Ю.М., Ткачева М. В., Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 11 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.
5. Мордкович А. Г. И др. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч. Ч.1. Учебник (базовый уровень). 14-е изд., стер.- М.:2013.

Тема 8.5. Физический смысл производной функции

№30. Решение заданий по теме: «Физический смысл производной функции»

Цель: закрепить умение применять определение производной и ее механический смысл к решению прикладных задач.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание: решить предложенные задания по вариантам.

Задача 1.

1 вариант

1. Тело движется вверх по закону

$$S(t) = v_0 t - \frac{gt^2}{2} \text{ с начальной скоростью}$$

$v_0 = 30 \text{ м/с}$, $g = 9,8 \text{ м/с}^2$. Через сколько

2 вариант

1. Тело движется вверх по закону

$$S(t) = v_0 t - \frac{gt^2}{2} \text{ с начальной скоростью}$$

$v_0 = 50 \text{ м/с}$, $g = 9,8 \text{ м/с}^2$. Через сколько секунд скорость станет равной 20 м/с .

секунд скорость станет равной 10 м/с ?

2. Найдите силу, действующую на тело массой 5 кг , движущееся по закону

$$S(t) = \frac{1}{3}t^3 - 2t + 1 \text{ в момент времени } t = 3\text{ с}.$$

3. Определить кинетическую энергию точки, массой $m = 2\text{ кг}$, движущейся по закону

$$S(t) = 3t^2 + 4 \text{ в момент времени } t = 2\text{ с}.$$

4. Точка движется по прямой по закону

$$S(t) = 2t^2 - 3t - 1. \text{ Найти ускорение точки в момент времени } t = 2\text{ с}.$$

2. Тело массой 3 кг движется по прямой согласно уравнению $S(t) = 2t^3 - 2t + 3$.

Найдите действующую на него силу в момент времени $t = 5\text{ с}$.

3. Определить кинетическую энергию точки, массой $m = 3\text{ кг}$, движущейся по закону

$$S(t) = 5t^2 + 2 \text{ в момент времени } t = 3\text{ с}.$$

4. Точка движется по прямой по закону

$$S(t) = 3t^2 + 4t - 2. \text{ Найти ускорение точки в момент времени } t = 1\text{ с}.$$

Задача 2

Зависимость пути от времени при прямолинейном движении точки задана уравнением

$$S(t) = at^3 + bt^2 - c. \text{ Вычислить её скорость и ускорение в момент времени } t=t_0.$$

Варианты заданий представлены в таблице.

№ варианта	a	b	c	t ₀	№ варианта	a	b	c	t ₀
1	1/3	26	-10	1	15	7/3	2	-10	1
2	2/3	24	-15	2	16	8/3	4	-15	2
3	4/3	22	-20	3	17	10/3	6	-20	3
4	5/3	20	-25	4	18	11/3	8	-25	4
5	7/3	18	-30	5	19	13/3	9	-30	5
6	8/3	16	-10	6	20	14/3	10	-10	6
7	10/3	14	-15	7	21	1/3	12	-15	7
8	11/3	12	-20	8	22	2/3	14	-20	8
9	13/3	10	-25	9	23	4/3	16	-25	9
10	14/3	8	-30	10	24	5/3	18	-30	10
11	1/3	6	-10	1	25	7/3	20	-10	1
12	2/3	4	-15	2	26	8/3	22	-15	2
13	4/3	2	-20	3	27	10/3	24	-20	3
14	5/3	9	-25	4	28	11/3	26	-25	4

Порядок выполнения задания.

1. Повторить теоретические вопросы по данной теме, используя конспект лекций, рекомендованную литературу и предлагаемый справочный материал.

2. Рассмотреть образцы решения задач.

3. Самостоятельно выполнить задание по вариантам.

Справочный материал

Физический смысл первой производной.

Физический смысл производной заключается в том, что мгновенная скорость движения $V(t)$ в момент времени t есть производная пути по времени, т.е. $V(t) = \frac{dS(t)}{dt} = S'(t)$

Физический смысл второй производной.

Ускорение прямолинейного движения в данный момент времени есть первая производная скорости по времени или вторая производная пути по времени. $a(t) = V'(t) = S''(t)$

Пример.

1. Зависимость пути от времени при прямолинейном движении точки задана уравнением $S = t^3 - 6t^2 - 12t + 3$. В какой момент времени ускорение движения точки будет равно 24 м/с^2 ?

Решение.

а) Найдем скорость движения точки по формуле: $V(t) = S'(t)$

$$V(t) = (t^3 - 6t^2 - 12t + 3)' = 3t^2 - 12t - 12$$

б) Найти ускорение движения точки по формуле: $a(t) = V'(t)$

$$a(t) = (3t^2 - 12t - 12)' = 6t - 12$$

в) Из условия $a = 24 \text{ м/с}^2$, найти момент времени: $6t - 12 = 24$

$$6t = 36 \quad t = 6 \text{ с}$$

Ответ: 6 с.

Правила дифференцирования и таблица производных основных функций.

Правила.

1. $C' = 0$

4. $(U \cdot V)' = U' \cdot V + U \cdot V'$

2. $x' = 0$

5. $(C \cdot f(x))' = C \cdot f'(x)$

3. $(U \pm V)' = U' \pm V'$

6. $\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U' \cdot V - U \cdot V'}{V^2}$

Производные основных элементарных функций.

1. $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}, n \neq 0$

8. $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$

2. $(e^x)' = e^x$

9. $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$

3. $(\ln x)' = \frac{1}{x}$

10. $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

4. $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$

11. $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

5. $(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$

12. $(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$

6. $(\sin x)' = \cos x$

13. $(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$

7. $(\cos x)' = -\sin x$

Форма контроля – проверка преподавателем решений заданий.

Вопросы для самоконтроля.

В чем заключается физический смысл первой и второй производной?

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков, М. И. Математика : учебник для нач. и сред. проф. образования / М. И. Башмаков. - 5-е изд., испр. - Москва : Академия, 2012. - 251 с. : ил. - (Начальное и среднее профессиональное образование. Общеобразовательные дисциплины). - ISBN 978-5-7695-9121-1 : 290-40.

2. Алимов Ш. А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.

3. Колягин Ю.М., Ткачева М. В, Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.

4. Колягин Ю.М., Ткачева М. В., Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 11 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.

5. Мордкович А. Г. И др. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч. Ч.1. Учебник (базовый уровень). 14-е изд., стер.- М.:2013.

Тема 8.6. Применение I и II производных для исследования свойств функций.

№31. Решение заданий по теме «Применение производной к исследованию функций»

Цель: закрепить навык применения производной к исследованию функций

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание: решить предложенные задания по вариантам.

Применение производной к исследованию функций
Вариант № 1.

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = 4x - x^2$ на отрезке $[-1;6]$.
2. Исследовать на монотонность и экстремумы функцию $f(x) = 6x - x^2 + 5$.
3. Исследуйте функцию $f(x) = -x^2 + 3x - 2$ и постройте её график.

Вариант № 2.

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = 1 - 4x + x^2$ на отрезке $[0;4]$.
2. Исследовать на монотонность и экстремумы функцию $f(x) = 3x^2 - 6x + 1$.
3. Исследуйте функцию $f(x) = 0.5x^2 - 2x - 6$ и постройте её график.

Вариант № 3.

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = -2x^3 - 3x^2 + 4$ на отрезке $[0;3]$.
2. Исследовать на монотонность и экстремумы функцию $f(x) = 2x^3 - 24x + 5$.
3. Исследуйте функцию $f(x) = x^2 + 4x - 5$ и постройте её график.

Вариант № 4.

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = 5 - 8x - x^2$ на отрезке $[-6;-3]$.
2. Исследовать на монотонность и экстремумы функцию $f(x) = 3x^2 - 2x^3 + 6$.
3. Исследовать функцию $f(x) = x^2 - 5x + 4$ и построить её график.

Вариант № 5.

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = 1 + 8x - x^2$ на отрезке $[2;5]$.
2. Исследовать на монотонность и экстремумы функцию $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 5$.
3. Исследуйте функцию $f(x) = -x^2 - 3x + 4$ и постройте её график.

Вариант № 6.

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = 3x^2 - 12x + 1$ на отрезке $[1;4]$.
2. Исследовать на монотонность и экстремумы функцию $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$.
3. Исследуйте функцию $y = x^3 - 6x^2 + 5x$ и постройте её график.

Вариант № 7.

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 1$ на отрезке $[-1;2]$.
2. Исследовать на монотонность и экстремумы функцию $f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x$.
3. Исследуйте функцию $y = -x^4 - 4x^2 + 3$ и постройте её график.

Вариант № 8.

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 5$ на отрезке $[0;3]$.
2. Исследовать на монотонность и экстремумы функцию $f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$.
3. Исследуйте функцию $y = 2x^3 - 15x^2 + 36x - 20$ и постройте её график.

Вариант № 9.

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 24x + 3$ на отрезке $[2;3]$.
2. Исследовать на монотонность и экстремумы функцию $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 27$.
3. Исследуйте функцию $y = x^4 - 4x^2 + 3$ и постройте её график.

Вариант № 10.

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^4 - 4x^3 - 8x^2 + 13$

на отрезке $[0;5]$.

2. Исследовать на монотонность и экстремумы функцию $f(x) = x^2(x-3) + 1$.

3. Исследуйте функцию $y = x^3 + 9x - 1$ и постройте её график.

Вариант № 11.

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$ на отрезке $[4;5]$.

2. Исследовать на монотонность и экстремумы функцию $f(x) = x^3 - 12x + 1$.

3. Исследуйте функцию $f(x) = 2x^3 - 6x + 4$ и постройте её график.

Вариант № 12.

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^4 - 2x^2 + 5$ на отрезке $[1;3]$.

2. Исследовать на монотонность и экстремумы функцию $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x$.

3. Исследовать функцию $f(x) = x^3 - 3x$ и построить её график.

Вариант № 13.

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^4 - 32x + 3$ на отрезке $[-1;3]$.

2. Исследовать на монотонность и экстремумы функцию $y = x^3 - 48x + 17$

3. Исследовать функцию $y = x^3 + x^2 - 8x + 1$ и построить её график.

Вариант № 14.

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^4 - 8x^2 - 9$ на отрезке $[0;3]$.

2. Исследовать на монотонность и экстремумы функцию $y = x^3 - 3x^2 + 2$

3. Исследуйте функцию $f(x) = 3x^2 - x^3$ и постройте её график.

Вариант № 15.

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^3 - 12x + 4$ на отрезке $[0;3]$.

2. Исследовать на монотонность и экстремумы функцию $y = x^3 - 2x^2 + x + 3$

3. Исследуйте функцию $f(x) = x^3 - 12x$ и постройте её график.

Вариант № 16.

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^3 - 3x^2$ на отрезке $[0;3]$.

2. Исследовать на монотонность и экстремумы функцию $y = x^3 + 5x^2 + 7x - 5$

3. Исследуйте функцию $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 5$ и постройте её график.

Вариант № 17.

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 1$ на отрезке $[0;2]$.

2. Исследовать на монотонность и экстремумы функцию $y = 7 + 12x - x^3$

3. Исследуйте функцию $f(x) = x^3 - 6x^2 + 16$ и постройте её график.

Порядок выполнения задания.

1. Повторить теоретические вопросы по данной теме, используя конспект лекций, рекомендованную литературу и предлагаемый справочный материал
2. Рассмотреть образцы решения задач.
3. Самостоятельно выполнить задание по вариантам.

Справочный материал

Признак возрастания функции: Если $f'(x) > 0$ в каждой точке некоторого промежутка, то на этом промежутке функция $f(x)$ возрастает.

Признак убывания функции: Если $f'(x) < 0$ в каждой точке некоторого промежутка, то на этом промежутке функция $f(x)$ убывает.

Признак максимума функции: Если функция $f(x)$ непрерывна в точке x_0 , а $f'(x) > 0$ на интервале $(a; x_0)$ и $f'(x) < 0$ на интервале $(x_0; a)$, то x_0 является точкой максимума.

Упрощённая формулировка: Если в точке x_0 производная меняет знак с плюса на минус, то x_0 есть точка максимума.

Признак минимума функции: Если функция $f(x)$ непрерывна в точке x_0 , а $f'(x) < 0$ на интервале $(a; x_0)$ и $f'(x) > 0$ на интервале $(x_0; a)$, то x_0 является точкой минимума

Упрощённая формулировка: Если в точке x_0 производная меняет знак с минуса на плюс, то x_0 есть точка минимума.

Схема исследования функции.

- Находим область определения;
- Вычисляем производную;
- Находим стационарные точки
- Определяем промежутки возрастания и убывания;
- Находим точки максимума и минимума;
- Вычисляем экстремум функции;
- Данные заносят в таблицу.
- На основании такого исследования строится график функции.

Алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значения непрерывной функции на отрезке $[a;b]$.

1. Находим область определения функции и проверяем, содержится ли в ней весь отрезок $[a;b]$.

2. Находим все точки, в которых не существует первая производная и которые содержатся в отрезке $[a;b]$ (обычно такие точки встречаются у функций с аргументом под знаком модуля и у степенных функций с дробно-рациональным показателем). Если таких точек нет, то переходим к следующему пункту.

3. Определяем все стационарные точки, попадающие в отрезок $[a;b]$. Для этого, находим производную функции, приравниваем ее к нулю, решаем полученное уравнение и выбираем подходящие корни. Если стационарных точек нет или ни одна из них не попадает в отрезок, то переходим к следующему пункту.

6. Вычисляем значения функции в отобранных стационарных точках (если такие имеются), в точках, в которых не существует первая производная (если такие имеются), а также при $x=a$ и $x=b$.

7. Из полученных значений функции выбираем наибольшее и наименьшее - они и будут искомыми наибольшим и наименьшим значениями функции соответственно.

Форма контроля – проверка преподавателем решений заданий.

Вопросы для самоконтроля.

1. Признаки возрастания и убывания функции
2. Точки максимума и минимума функции, алгоритм их нахождения.
3. Наибольшее и наименьшее значение функции, алгоритм нахождения
4. Схема исследования функции.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков, М. И. Математика : учебник для нач. и сред. проф. образования / М. И. Башмаков. - 5-е изд., испр. - Москва : Академия, 2012. - 251 с. : ил. - (Начальное и среднее профессиональное образование. Общеобразовательные дисциплины). - ISBN 978-5-7695-9121-1; 290-40.
2. Алимов Ш. А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.
3. Колягин Ю.М., Ткачева М. В., Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 11 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.
4. Мордкович А. Г. И др. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч. Ч.1. Учебник (базовый уровень). 14-е изд., стер.- М.:2013.

РАЗДЕЛ 9. ИНТЕГРАЛ И ЕГО ПРИЛОЖЕНИЯ.

Тема 9.1. Первообразная функции. Неопределенный интеграл.

№ 32. Решение заданий по теме: «Нахождение неопределенного интеграла»

Цель: закрепить умение находить неопределенный интеграл.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание: Решить предложенные задания по вариантам:

1 вариант

1. Является ли функция $F(x) = x^2 + 3x + 1$ первообразной для функции $f(x) = 2x + 3$ на \mathbf{R} ?
2. а) Найдите общий вид первообразных для функции $f(x) = \frac{x^2}{3} - \frac{3}{x^2}$.
3. Для функции $f(x) = \sin 2x$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M\left(\frac{\pi}{4}; -2\right)$.
4. Найдите неопределённый интеграл: а) $\int \left(\frac{1}{\cos^2 x} + 4x^4\right) dx$; б) $\int (5x + 3)^3 dx$.

2 вариант

1. Является ли функция $F(x) = -\frac{x^4}{4} + 5x + 2$ первообразной для функции $f(x) = -x^3 + 5$ на \mathbf{R} ?
2. а) Найдите общий вид первообразных для функции $f(x) = \frac{3}{x^4} - \frac{1}{2\sqrt{x}}$.
3. Для функции $f(x) = (4 - 5x)^3$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M\left(1; \frac{1}{20}\right)$.
4. Найдите неопределённый интеграл: а) $\int (2 \sin x - \cos x + \sqrt{2}) dx$; б) $\int (3x - 1)^{10} dx$.

3 вариант

1. Является ли функция $F(x) = x^2 - x$ первообразной для функции $f(x) = 2x - 1$ на \mathbf{R} ?
2. а) Найдите общий вид первообразных для функции $f(x) = \frac{7}{\cos^2 x} - 3x - x^3$.
3. Для функции $f(x) = \sin 3x$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M\left(\frac{\pi}{12}; 0\right)$.
4. Найдите неопределённый интеграл: а) $\int \sin 2x dx$; б) $\int (2x + 6)^{15} dx$

4 вариант

1. Является ли функция $F(x) = \frac{1}{x^2} - \sin x$ первообразной для функции $f(x) = -\frac{1}{x^3} - \cos x$ на \mathbf{R} ?
2. а) Найдите общий вид первообразных для функции $f(x) = x(x+1)(x+2)$.
3. Для функции $f(x) = -\frac{1}{\sqrt{x+1}}$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M(0; 3)$.
4. Найдите неопределённый интеграл: а) $\int (-5 \sin x + 3 \cos x + x^3) dx$; б) $\int -4 \sin \frac{x}{5} dx$.

Порядок выполнения задания.

1. Повторить теоретические вопросы по данной теме, используя конспект лекций, рекомендованную литературу, справочный материал.
2. Рассмотреть образцы решения задач.

Справочный материал

Функция $F(x)$ называется первообразной функции $f(x)$, если функция $f(x)$ является производной функции $F(x)$.

У одной и той же функции $f(x)$ много первообразных. Если $F(x)$ - первообразная функции $f(x)$, то и любая функция $F(x) + C$, где C - число, является первообразной той же функции.

Неопределенным интегралом функции $f(x)$ называется множество первообразных этой функции.

Неопределенный интеграл функции $f(x)$ обозначается символом $\int f(x)dx$.

причем $f(x)$ называется подынтегральной функцией,

$f(x)dx$ — подынтегральным выражением,

x — переменной интегрирования,

\int — знаком неопределенного интеграла.

Таким образом, по определению $\int f(x)dx = F(x) + C$,

если $F'(x)=f(x)$.

Чтобы найти интеграл от данной функции, нужно найти любую ее первообразную и

прибавить к ней произвольное число C . Так, $\int e^x dx = e^x + C$, $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$ и т. д.

На основании свойств производной можно сформулировать свойства **неопределенного интеграла** (свойства первообразной).

1. Производная результата интегрирования равна подынтегральной функции:

$$\left(\int f(x)dx\right)' = (F(x) + C)' = f(x).$$

2. Неопределенный интеграл производной функции равен сумме самой функции и произвольной константы:

$$\int F'(x)dx = \int f(x)dx = F(x) + C.$$

3. Коэффициент можно выносить за знак неопределенного интеграла:

$$\int kf(x)dx = k \int f(x)dx, \text{ где } k - \text{ произвольная константа.}$$

4. Неопределенный интеграл суммы/разности функций равен сумме/разности неопределенных интегралов функций:

$$\int (f(x) \pm g(x)) dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx.$$

- первое свойство позволяет проводить проверку интегрирования. Чтобы проверить правильность выполненного интегрирования достаточно вычислить производную полученного результата. Если полученная в результате дифференцирования функция окажется равной подынтегральной функции, то это будет означать, что интегрирование проведено верно;
- второе свойство неопределенного интеграла позволяет по известному дифференциалу функции найти ее первообразную. На этом свойстве основано непосредственное вычисление неопределенных интегралов.

Примеры

Пример1. Выясните, является ли $F(x) = \frac{2}{9}x^3 - 3x + \cos x - 1$ первообразной для функции

$$f(x) = \frac{2}{3}x^2 - 3 - \sin x \text{ на } \mathbf{R}?$$

Решение. Находим

$$F'(x) = \left(\frac{2}{9}x^3 - 3x + \cos x\right)' = \frac{2}{9} \cdot 3x^2 - 3 \cdot 1 + (-\sin x) = \frac{2}{3}x^2 - 3 - \sin x = f(x).$$

Следовательно, по определению $F(x) = \frac{2}{9}x^3 - 3x + \cos x - 1$ является первообразной для функции $f(x) = \frac{2}{3}x^2 - 3 - \sin x$ на \mathbf{R} .

Пример 2. Для функции $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\cos^2 x}$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M\left(\frac{\pi}{4}; 1 + 2\sqrt{\pi}\right)$.

Решение. По основному свойству первообразных любая первообразная функции $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\cos^2 x}$ записывается в виде $F(x) = 2 \cdot 2\sqrt{x} - \operatorname{tg}x + C = 4\sqrt{x} - \operatorname{tg}x + C$. Координаты точки $M\left(\frac{\pi}{4}; 1 + 2\sqrt{\pi}\right)$ графика искомой первообразной должны удовлетворять уравнению:

$$1 + 2\sqrt{\pi} = 4\sqrt{\frac{\pi}{4}} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} + C.$$

Отсюда находим, что

$$\begin{aligned} 1 + 2\sqrt{\pi} &= 2\sqrt{\pi} - 1 + C, \\ C &= 2. \end{aligned}$$

Следовательно, уравнение искомой первообразной имеет вид: $F(x) = 4\sqrt{x} - \operatorname{tg}x + 2$.

Вопросы для изучения.

Определение первообразной, неопределенного интеграла, их свойства.

Форма контроля – проверка преподавателем решений заданий.

Вопросы для самоконтроля

1. Определение первообразной,
2. Определение неопределенного интеграла, их свойства.
3. Таблица интегралов.
4. Вычисление первообразной, график которой проходит через точку с заданными координатами.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков, М. И. Математика : учебник для нач. и сред. проф. образования / М. И. Башмаков. - 5-е изд., испр. - Москва : Академия, 2012. - 251 с. : ил. - (Начальное и среднее профессиональное образование. Общеобразовательные дисциплины). - ISBN 978-5-7695-9121-1 : 290-40.

2. Алимов Ш. А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.

3. Колягин Ю.М., Ткачева М. В, Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.

4.Колягин Ю.М., Ткачева М. В., Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 11 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.

5.Мордкович А. Г. И др. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч..Ч.1.Учебник (базовый уровень). 14-е изд., стер.- М.:2013.

Тема 9.3. Определенный интеграл.

№ 33. Составление теста по теме: «Вычисление неопределенного и определенного интеграла».

Цель: закрепить умение находить неопределенный и определенный интеграл.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание: Составить тест по теме: «Вычисление неопределенного и определенного интеграла». Тест должен включать 15-20 вопросов, не менее трех правдоподобных вариантов ответов, среди которых один правильный, «ключ» к тесту и его решение. Задание можно выполнять письменно в тетради или в программе MS Word.

Включить задания трех видов:

- Вычисление первообразных различных функций
- Вычисление первообразной, график которой проходит через точку с заданными координатами.
- Вычисление определенного интеграла.

Порядок выполнения задания.

- 1.Повторить теоретические вопросы по данной теме, используя конспект лекций, рекомендованную литературу.
2. Рассмотреть образцы решения задач.
3. Самостоятельно составить тест из 15-20 вопросов с вариантами ответов и решением.

Форма контроля – проверка преподавателем решений заданий.

Вопросы для самоконтроля

1. Определение первообразной и неопределенного интеграла,
2. Свойства неопределенного интеграла.
3. Таблица интегралов.
4. Вычисление первообразной, график которой проходит через точку с заданными координатами.
5. Вычисление определенного интеграла.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков, М. И. Математика : учебник для нач. и сред. проф. образования / М. И. Башмаков. - 5-е изд., испр. - Москва : Академия, 2012. - 251 с. : ил. - (Начальное и среднее профессиональное образование. Общеобразовательные дисциплины). - ISBN 978-5-7695-9121-1 : 290-40.

2. Алимов Ш. А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.

3. Колягин Ю.М., Ткачева М. В., Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 11 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.

4. Мордкович А. Г. И др. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч. Ч.1. Учебник (базовый уровень). 14-е изд., стер.- М.:2013.

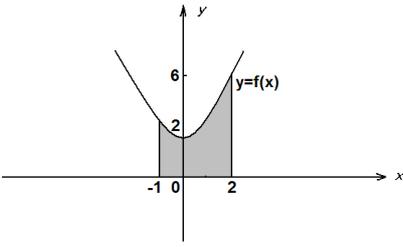
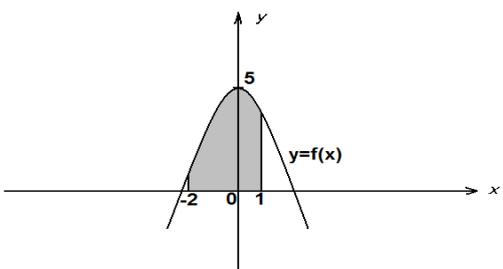
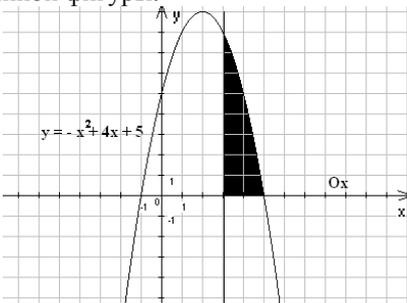
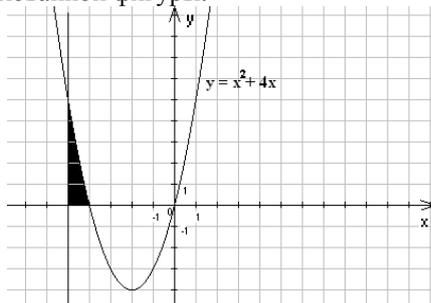
Тема 9.4. Геометрический смысл определенного интеграла. Вычисление площадей плоских фигур.

№34. Решение заданий по теме «Вычисление площадей фигур с помощью интеграла»

Цель: закрепить навык применения производной к исследованию функций

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание: решить предложенные задания по вариантам.

<p style="text-align: center;">Вариант 1</p> <p>1. По готовому чертежу найти площадь заштрихованной фигуры.</p>  <p>2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \sqrt{x}$, $y = 1$, $x = 4$.</p>	<p style="text-align: center;">Вариант 2</p> <p>1. По готовому чертежу найти площадь заштрихованной фигуры.</p>  <p>2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 0$, $x = 1$, $y = 8 - x^3$.</p>
<p style="text-align: center;">Вариант 3</p> <p>1. По готовому чертежу найти площадь заштрихованной фигуры.</p> 	<p style="text-align: center;">Вариант 4</p> <p>1. По готовому чертежу найти площадь заштрихованной фигуры.</p> 

2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^3, y = 0, x = 4$	2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 0, x = 1, y = \sqrt{x}$
---	--

Порядок выполнения задания.

1. Повторить теоретические вопросы по данной теме, используя конспект лекций, рекомендованную литературу.
2. Рассмотреть образцы решения задач.
3. Самостоятельно выполнить задание по вариантам.

Вопросы для изучения:

Формула Ньютона-Лейбница для нахождения определенного интеграла.

Нахождение площади криволинейной трапеции.

Форма контроля – проверка преподавателем решений заданий.

Вопросы для самоконтроля.

1. Назовите формулу Ньютона-Лейбница.
2. Сформулируйте алгоритм нахождения площади криволинейной трапеции.
3. Для чего выполнять чертеж при нахождении площади?

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков, М. И. Математика : учебник для нач. и сред. проф. образования / М. И. Башмаков. - 5-е изд., испр. - Москва : Академия, 2012. - 251 с. : ил. - (Начальное и среднее профессиональное образование. Общеобразовательные дисциплины). - ISBN 978-5-7695-9121-1 : 290-40.
2. Алимов Ш. А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.
3. Колягин Ю.М., Ткачева М. В., Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 11 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.
4. Мордкович А. Г. И др. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч. Ч.1. Учебник (базовый уровень). 14-е изд., стер.- М.:2013.

№ 35. Подготовка сообщения по темам разделов «Дифференциальное и интегральное исчисление»

Цель: формирование представления о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления, развитие интереса к предмету.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература, сеть Интернет.

Задание:

Подготовить сообщение на одну из тем, используя учебную литературу, сеть Интернет.

Список тем:

1. История дифференциального исчисления
2. И. Ньютон и его работа «Метод флюксий». Определение производной у Ньютона.
3. Символы и термины производных в работах Г. Лейбница.
4. Обозначение производных у Лагранжа.
5. Формулы дифференцирования у Лейбница и Эйлера.

6. Применение производной в науке и технике.
7. Применение производной в биологии и химии.
8. Применение производной в экономике.
9. Интеграл и его применение.
10. О происхождении терминов и обозначений в интегральном исчислении
11. История интегрального исчисления.

Порядок выполнения задания.

Подготовить сообщение по выбранной теме, используя методические рекомендации по подготовке сообщения (см. приложение 1).

Форма контроля – выступление перед учебной группой.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков М.И. Математика: учебник/(начальное и среднее профессиональное образование) М.: Кнорус, 2013. – 400с.

РАЗДЕЛ 10. МНОГОГРАННИКИ.

Тема 10.1. Многогранники. Призма, параллелепипед, пирамида

№36. Составление конспекта по теме: «Многогранники. Призма, параллелепипед, пирамида». Изготовление моделей многогранников

Цель: Обобщить материал, закрепить понятие многогранника при изготовлении моделей, используя развертки.

Оснащение: данные методические указания.

Задание:

1. Составить конспект по данной теме, используя рекомендуемую литературу.
2. Изготовить модели изученных многогранников.

Порядок выполнения задания.

1. Составить конспект по данной теме, используя рекомендуемую литературу.
2. Изготовить модели изученных многогранников с помощью разверток.

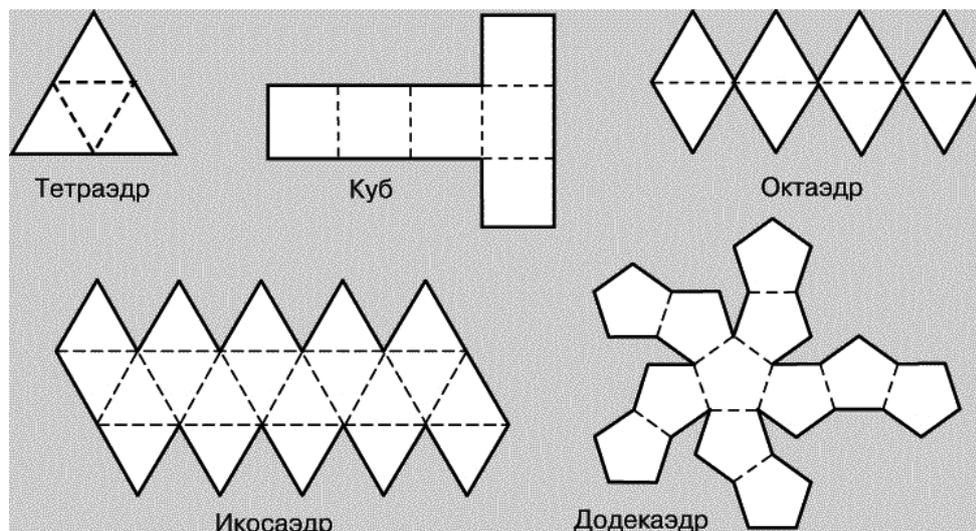
Справочный материал

Что такое развертка многогранника

Одним из способов изготовления правильных многогранников является способ с использованием, так называемых, развёрток.

Если модель поверхности многогранника изготовлена из гибкого нерастяжимого материала (бумаги, тонкого картона и т. п.), то эту модель можно разрезать по нескольким рёбрам и развернуть так, что она превратится в модель некоторого многоугольника. Этот многоугольник называют развёрткой поверхности многогранника. Для получения модели многогранника удобно сначала изготовить развёртку его поверхности. При этом необходимыми инструментами являются клей и ножницы. Модели многогранников можно

сделать, пользуясь одной разверткой, на которой будут расположены все грани. Однако в этом случае все грани будут одного цвета.



Вопросы для изучения: развертка, многогранник, элементы многогранника.

Форма контроля – проверка работы преподавателем.

Вопросы для самоконтроля:

1. Многогранники. Элементы многогранников.
2. Развертка многогранника.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков М.И. Математика: учебник/(начальное и среднее профессиональное образование) М.: Кнорус, 2013. – 400с.
2. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия 10 - 11 ОАО "Издательство" Просвещение" 2014г..403с. www.prosv.ru/umk/10-11.

РАЗДЕЛ 11. ТЕЛА И ПОВЕРХНОСТИ ВРАЩЕНИЯ

Тема 11.1. Понятие тела вращения. Цилиндр, конус, шар, сфера.

№37. Составление конспекта по теме: «Понятие тела вращения. Цилиндр, конус, шар, сфера». Изготовление моделей тел вращения

Цель: Обобщить знания по теме, закрепить понятие тела вращения при изготовлении моделей, используя развертки.

Оснащение: данные методические указания.

Задание: 1. Составить конспект по теме: «Понятие тела вращения. Цилиндр, конус, шар, сфера». Изготовить модели тел вращения.

Порядок выполнения задания.

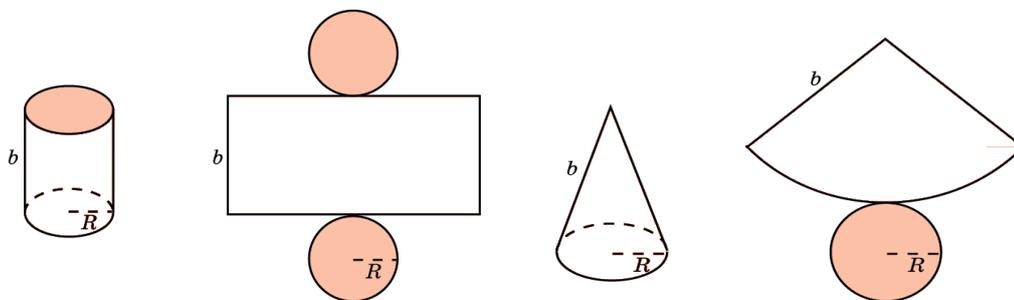
1. Составить конспект по данной теме, используя рекомендуемую литературу.
2. Изготовить модели изученных тел вращения с помощью разверток.

Справочный материал

Что такое развертка тел вращения

Одним из способов изготовления тел вращения является способ с использованием, так называемых, развёрток.

Если модель поверхности тела вращения изготовлена из гибкого нерастяжимого материала (бумаги, тонкого картона и т. п.), то эту модель можно разрезать по образующей, отделить основание и развернуть так, чтобы она превратится в модель некоторого многоугольника плюс круг. Эту фигуру называют развёрткой поверхности тела вращения. Для получения модели тела вращения удобно сначала изготовить развёртку его поверхности. При этом необходимыми инструментами являются клей и ножницы. Модели тел вращения можно сделать, пользуясь одной развёрткой, на которой будут расположены все элементы.



Вопросы для изучения: развертка, тело вращения, элементы тел вращения.

Форма контроля – проверка работы преподавателем.

Вопросы для самоконтроля:

1. Тело вращения, элементы тел вращения.
2. Развертки тел вращения.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков М.И. Математика: учебник/(начальное и среднее профессиональное образование) М.: Кнорус, 2013. – 400с.
2. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия 10 - 11 ОАО "Издательство" Просвещение" 2014г..403с. www.prosv.ru/umk/10-11.

РАЗДЕЛ 12. ИЗМЕРЕНИЯ В ГЕОМЕТРИИ

Тема 12.1. Понятие тела вращения. Цилиндр, конус, шар, сфера.

№. 38 Решение задач по теме «Нахождение объемов тел вращения и многогранников»

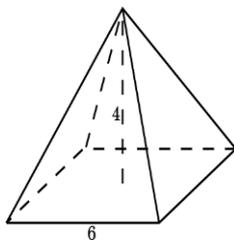
Цель: закрепить умения применять формулы для нахождения объемов многогранников и тел вращения.

Оснащение: данные методические указания.

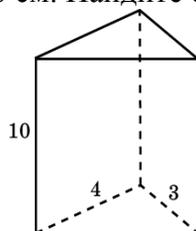
Задание: решите задачи:

1 вариант

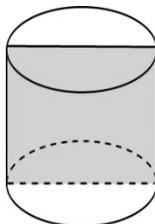
1. Найдите объём правильной четырёхугольной пирамиды, сторона основания которой равна 6 см и высота 4 см.



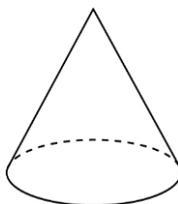
2. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 3 см и 4 см, высота призмы равна 10 см. Найдите объем данной призмы.



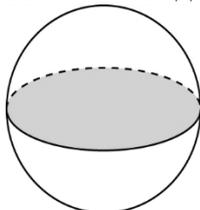
3. Площадь осевого сечения цилиндра равна 4 м^2 . Найдите объём цилиндра.



4. Высота конуса равна 3 см. образующая конуса составляет с плоскостью основания угол в 30° . Найдите объём конуса.

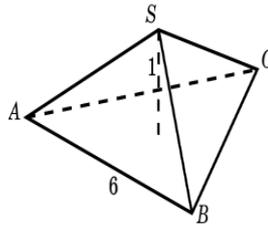


5. Площадь большого круга шара равна 3 см^2 . Найдите объём шара.

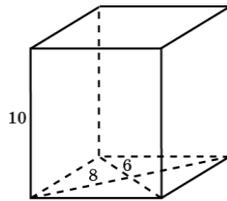


2 вариант

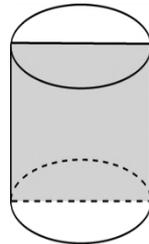
1. Найдите объём правильной треугольной пирамиды со стороной основания 6 см и высотой 1 см.



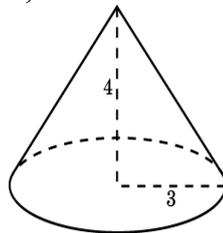
2. Найдите объём прямой призмы, в основании которой лежит ромб с диагоналями 6 см и 8 см и боковым ребром 10 см.



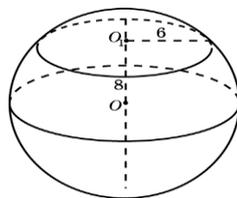
3. Осевое сечение цилиндра - квадрат. Площадь основания равна 1. Найдите объём цилиндра.



4. Радиус основания конуса равен 3 м, высота - 4 м. Найдите площадь объём конуса.



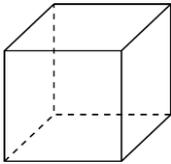
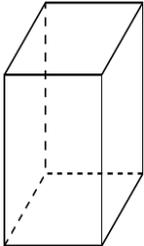
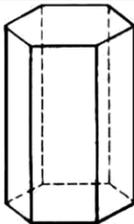
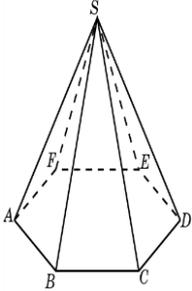
5. Сечение шара плоскостью, отстоящей от центра шара на расстоянии 8 см, имеет радиус 6 см. Найдите объём шара.

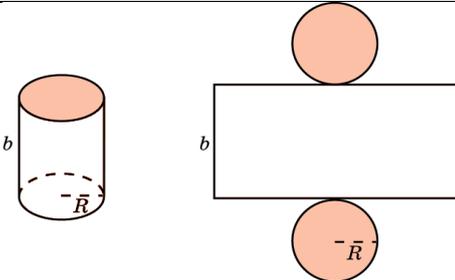


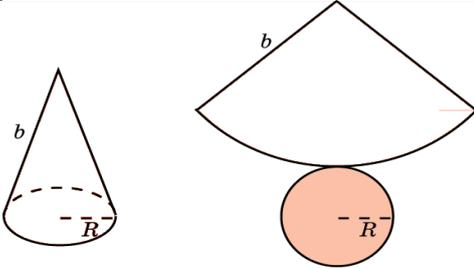
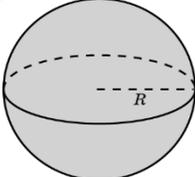
Порядок выполнения задания.

1. Повторить теоретические вопросы по данной теме, используя конспект лекций, рекомендованную литературу и предлагаемый справочный материал
2. Рассмотреть образцы решения задач.
3. Самостоятельно выполнить задание по вариантам.

Справочный материал

№ п/п	Наименование многогранника	Изображение	Площадь боковой и полной поверхности
1	Куб		$S_n = 6a^2$ $V = a^3$
2	Прямоугольный параллелепипед		$S_n = 2ab + 2ac + 2bc$ $V = a \cdot b \cdot c$ $V = S_{\text{осн}} \cdot h$
3	Призма		$S_b = p \cdot H$ $S_n = S_b + 2S_o$ $V = S_{\text{осн}} \cdot h$
4	Пирамида		$S_b = \frac{1}{2} p \cdot h$ $S_n = S_b + S_o$ $V = (1/3) \cdot S_{\text{осн}} \cdot h$

№ п/п	Наименование фигуры	Изображение	Формула площадей полной и боковой поверхности
1	Цилиндр		$S_b = 2\pi R H$ $S_n = 2\pi R H + 2\pi R^2$ $S_o = \pi R^2$ $V = \pi R^2 \cdot H$

2	Конус		$S_{\text{б}} = \pi Rl$ $S_{\text{п}} = \pi Rl + \pi R^2$ $S_{\text{о}} = \pi R^2$ $V = \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot H$
3	Сфера, шар		$S_{\text{п}} = 4\pi R^2$ $V = \frac{4}{3} \pi R^3$

Форма контроля – проверка преподавателем решений заданий.

Вопросы для самоконтроля.

Назовите формулы для вычисления объема и площади поверхности цилиндра, конуса, сферы.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков, М. И. Математика : учебник для нач. и сред. проф. образования / М. И. Башмаков. - 5-е изд., испр. - Москва : Академия, 2012. - 251 с. : ил. - (Начальное и среднее профессиональное образование. Общеобразовательные дисциплины). - ISBN 978-5-7695-9121-1 : 290-40.
2. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия 10 - 11 ОАО "Издательство" Просвещение" 2014г..403с. www.prosv.ru/umk/10-11.

Тема 12.5. Объем шара и площадь поверхности сферы.

№39. Решение задач по теме «Нахождение площади поверхности тел вращения»

Цель: закрепить умения применять формулы для нахождения площади поверхностей тел вращения

Оснащение: данные методические указания, рекомендованная литература.

Задание: решите задачи:

Вариант №1

1. Диагональ осевого сечения цилиндра равна 48 см. Угол между этой диагональю и образующей цилиндра равен 60° . Найдите площадь основания цилиндра.
2. Осевое сечение конуса есть равносторонний треугольник со стороной **a**. Найдите площадь боковой поверхности этого конуса.

Вариант №2

1. Диагональ осевого сечения цилиндра наклонена к плоскости основания под углом 60° и равна 20 см. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

2. Радиусы двух шаров равны 8 и 15. Найдите радиус шара, площадь поверхности которого равна сумме площадей их поверхностей.

Вариант №3

1. Длина окружности основания цилиндра равна 7. Площадь боковой поверхности равна 105. Найдите высоту цилиндра.

2. Осевое сечение конуса есть равнобедренный прямоугольный треугольник с гипотенузой, равной c . Найдите площадь боковой поверхности этого конуса.

Вариант №4

1. Сечение шара плоскостью имеет площадь $36\pi \text{ м}^2$. Радиус шара 10 м. Найдите расстояние от центра шара до плоскости сечения.

2. Высота конуса равна $2\sqrt{3}$ см. Найдите площадь боковой поверхности и площадь осевого сечения конуса, если оно является правильным треугольником.

Порядок выполнения задания.

1. Повторить теоретические вопросы по данной теме, используя конспект лекций, рекомендованную литературу, справочный материал.

2. Рассмотреть образцы решения задач.

3. Решить самостоятельно задания по вариантам.

Справочный материал

Конус, цилиндр и шар — это тела вращения. Они так называются, потому что их можно получить, вращая определенную фигуру вокруг некоторой оси.

Цилиндром называется тело, которое состоит из двух кругов, совмещаемых параллельным переносом, и всех отрезков, соединяющих соответствующие точки этих кругов. Эти круги называются основаниями цилиндра, а отрезки, соединяющие соответствующие точки оснований, — образующими цилиндра.

Если образующие перпендикулярны основаниям, то цилиндр называется прямым цилиндром.

Мы будем рассматривать только прямые цилиндры. Прямой цилиндр можно получить, если вращать прямоугольник вокруг одной из его сторон.

Высота цилиндра — это отрезок, соединяющий основания и перпендикулярный основаниям цилиндра.

Каждая образующая прямого цилиндра равна высоте.

Следующий важнейший пример тела вращения — это шар.

Шар — тело, состоящее из всех точек пространства, находящихся на расстоянии не более R от некоторой точки, которая называется центром шара. R называется радиусом шара.

Сфера — это поверхность шара. Сфера является множеством точек, отстоящих от ее центра на расстояние R .

Шар можно получить вращением полукруга вокруг его диаметра, а сферу — вращением полуокружности вокруг её диаметра.

Конус — это тело, которое получается при объединении всех отрезков, соединяющих точки круга (основание конуса) с вершиной конуса.

Прямой конус — это конус, вершина которого лежит на прямой, перпендикулярной основанию и проходящей через центр основания. Эта прямая называется осью прямого конуса.

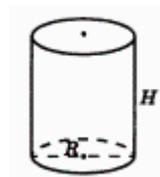
Высота конуса — это отрезок, проведенный из вершины конуса к основанию перпендикулярно основанию конуса. Отрезок, который соединяет вершину конуса с окружностью в основании, называется образующей конуса.

Прямой конус можно получить вращением прямоугольного треугольника вокруг одного из его катетов.

Площади тел вращения:

Площадь боковой поверхности цилиндра

$$S_{\text{бок}} = 2 \pi R H$$



Площадь полной поверхности цилиндра

$$S_{\text{полн}} = 2 S_{\text{о}} + S_{\text{бок}} = 2 \pi R (R + H)$$

Площадь боковой поверхности конуса

$$S_{\text{бок}} = \pi R l$$

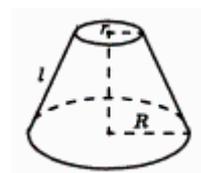


Площадь полной поверхности конуса

$$S_{\text{полн}} = S_{\text{о}} + S_{\text{бок}} = \pi R (R + l)$$

Площадь боковой поверхности усеченного конуса

$$S_{\text{бок}} = \pi (R + r) l$$

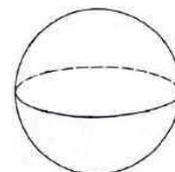


Площадь полной поверхности усеченного конуса

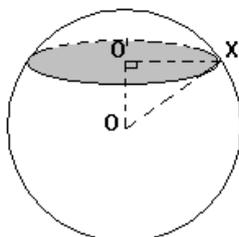
$$S_{\text{полн}} = \pi (R^2 + r^2 + (R + r) l)$$

Площадь поверхности сферы

$$S = 4 \pi R^2$$



Примеры



1. Сечение шара плоскостью имеет площадь 36π (м²). Радиус шара 10 м. Найти расстояние от центра шара до плоскости сечения.

Дано: шар $S(O, OX)$ $S_{\text{сеч}} = 36 \pi$ (м²), $R = OX = 10$ м

Найти: OO^1

Решение:

1. Любое сечение шара плоскостью есть круг. $S_{\text{сеч}} = \pi r^2 \quad 36\pi = \pi r^2 \Rightarrow r^2 = 36 \text{ (м}^2\text{)}$

2. $\triangle OO^1X$ – прямоугольный

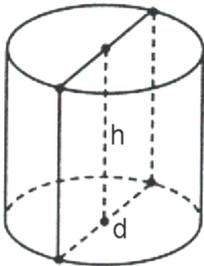
$OO^1 = h$, $O^1X = r$, $OX = R$

$h^2 = R^2 - r^2$ - т. Пифагора

$$h^2 = 100 - 36 = 64, h = 8 \text{ м}$$

Ответ: $h = 8 \text{ м}$

2. Площадь боковой поверхности цилиндра равна 72π , а диаметр основания — 9. Найдите высоту цилиндра.



Площадь боковой поверхности цилиндра находится по формуле:

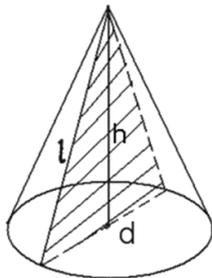
$$S_{\text{бок}} = 2\pi r h$$

Значит,

$$h = \frac{S_{\text{бок}}}{2\pi r} = \frac{72\pi}{2\pi \cdot 0,5d} = \frac{36}{0,5 \cdot 9} = 8$$

Ответ: 8

3. Высота конуса равна 57, а диаметр основания — 152. Найдите образующую конуса.



Рассмотрим осевое сечение конуса. По теореме Пифагора:

$$l = \sqrt{h^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \sqrt{57^2 + \left(\frac{152}{2}\right)^2} = \sqrt{3249 + 5776} = \sqrt{9025} = 95$$

Ответ: 95

Вопросы для изучения:

Нахождение площадей поверхности фигур вращения.

Форма контроля – проверка преподавателем решений заданий.

Вопросы для самоконтроля.

Площади поверхности фигур вращения.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков, М. И. Математика : учебник для нач. и сред. проф. образования / М. И. Башмаков. - 5-е изд., испр. - Москва : Академия, 2012. - 251 с. : ил. - (Начальное и среднее профессиональное образование. Общеобразовательные дисциплины). - ISBN 978-5-7695-9121-1 : 290-40.

2. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия 10 - 11 ОАО "Издательство" Просвещение" 2014г..403с. www.prosv.ru/umk/10-11.

№40. Подготовка сообщения по истории математики

Цель: развитие интереса к предмету, расширить кругозор обучающихся, познакомить с жизнью и деятельностью математиков – ученых и с историей развития математики.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература, сеть Интернет.

Задание: Подготовить сообщение «Творцы математики» на одну из тем, используя учебную литературу, сеть Интернет. Темы сообщений:

- | | |
|-------------------------|--------------------------------|
| 1. Николай Лобачевский; | 12. Эварист Галуа; |
| 2. Софья Ковалевская; | 13. Карл Вейерштрасс; |
| 3. Николай Боголюбов; | 14. Пьер Ферма; |
| 4. Григорий Перельман; | 15. Джон Нейман; |
| 5. Пафнутий Чебышев; | 16. Жан Даламбер; |
| 6. Виктор Садовничий; | 17. Клаус Мёбиус; |
| 7. Леонтий Магницкий; | 18. Евклид; |
| 8. Владимир Брадис; | 19. Пифагор; |
| 9. Константин Поссе; | 20. Готфрид Вильгельм Лейбниц. |
| 10. Андрей Колмогоров; | 21. И.Ньютон |
| 11. Рене Декарт; | 22. Я. Бернулли |
| | 23. Непер |

Порядок выполнения задания.

Подготовить сообщение по выбранной теме, используя методические рекомендации по подготовке сообщения (см. приложение 1).

Форма контроля – выступление с сообщением перед группой.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков М.И. Математика: учебник/(начальное и среднее профессиональное образование) М.: Кнорус, 2013. – 400с.

№41. Подготовка реферата на тему: «История развития математики»

Цель: развитие интереса к предмету, расширить кругозор обучающихся, познакомить с жизнью и деятельностью математиков – ученых и с историей развития математики.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература, сеть Интернет.

Задание: Подготовить реферат на тему: «История развития математики»

Порядок выполнения задания.

Подготовить сообщение по выбранной теме, используя методические рекомендации по подготовке реферата (см. приложение 2).

Форма контроля – проверка преподавателем, выступление с сообщением перед группой.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков М.И. Математика: учебник/(начальное и среднее профессиональное образование) М.: Кнорус, 2013. – 400с.

РАЗДЕЛ 13. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ**Тема 13.1. Основные понятия комбинаторики****№42. Составление опорного конспекта в виде таблицы по теме: «Размещения, перестановки, сочетания»**

Цель: обобщить материал по теме.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание: Заполнить таблицы «Размещения, перестановки, сочетания» (создать опорный конспект по теме). Задание одинаково для всех вариантов. Примеры и их решения должны быть индивидуальными.

	Размещения	Перестановки	Сочетания
Определение			
Формула для вычисления			
Условие собственной практической задачи			
Решение задачи			

Порядок выполнения задания.

1. Повторить теоретические вопросы по данной теме, используя конспект лекций, рекомендованную литературу.

3. Самостоятельно выполнить задание.

Вопросы для изучения:

Основные понятия комбинаторики: размещения, перестановки, сочетания. Их определения и формулы для вычисления.

Форма контроля – проверка задания преподавателем.

Вопросы для самоконтроля.

Основные понятия комбинаторики: размещения, перестановки, сочетания. Их определения и формулы для вычисления.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков, М. И. Математика : учебник для нач. и сред. проф. образования / М. И. Башмаков. - 5-е изд., испр. - Москва : Академия, 2012. - 251 с. : ил. - (Начальное и среднее профессиональное образование. Общеобразовательные дисциплины). - ISBN 978-5-7695-9121-1 : 290-40.

2. Алимов Ш. А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.

3. Колягин Ю.М., Ткачева М. В, Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.

4. Колягин Ю.М., Ткачева М. В., Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 11 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.

5. Мордкович А. Г. И др. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч. Ч.1. Учебник (базовый уровень). 14-е изд., стер.- М.:2013.

№43. Решение задач по комбинаторике

Цель: закрепить навыки решения задач по данной теме.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание: Выполнить предложенные задания по вариантам:

Задача 1. Вычислить:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1.1	$7!$	$4!$	$5!$	$6!$	$8!$	$4!$	$5!$	$7!$	$4!$	$5!$
1.2	$\frac{10!}{5!}$	$\frac{9!}{7!}$	$\frac{11!}{4!}$	$\frac{12!}{8!}$	$\frac{13!}{9!}$	$\frac{14!}{10!}$	$\frac{15!}{12!}$	$\frac{8!}{5!}$	$\frac{7!}{4!}$	$\frac{16!}{13!}$
1.3	C_4^2	C_5^2	C_5^3	C_6^3	C_7^4	C_6^4	C_7^5	C_8^7	C_8^6	C_8^5
1.4	A_4^2	A_5^2	A_5^2	A_5^2	A_5^2	A_5^2	A_5^2	A_5^2	A_5^2	A_5^2

Задача 2.

По списку в классе n девочек и m мальчиков. Нужно выбрать двоих дежурных по классу. Сколькими способами это можно сделать при условии, что пару обязательно должны составить двое детей одного пола.

вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n	12	11	10	13	17	18	19	20	22	23
m	13	15	14	14	11	12	11	12	13	9

Задача 3.

В офисе фирмы работают n человек. Сколькими способами можно выбрать комитет, состоящий из президента, 1-го, 2-го и 3-го вице-президентов?

вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n	12	11	10	13	17	18	19	20	22	23

Задача 4.

4. 1. Сколькими способами из группы в n человек можно выбрать m делегатов на конференцию?

вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n	24	23	22	21	24	23	22	21	24	25
m	2	3	4	5	6	7	8	2	3	4

4.2. Учащимся дали список из n книг, которые рекомендуется прочитать. Сколькими способами ученик может выбрать из них m книг?

вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n	10	11	12	13	15	10	11	12	13	14
m	6	5	4	3	2	3	4	5	6	7

Порядок выполнения задания.

1. Повторить теоретические вопросы по данной теме, используя конспект лекций, рекомендованную литературу, справочные материалы.

3. Самостоятельно выполнить задание по вариантам.

Вопросы для изучения:

Основные понятия комбинаторики: размещения, перестановки, сочетания. Их определения и формулы для вычисления.

Справочные материалы

Перестановками из n разных элементов называются соединения, которые состоят из n элементов и отличаются друг от друга только порядком их расположения.

Число перестановок из n элементов обозначают P_n и вычисляют по формуле $P_n = n!$
 $n!$ (n – факториал) $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \dots \cdot n$

Пример. Сколькими способами можно разместить 12 человек за столом, на котором поставлены 12 приборов?

Решение

$$P_{12} = 12! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 12 = 479\,001\,600 \quad \underline{\text{Ответ:}} \quad 479\,001\,600$$

Комбинации из m элементов по n элементов, которые отличаются друг от друга или самими элементами или порядком элементов, называются **размещениями**.

Обозначаются A_m^n и вычисляются по формуле $A_m^n = \frac{m!}{(m-n)!}$, $A_n^n = n!$

Пример

Сколько существует вариантов распределения трёх призовых мест, если в розыгрыше участвуют 7 команд?

Решение

$$A_7^3 = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!} = 210 \quad \underline{\text{Ответ:}} \quad 210 \text{ вар}$$

Сочетаниями называются все возможные комбинации из m элементов по n , которые отличаются друг от друга по крайней мере хотя бы одним элементом.

Обозначают C_m^n и вычисляют по формуле $C_n^m = \frac{m!}{(m-n)! \cdot n!}$

Пример

Сколькими способами из колоды в 36 карт можно выбрать 2 карты?

Решение

$$C_{36}^2 = \frac{36!}{(36-2)! \cdot 2!} = \frac{36!}{34! \cdot 2!} = 630$$

Ответ: 630 способов

Форма контроля – проверка задания преподавателем.

Вопросы для самоконтроля.

1. Как называется раздел математики, который занимается решением задач, связанных с рассмотрением множеств и составлением различных комбинаций из элементов этих множеств?
2. Что называют факториалом?
3. Что называют перестановкой?
4. Чем отличается сочетание от размещения?

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков, М. И. Математика : учебник для нач. и сред. проф. образования / М. И. Башмаков. - 5-е изд., испр. - Москва : Академия, 2012. - 251 с. : ил. - (Начальное и среднее профессиональное образование. Общеобразовательные дисциплины). - ISBN 978-5-7695-9121-1 : 290-40.
2. Алимов Ш. А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.
3. Колягин Ю.М., Ткачева М. В, Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.
4. Колягин Ю.М., Ткачева М. В., Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 11 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.
5. Мордкович А. Г. И др. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч. Ч.1. Учебник (базовый уровень). 14-е изд., стер.- М.:2013.

Тема 13.2. Элементы теории вероятности. Операции над событиями

№ 44. Решение задач по теории вероятностей с применением теорем сложения и умножения вероятностей

Цель: закрепить навыки решения задач по данной теме.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание: Решить задачи по вариантам, используя теоремы сложения и умножения вероятностей.

(N – номер студента по списку).

1. Из урны, содержащей $N + 2$ белых и $N + 3$ черных шаров, вынимаются 2 шара. Какова вероятность того, что они разных цветов?
2. В урне находятся $N + 3$ белых и $N + 4$ черных шаров. Вынимаются 2 шара. Какова вероятность, что они оба белые?
3. В урне находятся $N + 2$ белых и 5 черных шаров. Вынимаются 2 шара. Какова вероятность, что они оба черные?
4. Готовясь к вступительному экзамену по математике, абитуриент должен подготовить $N + 20$ вопросов по мат. анализу и $N + 25$ – по геометрии. Но он успел подготовить только 15 вопросов по мат. анализу и 20 по геометрии. Билет содержит 3 вопроса, два из которых по мат. анализу и один – по геометрии. Какова вероятность, что абитуриент сдаст экзамен на «отлично» (ответит на все 3 вопроса)?
5. Готовясь к вступительному экзамену по математике, абитуриент должен подготовить $N + 20$ вопросов по мат. анализу и $N + 25$ – по геометрии. Но он успел подготовить только 15 вопросов по мат. анализу и 20 по геометрии. Билет содержит 3 вопроса, два из которых по мат. анализу, а один – по геометрии. Какова вероятность, что абитуриент сдаст экзамен на «хорошо» (ответит на любые два вопроса)?
6. В урне находятся $N + 2$ белых, $N + 3$ черных и $N + 4$ красных шаров. Наудачу вынимают три шара. Какова вероятность, что хотя бы два шара будут одного цвета?
7. В лотерее разыгрывается $N + 10$ билетов, из которых $N + 5$ выигрышных. Некто покупает 4 билета. Какова вероятность, что хотя бы один из купленных билетов выигрышный?
8. При одном обзоре радиолокационной станцией объект обнаруживается с вероятностью 0,6. Обнаружение объекта в каждом цикле происходит независимо от других циклов. Какова вероятность, что при $N + 3$ циклах объект будет обнаружен?
9. В ящике лежат $N + 2$ белых, $N + 4$ красных и $N + 7$ синих одинаковых на ощупь шаров. Вынимается наугад один шар. Какова вероятность, что он цветной?
10. В первом ящике $N + 7$ шаров, из которых 5 – белые. Во втором ящике $N + 8$ шаров, из которых 6 – белые. Из каждого ящика взяли по одному шару. Какова вероятность, что оба они белого цвета?
11. В ящике $N + 10$ деталей, среди которых шесть окрашенных. Сборщик наудачу извлекает 4 детали. Найти вероятность того, что все извлеченные изделия окажутся окрашенными.

Порядок выполнения задания.

1. Повторить теоретические вопросы по данной теме, используя конспект лекций, рекомендованную литературу.
2. Записать условие каждой задачи согласно своему варианту (N – номер студента по списку).
3. Самостоятельно выполнить задание по вариантам.

Вопросы для изучения:

1. Определение вероятности случайного события
2. Теоремы о сложении вероятностей и умножении вероятностей.

Форма контроля – проверка задания преподавателем.

Вопросы для самоконтроля.

1. Определение вероятности случайного события
2. Теоремы о сложении вероятностей и умножении вероятностей.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков, М. И. Математика : учебник для нач. и сред. проф. образования / М. И. Башмаков. - 5-е изд., испр. - Москва : Академия, 2012. - 251 с. : ил. - (Начальное и среднее профессиональное образование. Общеобразовательные дисциплины). - ISBN 978-5-7695-9121-1 : 290-40.

2. Алимов Ш. А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.
3. Колягин Ю. М., Ткачева М. В., Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.
4. Колягин Ю. М., Ткачева М. В., Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 11 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.
5. Мордкович А. Г. и др. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч. Ч. 1. Учебник (базовый уровень). 14-е изд., стер. — М.: 2013.

Тема 13.3 Дискретная случайная величина, закон ее распределения

№ 45. Вычисление числовых характеристик дискретной случайной величины

Цель: закрепить навыки решения задач по данной теме.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание: Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X , если закон ее распределения задан таблицей:

Вариант 1				
x_i	-1	0	1	2
p_i	0.1	0.2	0.4	0.3
Вариант 2				
x_i	2	3	5	7
p_i	0.2	0.1	0.1	0.6
Вариант 3				
x_i	-1	2	4	6
p_i	0.2	0.1	0.3	0.4
Вариант 4				
x_i	-1	0	3	5
p_i	0.3	0.1	0.1	0.5
Вариант 5				
x_i	-2	1	2	3
p_i	0.2	0.3	0.1	0.4
Вариант 6				
x_i	-2	-1	0	4
p_i	0.01	0.5	0.19	0.3
Вариант 7				
x_i	-2	0	1	3
p_i	0.4	0.2	0.1	0.3
Вариант 8				
x_i	2	3	4	6
p_i	0.2	0.4	0.1	0.3
Вариант 9				
x_i	-3	-2	-1	0
p_i	0.1	0.2	0.3	0.4
Вариант 10				
x_i	-3	-2	0	3
p_i	0.2	0.1	0.2	0.5
Вариант 11				
x_i	-3	-1	0	1
p_i	0.5	0.1	0.3	0.1
Вариант 12				
x_i	2	4	5	7
p_i	0.3	0.2	0.1	0.4
Вариант 13				
x_i	-1	4	2	5
p_i	0.2	0.3	0.1	0.4
Вариант 14				
x_i	2	4	5	7
p_i	0.1	0.2	0.4	0.3
Вариант 15				
x_i	1	2	3	5
p_i	0.2	0.5	0.1	0.2
Вариант 16				
x_i	-1	1	2	4
p_i	0.1	0.1	0.3	0.5
Вариант 17				
x_i	-2	0	1	3
p_i	0.6	0.1	0.1	0.2
Вариант 18				
x_i	-3	-2	1	2
p_i	0.1	0.3	0.5	0.1
Вариант 19				
x_i	1	3	4	6
p_i	0.1	0.5	0.1	0.3
Вариант 20				
x_i	-2	2	3	4
p_i	0.1	0.2	0.2	0.5
Вариант 21				
x_i	-3	-1	0	1
p_i	0.2	0.1	0.2	0.5
Вариант 22				
x_i	2	3	4	6
p_i	0.2	0.2	0.3	0.3
Вариант 23				
x_i	1	2	4	5
p_i	0.3	0.2	0.2	0.3
Вариант 24				
x_i	-2	-1	0	1
p_i	0.3	0.2	0.3	0.2
Вариант 25				
x_i	-1	0	3	5
p_i	0.2	0.1	0.3	0.4
Вариант 26				
x_i	-3	-2	1	3
p_i	0.1	0.2	0.2	0.5
Вариант 27				
x_i	-2	1	3	5
p_i	0.3	0.2	0.4	0.1
Вариант 28				
x_i	2	4	5	7
p_i	0.1	0.3	0.2	0.4
Вариант 29				
x_i	-3	0	2	3
p_i	0.3	0.1	0.1	0.5
Вариант 30				
x_i	-2	1	2	4
p_i	0.1	0.3	0.1	0.5

Порядок выполнения задания.

1. Повторить теоретические вопросы по данной теме, используя конспект лекций, рекомендованную литературу.

3. Самостоятельно выполнить задание по вариантам.

Справочный материал

Обозначают случайные величины (СВ): X, Y, Z, \dots

Значения СВ X : x_1, x_2, \dots, x_n ; вероятности значений СВ X : p_1, p_2, \dots, p_n .

Закон распределения СВ X :

X	x_1	x_2	\dots	x_n
p	p_1	p_2	\dots	p_n

Замечание: Равенство $1 = p_1 + p_2 + \dots + p_n$ используется для контроля.

Числовые характеристики СВ X вычисляются по формулам:

Математическое ожидание ДСВ X : $M(X) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n$.

Дисперсия ДСВ X : $D(X) = M(X^2) - M^2(X)$, где $M(X^2) = x_1^2 \cdot p_1 + x_2^2 \cdot p_2 + \dots + x_n^2 \cdot p_n$.

Вопросы для изучения:

1. Дискретная случайная величина
2. Закон распределения дискретной случайной величины
3. Числовые характеристики дискретной случайной величины: математическое ожидание, дисперсия.

Форма контроля – проверка задания преподавателем.

Вопросы для самоконтроля.

1. Дискретная случайная величина
2. Закон распределения дискретной случайной величины
3. Числовые характеристики дискретной случайной величины.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков, М. И. Математика : учебник для нач. и сред. проф. образования / М. И. Башмаков. - 5-е изд., испр. - Москва : Академия, 2012. - 251 с. : ил. - (Начальное и среднее профессиональное образование. Общеобразовательные дисциплины). - ISBN 978-5-7695-9121-1 : 290-40.
2. Алимов Ш. А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.
3. Колягин Ю.М., Ткачева М. В, Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.
4. Колягин Ю.М., Ткачева М. В., Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 11 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.
5. Мордкович А. Г. И др. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч. Ч.1. Учебник (базовый уровень). 14-е изд., стер.- М.:2013.

Тема 13.3 Элементы математической статистики

№ 46. Решение практических задач с применением вероятностных методов

Цель: закрепить навыки решения задач по данной теме.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание: Решить задачи по вариантам

1 вариант.

1. На стол одновременно бросают два игральных тетраэдра, грани каждого из которых пронумерованы числами 1, 2, 3, 4. Составить таблицу распределения по вероятностям значений случайной величины X – суммы очков на гранях тетраэдров, касающихся поверхности стола.
2. В таблице приведены размеры одежды 50 учащихся 10 класса. На основании этих данных составить таблицу распределения по вероятностям значений случайной величины X – размеров одежды учащихся 10 класса. Составить таблицы распределения по частотам (M) и относительным частотам (W)

50	40	44	44	46	46	44	48	46	44
38	44	48	50	40	42	50	46	54	44
42	42	52	44	46	38	46	42	44	48
46	48	44	40	52	44	48	50	46	46
48	40	46	42	44	50	46	44	46	48

3. Построить полигон частот и полигон относительных частот значений случайной величины X , распределение которой представлено в таблице:

X	11	12	13	14	15
M	3	1	5	6	5

4. Найти размах, моду и медиану выборки:

1, 3, -2, 4, -2, 0, 2, 3, 1, -2, 4

Построить полигон частот значений величины и указать на нём размах, моду и медиану.

2 вариант.

1. На стол одновременно бросают игральный кубик и игральный тетраэдр (границ которого пронумерованы числами 1, 2, 3, 4). Составить таблицу распределения по вероятностям значений случайной величины X – суммы очков, выпавших на кубике и грани тетраэдра, касающейся поверхности стола.

2. В таблице приведены размеры одежды 50 учащихся 10 класса. На основании этих данных составить таблицу распределения по вероятностям значений случайной величины X – размеров одежды учащихся 10 класса. Составить таблицы распределения по частотам (M) и относительным частотам (W)

42	42	52	44	46	38	46	42	44	48
48	40	46	42	44	50	46	44	46	48
50	40	44	44	46	46	44	48	46	44
46	48	44	40	52	44	48	50	46	46
38	44	48	50	40	42	50	46	54	44

3. Построить полигон частот и полигон относительных частот значений случайной величины X , распределение которой представлено в таблице:

X	23	24	25	26	27	28
M	6	5	2	3	1	3

4. Найти размах, моду и медиану выборки:

0,2 ; 0,4; 0,1; 0,5; 0,1; 0,2; 0,3; 0,5; 0,4; 0,6

Построить полигон частот значений величины и указать на нём размах, моду и медиану.

Порядок выполнения задания.

1. Повторить теоретические вопросы по данной теме, используя конспект лекций, рекомендованную литературу.

3. Самостоятельно выполнить задание по вариантам.

Вопросы для изучения:

Таблица распределения вероятностей, полигон частот, полигон относительных частот, выборка, размах, мода и медиана выборки.

Форма контроля – проверка задания преподавателем.

Вопросы для самоконтроля.

Таблица распределения вероятностей, полигон частот, полигон относительных частот, выборка, размах, мода и медиана выборки.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков, М. И. Математика : учебник для нач. и сред. проф. образования / М. И. Башмаков. - 5-е изд., испр. - Москва : Академия, 2012. - 251 с. : ил. - (Начальное и среднее профессиональное образование. Общеобразовательные дисциплины). - ISBN 978-5-7695-9121-1 : 290-40.

2. Алимов Ш. А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия.

Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.

3. Колягин Ю.М., Ткачева М. В., Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.

4. Колягин Ю.М., Ткачева М. В., Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 11 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.

5. Мордкович А. Г. И др. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч. Ч.1. Учебник (базовый уровень). 14-е изд., стер.- М.:2013.

№ 47. Подготовка сообщения по темам раздела «Элементы теории вероятности и математической статистики».

Цель: формирование представления о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления, развитие интереса к предмету.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература, сеть Интернет.

Задание:

Подготовить сообщение на одну из тем, используя учебную литературу, сеть Интернет.

Список тем:

1. История происхождения теории вероятностей.
2. Теория вероятностей в нашей жизни.
3. Закон больших чисел.
4. Частота в статистике и решении экономических задач
5. Комбинаторика в нашей жизни
6. Математическая статистика вокруг нас.

Порядок выполнения задания.

Подготовить сообщение по выбранной теме, используя методические рекомендации по подготовке сообщения (см. приложение 1).

Форма контроля – выступление перед учебной группой.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков М.И. Математика: учебник/(начальное и среднее профессиональное образование) М.: Кнорус, 2013. – 400с.

Методические рекомендации по подготовке сообщения

Сообщение – это краткое изложение определённой темы. Сообщение составляется по нескольким источникам (3-5, включая учебную литературу и интернет-источники). Вначале изучается тот источник, в котором данная тема изложена наиболее полно. Затем сообщение дополняется материалом других источников. Сообщение должно содержать выступление на 3-5 мин. и может сопровождаться презентацией, схемами, рисунками, таблицами и т.д. Материал не читается, а рассказывается, допускается зачитать лишь отдельные выдержки.

Этапы работы над сообщением:

1. Подбор и изучение основных источников по теме.
2. Обработка и систематизация информации (выбор информации наиболее полно раскрывающей заданную тему, наиболее интересной)
3. Написание сообщения.
4. Составление списка используемой литературы.
5. Оформление сообщения.
5. Публичное выступление и защита сообщения.

Требования к оформлению сообщения.

- 1, Сообщение содержит не более 7 печатных листов формата А-4
2. На титульном листе размещена тема и данные автора.
3. Материал не копирует дословно с книги и статьи и не является конспектом. Предлагается в основной части раскрыть тему, выбирая только самое главное.
4. На последней странице указывается источники информации.

Критерии оценки:

«5» - студент изложил всю информацию, понял суть проблемы или темы, и соблюдал все правила оформления

«4» - студент изложил всю информацию, понял суть проблемы, но есть недочеты в оформлении

«3» - студент изложил не всю информацию, недочеты в оформлении.

«2» - студент изложил не всю информацию, не понял суть проблемы и не соблюдал правила оформления.

Методические рекомендации по выполнению реферата

Реферат (от лат. referre – сообщать) – краткое изложение в письменном виде или в форме доклада содержания литературы по теме. Работа над рефератом условно разделяется на выбор темы, подбор литературы, подготовку плана, написание текста с указанием библиографических данных используемых источников, подготовку доклада для защиты реферата, выступление с ним. Тематика рефератов связана с основными вопросами изучаемого курса.

Список литературы к теме реферата не дается, и обучающиеся самостоятельно ведут библиографический поиск.

Содержание и оформление разделов реферата

Структура реферата:

- Титульный лист.
- Оглавление.
- Введение (дается постановка вопроса, объясняется выбор темы, её значимость и актуальность, указываются цель и задачи реферата, даётся характеристика используемой литературы).
- Основная часть (состоит из глав и подглав, которые раскрывают отдельную проблему или одну из её сторон и логически являются продолжением друг друга).
- Заключение (подводятся итоги и даются обобщённые основные выводы по теме реферата, делаются рекомендации).
- Список литературы.

Титульный лист. Является первой страницей реферата и заполняется по строго определенным правилам.

В верхнем поле указывается полное наименование учебного заведения.

В среднем поле дается заглавие реферата, которое проводится без слова " тема " и в кавычки не заключается.

Далее, ближе к левому краю титульного листа, указываются фамилия, инициалы обучающегося, написавшего реферат, а также его курс и группа. Справа указываются фамилия и инициалы преподавателя - руководителя работы.

В нижнем поле указывается год написания реферата.

После титульного листа помещают *оглавление*, в котором приводятся все заголовки работы и указываются страницы, с которых они начинаются. Заголовки оглавления должны

точно повторять заголовки в тексте. Сокращать их или давать в другой формулировке и последовательности нельзя.

Все заголовки начинаются с прописной буквы без точки на конце. Последнее слово каждого заголовка соединяют отточием / / с соответствующим ему номером страницы в правом столбце оглавления.

Заголовки одинаковых ступеней рубрикации необходимо располагать друг под другом. Заголовки каждой последующей ступени смещают на три - пять знаков вправо по отношению к заголовкам предыдущей ступени.

Введение. Здесь обычно обосновывается актуальность выбранной темы, цель и содержание реферата, указывается объект / предмет / рассмотрения, приводится характеристика источников для написания работы и краткий обзор имеющейся по данной теме литературы. Актуальность предполагает оценку своевременности и социальной значимости выбранной темы, обзор литературы по теме отражает знакомство автора реферата с имеющимися источниками, умение их систематизировать, критически рассматривать, выделять существенное, определять главное.

Основная часть. Содержание глав этой части должно точно соответствовать теме работы и полностью ее раскрывать. Эти главы должны показать, умение исследователя сжато, логично и аргументировано излагать материал, обобщать, анализировать, делать логические выводы.

Заключительная часть. Предполагает последовательное, логически стройное изложение обобщенных выводов по рассматриваемой теме.

Библиографический список использованной литературы составляет одну из частей работы, отражающей самостоятельную творческую работу автора, позволяет судить о степени фундаментальности данного реферата.

В работах используются следующие способы построения библиографических списков: по алфавиту фамилий, авторов или заглавий; по тематике; по видам изданий; по характеру содержания; списки смешанного построения. Литература в списке указывается в алфавитном порядке, более распространенный вариант - фамилии авторов в алфавитном порядке, после указания фамилии и инициалов автора указывается название литературного источника, место издания пишется сокращенно, например, Москва - М., Санкт - Петербург - СПб и т.д. , название издательства, например, Мир, год издания, например, 1996, можно указать страницы, например, с. 54-67. Страницы можно указывать прямо в тексте, после указания номера, под которым литературный источник находится в списке литературы. Номер литературного источника указывается после каждого нового отрывка текста из другого литературного источника.

В *приложении* помещают вспомогательные или дополнительные материалы, которые загромождают текст основной части работы - таблицы, карты, графики, неопубликованные документы, переписка и т.д. Каждое приложение должно начинаться с нового листа, страницы с указанием в правом верхнем углу слова " Приложение" и иметь тематический заголовок. При наличии в работе более одного приложения они нумеруются арабскими цифрами без знака " № ", например, " Приложение 1". Нумерация страниц, на которых даются приложения, должна быть сквозной и продолжать общую нумерацию страниц основного текста. Связь основного текста с приложениями осуществляется через ссылки, которые употребляются со словом " смотри " оно обычно сокращается и заключается вместе с шифром в круглые скобки - (см. прил. 1) . В списке литературы должно быть не менее 8–10 различных источников

Допускается включение таблиц, графиков, схем, как в основном тексте, так и в качестве приложений.

Защита реферата:

1. Защита тематического реферата проводится на занятии в рамках часов учебной дисциплины.
2. Защита реферата обучающимся предусматривает доклад по реферату не более 5-7 минут и ответы на вопросы.
3. На защите *запрещено* чтение текста реферата.

Критерии оценки реферата:

- соответствие содержания теме;
- связность, логичность и грамотность составления;
- оформление в соответствии с требованиями ГОСТ;
- качество доклада на защите реферата, ответы на вопросы по теме реферата.

ТЕМЫ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ПРОЕКТОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

«Математика»

- История математических открытий, биографии ученых-математиков.
- Происхождение, развитие и применение геометрии и алгебры.
- Тригонометрия в истории человечества.
- Современные открытия в математике.
- Методы построения графиков уравнений.
- Графы и их применение.
- Вектор в математике и физике.
- Математика и спорт.
- Дифференциальные уравнения при решении прикладных задач

«Теория вероятностей»

- История теории вероятностей.
- Вероятностно-статистический подход к компьютерной обработке данных.
- Вычисления в таблицах при обработке данных научных исследований по физике, химии, биологии и т.д.
- Описательная статистика в естественных, социальных и прикладных научных дисциплинах (среднее значение, медиана, наибольшее и наименьшее значение, размах, отклонения, дисперсия, генеральная совокупность, выборка).
- Случайная изменчивость в живой природе.
- Точность измерений при проведении научных исследований (на примере физики, химии и биологии и т.д.).
- Математическое описание случайных явлений (на примере исследований).
- Элементы комбинаторики в естественнонаучных исследованиях.
- Закон больших чисел и его прикладное значение.

«Математика в физике»

- История применения математических методов в физике.
- Математика в расчетах задач механики.
- Задачи механического происхождения. (Геометрия масс, экстремальные задачи и т.д.)
- Измерение физических величин. Погрешности измерений.
- Расчет по формулам и уравнениям физических явлений.
- Математическое моделирование физических явлений.
- Роль статистики и теории вероятностей в развитии физики.

«Математика в химии»

- История применения математических методов в химии.
- Расчет по формулам и уравнениям в химическом синтезе.
- Математическое моделирование химических процессов.
- Роль статистики и теории вероятностей в развитии химии.
- Математические методы в химическом производстве.
- Использование таблиц и диаграмм в химии.
- Прикладная стереометрия в химии – создание пространственных молекул органических веществ.

«Математика в биологии и медицине»

- История применения математических методов в биологии.
- Математическое моделирование биологических процессов.
- Вирусы и бактерии. (Геометрическая форма, расположение в пространстве, рост численности.)
- Расчетные, вычислительные эксперименты в биологии.

«Математика в экологии»

- Математическое моделирование экологических процессов.
- Математическое моделирование действия антропогенных факторов на природные системы и процессы.
- Математическая статистика и теория вероятностей в экологии.
- Расчет по формулам и уравнениям в экологии.
- Математика и экологический мониторинг.

«Математика в экономике»

- Доходы и расходы (расчетные задачи с экономическим содержанием).
- Математика и бухгалтерский учет.
- Матричная алгебра в экономике.
- Финансовая математика.
- Вычисление затрат и расходов, производительности труда, валовой и чистой прибыли (на примере производства).
- Графики изменения рыночной ситуации в Мировой экономике в результате колебания цен, спроса и предложения на товары и услуги.

«Математика в искусстве»

- Математические основы построения кадра в фото- и киноискусстве.
- Геометрические формы в искусстве.