ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО РЫБОЛОВСТВУ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ «МУРМАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

В.С.Гнатюк, О.Ю.Ярова
Под ред. доктора техн. наук, профессора Н.Н.Морозова

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ ПО МЕХАНИКЕ И МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКЕ

Допущено Учёным советом МГТУ
в качестве учебного пособия по дисциплине «Физика»
для студентов-бакалавров технических направлений и специальностей

Мурманск

2013

УДК 531 + 539.18/.19 (075.8)
ББК 22.2 + 22.36$_{я}$ 73
Л 12

Гнатюк, В.С., Ярова, О.Ю. (под ред. доктора техн. наук, профессора Морозова Н.Н.). Лабораторный практикум по механике и молекулярной физике [Электронный ресурс]: электрон. учеб. пособие по дисциплине «Физика» для студентов - бакалавров технических направлений и специальностей. – Мурманск: Изд-во МГТУ, 2013. – 191 с.

Информрегистр № 321301748

Аннотация: настоящее учебное пособие – лабораторный практикум – включает 14 лабораторных работ по механике и молекулярной физики, методические рекомендации о порядке выполнения работ, краткие сведения из теории погрешностей измерений физических величин, описания используемых измерительных приборов. Учебное пособие предназначено для студентов-бакалавров технических направлений и специальностей МГТУ.

The summary: the present manual - a laboratory practical work - includes 14 laboratory works on the mechanic and molecular physics, methodical recommendations for the order of performance of works, brief data from the theory of errors of measurements of physical sizes, descriptions of used measuring devices. The manual is intended for students-bachelors of technical directions and specialities of MGTU.

Рецензенты - кафедра физики, информатики и информационных технологий ФГБОУВПО «Мурманский государственный гуманитарный университет» (зав. кафедрой, канд. пед. наук, доцент Н.Ю.Королёва); В.С.Шолохов, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры физики, информатики и информационных технологий ФГБОУВПО «Мурманский государственный гуманитарный университет».

Гнатюк Виктор Степанович
Ярова Ольга Юрьевна
Морозов Николай Николаевич

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ ПО МЕХАНИКЕ И МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКЕ

Редактор

Электронная вёрстка

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Переход на бакалавриат, сокращение аудиторных часов требуют новых методических подходов и дополнительного методического обеспечения преподавания курса физики. Цель данного учебного пособия – помочь бакалаврам при прохождении физического лабораторного практикума.

Пособие содержит описание 14 лабораторных работ по механике, молекулярной физики и термодинамике и составлено так, чтобы бакалавры, проходящие физический практикум в лаборатории, могли самостоятельно освоить методику измерений; провести обработку и анализ полученных результатов, оценить погрешности измерений, оформить отчеты.

Все описания работ строго структурированы: указывается название работы, фамилия бакалавра – исполнителя работы, дата выполнения работы, фиксируются допуск к работе, её выполнение, зачет. Приводится унифицированная таблица приборов и материалов, применяемых в работе. Все это сразу же ориентирует студента на качественное выполнение работы.

Приступая к выполнению лабораторной работы, студент должен знать ее основные теоретические положения, понимать физические основы работы, представлять цель работы, последовательность действий при проведении измерений. Поэтому содержание описания работ разбито на три части:

1) о*сновные понятия и законы*, где подробно рассматриваются фундаментальные теоретические основы работы;
2) *теория лабораторной работ*, где теоретически обосновываются конкретные методы измерений, применяемые при выполнении работы;
3) *измерения и обработка результатов.*

В конце описания каждой лабораторной работы содержится ряд контрольных вопросов, служащих тестами на правильное понимание цели работы, физической теории, методики измерений и обработки данных.

В постановке лабораторных работ и написании методических указаний к ним в разное время принимали участие преподаватели и сотрудники кафедры физики МГТУ В.С. Гнатюк, П.Г. Луценко, В.А. Ларин, В.М. Панков, О.А. Никонов, Н.М. Путинцев, А.А. Остроумов, В.В. Садохов, А.В. Федотов и др.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

Допуск. Для получения допуска к выполнению лабораторной работы бакалавр должен знать: требования техники безопасности; цель работы; порядок ее выполнения. В лабораторной тетради необходимо подготовить формуляр лабораторного отчета, содержащий:

- номер и название лабораторной работы;
- цель работы;
- используемые приборы и принадлежности;
- упрощенную схему установки;
- краткий конспект по теории;
- краткое описание метода измерений с расчетными формулами;
- таблицы для внесения результатов измерений.

Выполнение. Приступая к выполнению лабораторной работы, необходимо убедиться в наличии всех необходимых принадлежностей. С оборудованием следует обращаться аккуратно, в случае неисправности прибора немедленно обратиться к преподавателю или заведующему лабораторией. Преподаватель руководит экспериментальной работой бакалавра, записью результатов измерений. По окончании измерений необходимо выключить электроприборы и сдать принадлежности заведующему лабораторией. Работа в лаборатории заканчивается выполнением предварительных расчетов. Окончание экспериментальной части работы отмечается преподавателем в учебной карточке и лабораторной тетради бакалавра.

Отчет. К следующему занятию бакалавр самостоятельно заканчивает оформление отчета: обработку полученных экспериментальных данных, расчет погрешностей прямых и косвенных измерений, построение графиков. Отчет должен заканчиваться *выводом*, содержащим анализ результатов эксперимента, сопоставление их с аналогичными результатами в таблицах, справочниках и т.п. и объяснением причин возможных отклонений. Отметка о выполнении бакалавром отчета заносится преподавателем в учебную карточку и лабораторную тетрадь.

Защита. Бакалавр должен ответить на вопросы по теории в части, касающейся данной лабораторной работы, обосновать принятую методику измерений и обработки данных, вывести самостоятельно расчетные формулы. Выполнение работы на этом завершается, выставляется итоговая оценка за работу.

ПРИБОРЫ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ РАЗМЕРОВ ТЕЛ

1. *Миллиметровая линейка*

Всем известная миллиметровая линейка (рис.1) пригодна для измерения самых разнообразных деталей. Цена деления линейки $C = 1$ мм $= 10^{-3}$ м; точность отсчета $\Delta x_{\text{пр.}} = \pm\ 0{,}5$ мм $= \pm\ 0{,}5 \cdot 10^{-3}$ м. Однако по такой линейке можно отсчитать только целое число миллиметров. А миллиметр при современных точностях обработки стал весьма большой единицей длины, поэтому линейку применяют только для грубых измерений.

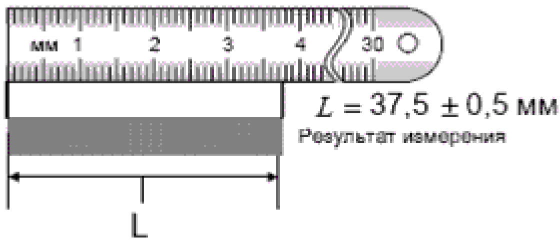


Рис 1. Измерительная линейка

Совмещение двух линеек в более совершенном инструменте - штангенциркуле позволяет измерить размеры с точностью до 0,1 мм.

2. *Штангенциркуль*

Штангенциркуль *– инструмент для линейных измерений наружных размеров деталей и заготовок и отверстий в них.*

Представляет собой металлическую линейку (штангу) с упорами (губками) на одном конце для измерения внутренних (верхние губки) и наружных (внутренние губки) размеров. По линейке перемещается ползунок с такими же, как у линейки, упорами и штырём-глубиномером, скользящим по специальному жёлобу в теле линейки.

Ползун имеет вспомогательную шкалу (нониус), совмещённую с основной шкалой линейки (рис.2). Деления нониуса нанесены так, что при перемещении ползуна на 0.1 мм с одним из делений основной шкалы совпадает первое деление нониуса, на 0.3 мм – третье, на 0.7 мм – седьмое, на 1 мм – десятое деление нониуса. Штангенциркули обеспечивают точность измерений не ниже 0.1 мм, а некоторые – до 0.02 мм.

Так как штангенциркуль оснащен нониусом, то точность отсчета по прибору совпадает в этом случае с ценой деления нониуса.

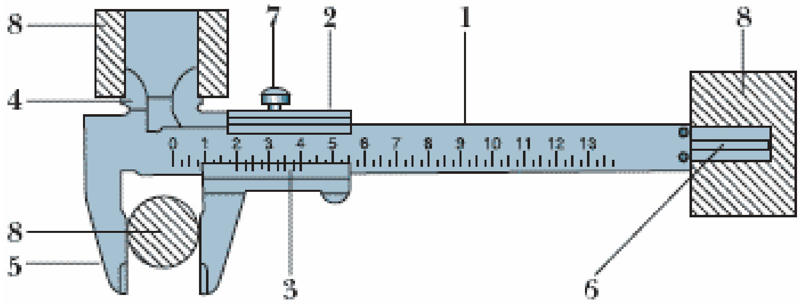


Рис.2: 1 – штанга; 2 – ползун; 3 – нониус; 4 – верхние губки; 5 – нижние губки; 6 – глубиномер; 7 – стопорный винт; 8 – деталь, заготовка.

Как пользоваться штангенциркулем

Перед началом измерений штангенциркулем надо осмотреть его и проверить на точность. Для этого надо совместить губки инструмента. При этом нулевые риски обеих шкал должны совпасть. Одновременно должен совместиться десятый штрих нониуса с девятнадцатым штрихом миллиметровой шкалы.

Держат штангенциркуль в правой руке так, чтобы четыре пальца руки обхватывали штангу, а большой палец ложился на рифленый выступ подвижной рамки. Подвижную рамку перемещают большим пальцем. Штангенциркуль нужно держать перпендикулярно измеряемой поверхности, чтобы губки всей поверхностью касались измеряемой поверхности. Если держать штангенциркуль под углом, то он будет касаться измеряемой поверхности противоположными углами губок, что внесет погрешность в считываемый размер.

При измерении наружных размеров деталь зажимают между нижними губками, при измерении внутренних размеров верхние губки раздвигают до упора в стенки отверстия, глубину отверстий измеряют с помощью штыря-глубиномера (рис.3). Используя верхние заострённые губки как ножки обычного циркуля, можно штангенциркулем проводить круги на металлических, деревянных, пластмассовых и иных поверхностях.

Результаты всех трёх измерений в целых миллиметрах определяют по положению нулевого деления на линейке плюс доли миллиметров, замеренные по нониусу.

При внутренних измерениях к показаниям штангенциркуля по основной и нониусной шкалам прибавляется толщина губок, которая указана на них. Пример измерения диаметра отверстия представлен на рис.4:

Рис.3.

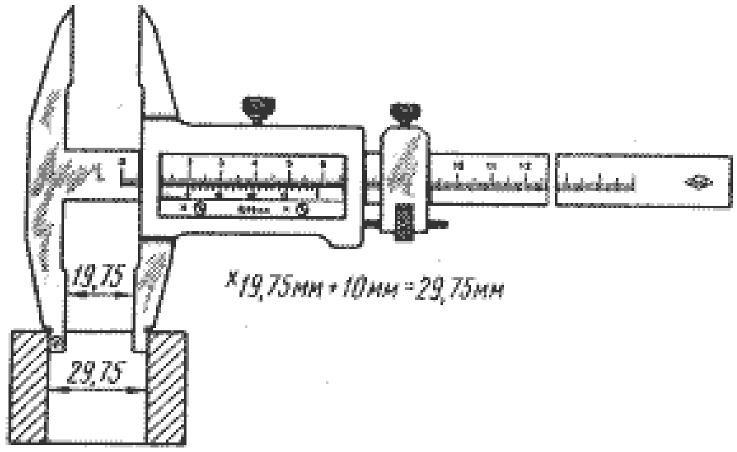


Рис. 4. Отсчет показаний при внутренних измерениях

Порядок отсчёта показаний штангенциркуля по шкалам штанги и нониуса:

- считают число целых миллиметров, для этого находят на шкале штанги штрих, ближайший слева к нулевому штриху нониуса, и запоминают его числовое значение;
- считают доли миллиметра, для этого на шкале нониуса находят штрих, ближайший к нулевому делению и совпадающий со штрихом шкалы штанги, и умножают его порядковый номер на цену деления (0,1 мм) нониуса;
- подсчитывают полную величину показания штангенциркуля, для этого складывают число целых миллиметров и долей миллиметра;
- при измерении штангенциркулем целое число миллиметров отсчитывают по миллиметровой шкале до нулевого штриха нониуса, а десятые доли миллиметра — по шкале нониуса начиная от нулевой отметки до той риски, которая совпадает с какой-либо риской миллиметровой шкалы (рис. 5).

На рис. 5 показаны положения шкал штангенциркуля при отсчёте размеров:

а – 0,5 мм; **б** – 6,9 мм; **в** – 34,3 мм.

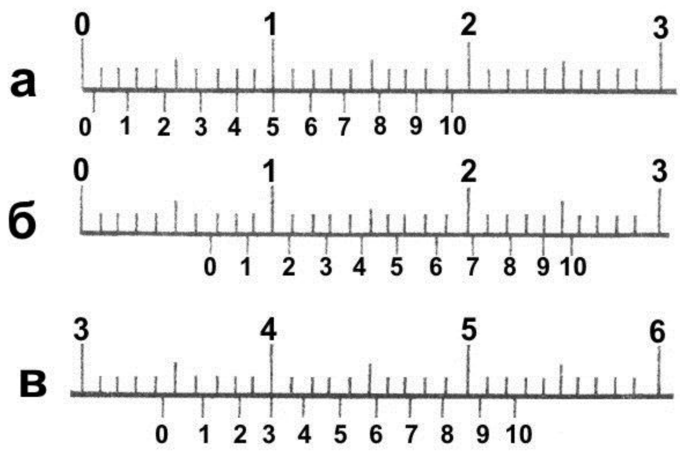


Рис.5.

См. также фото 1:

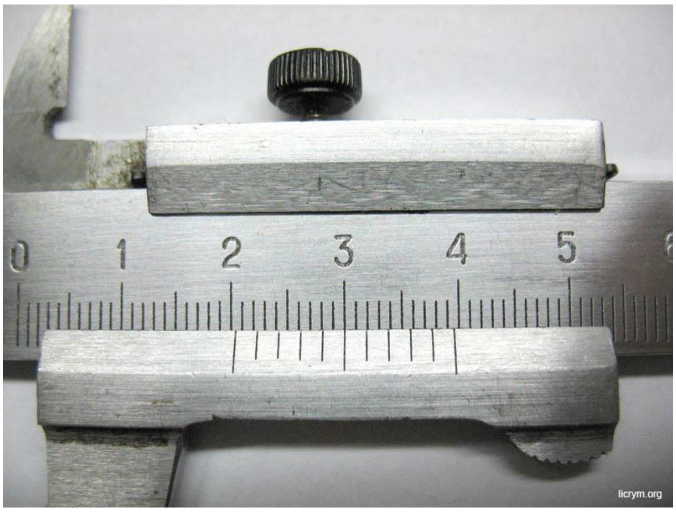


Фото 1: Смотрим шаг – 0,1 мм. Первая насечка стоит правее 2 см. Округляем до целых – 2 см (= 20 мм.) Далее смотрим, какая насечка совпадает со шкалой штанги. Совпадает пятая насечка, значит у нас 5 х 0,1 мм = 0,5 мм. Складываем с целой частью, получаем размер 20,5 мм. Если бы у нас совпала восьмая насечка, то было бы 20,8 мм. И так далее.

3. *Микрометр*

Микро́метр *— универсальный инструмент (прибор), предназначенный для измерений линейных размеров абсолютным или относительным контактным методом в области малых размеров с низкой погрешностью (до 2 мкм), преобразовательным механизмом которого является микропара винт - гайка.*

Основные элементы микрометра показаны на рис. 6.

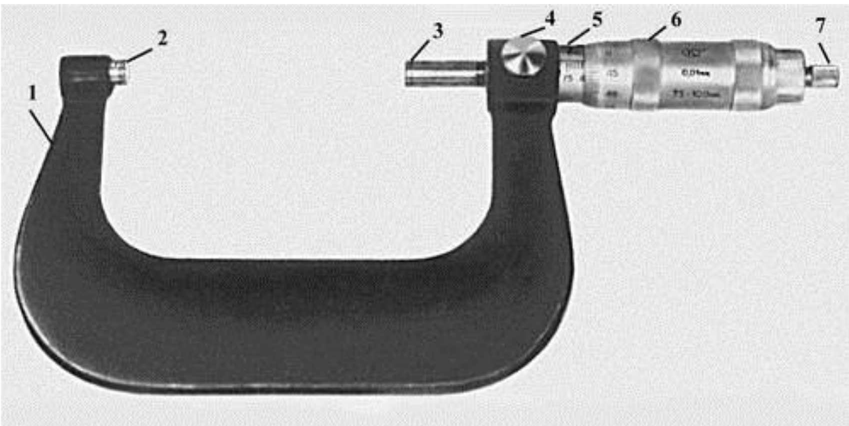


Рис. 6. Гладкий микрометр МГ с пределом измерения 75—100 *мм*;

1 – скоба; 2 – пятка; 3 – микрометрический винт; 4 – стопор; 5 – стебель; 6 – барабан; 7 – трещотка.

Действие микрометра основано на перемещении винта вдоль оси при вращении его в неподвижной гайке. Перемещение пропорционально углу поворота винта вокруг оси. Полные обороты отсчитывают по шкале, нанесённой на стебле микрометра, а доли оборота – по круговой шкале, нанесённой на барабане. Оптимальным является перемещение винта в гайке лишь на длину не более 25 мм из-за трудности изготовления винта с точным шагом на большей длине. Поэтому микрометр изготовляют нескольких типоразмеров для измерения длин от 0 до 25 мм, от 25 до 50 мм и т. д. Предельный диапазон измерений наибольшего из микрометров заканчивается на отметке в 3000 мм. Для микрометров с пределами измерений от 0 до 25 мм при сомкнутых измерительных плоскостях пятки и микрометрического винта нулевой штрих шкалы барабана должен точно совпадать с продольным штрихом на стебле, а скошенный край барабана – с нулевым штрихом шкалы стебля. Для измерений длин, больших 25 мм, применяют микрометр со сменными пятками; установку таких микрометров на ноль производят с помощью установочной меры, прикладываемой к микрометру, или концевых мер. Измеряемое изделие зажимают между измерительными плоскостями микрометра. Обычно шаг винта равен 0,5 или 1 мм и соответственно шкала на стебле имеет цену деления 0,5 или 1 мм, а на барабане наносится 50 или 100 делении для получения отсчёта 0,01 мм. Эта величина отсчёта является наиболее распространённой, но имеются микрометры с отсчётом 0,005, 0,002 и 0,001 мм. Постоянное осевое усилие при контакте винта с деталью обеспечивается фрикционным устройством – трещоткой (храповиком). При плотном соприкосновении измерительных поверхностей микрометра с поверхностью измеряемой детали трещотка начинает проворачиваться с лёгким треском, при этом вращение микровинта следует прекратить после трёх щелчков.

При измерении детали сначала отсчитывается целое число миллиметров, а затем число на барабане, соответствующее сотым долям миллиметра.

Порядок проведения измерений

1. Измеряемый предмет устанавливается между пяткой и микрометрическим винтом, при этом вращая барабан, устанавливают шпиндель очень близко от предмета.

   Замечание: держать инструмент следует левой рукой за изоляционную часть дуги, так чтобы тепло руки не меняло размер дуги и не нарушало точность измерений.

2. Шпиндель осторожно приближают до соприкосновения с измеряемым предметом.

   Замечание: крутите против часовой стрелки (если смотреть с торца, где нарезка) барабан прибора, пока измеряемая деталь не зайдёт в зазор между измерительными торцами. Затем крутите по часовой стрелке до упора.

   ВНИМАНИЕ! Закручивать надо только держа за нарезку на самом конце вращающегося барабана – тогда при упоре измерительных торцов в деталь эта часть барабана начнёт прокручиваться, издавая звук, как трещотка. Это значит, что измерительные торцы упёрлись в деталь и надо снимать показания. (Если крутить за большой барабан, то можно нечаянно перекрутить прибор и сорвать его.)

Замечание: для более точного определения размеров предмет следует закрепить.

3. Замеряем размер при помощи нониуса барабана в мм, который соответствует горизонтальному указательному штриху шкалы стебля.
4. Определяем общий размер замеряемого объекта.
5. Вращая барабан в обратном направлении, освободить предмет.

Отсчет показаний

Главная деталь микрометра – точный микрометрический винт, ввернутый в гайку, называемую стеблем. При одном обороте винт перемещается вдоль своей оси на 0,5 мм. На винте неподвижно насажен барабан, на котором по окружности нанесено 50 делений. Таким образом, поворот винта на одно деление равен 1/50 полного оборота, или 0,01 мм (0.5мм/50 = 0,01 мм).

Таким образом, цена деления микрометра C = 0,01 мм = 10^{-5} м, точность отсчета $\Delta x_{пр.}$ = ± 0,005 мм = ± $0{,}5 \cdot 10^{-5}$ м.

О ПОГРЕШНОСТЯХ ИЗМЕРЕНИЙ

Виды измерений физических величин и их погрешностей

При измерении любой физической величины получить её абсолютно точное (истинное) значение невозможно из-за присутствующих всегда *погрешностей измерений.*

Различают прямые и косвенные измерения.

Измерение называют ***прямым****, если значение измеряемой величины* (например, длины или массы предмета) *находят в результате сравнения с мерой этой же величины* (измерительной линейкой, гирями определенной массы) *или считываются со шкалы прибора, используемого для проведения наблюдения* (например, вольтметра при измерении электрического напряжения).

Измерение называют ***косвенным****, если значение измеряемой величины находят с помощью известной функциональной зависимости, которая связывает искомую величину с величинам, получаемыми непосредственно при прямых измерениях* (например, сила электрического тока находится с помощью закона Ома по прямым измерениям электрического напряжения и сопротивления).

Все возможные погрешности измерений по характеру происхождения разделяют на три типа:

1. *Грубая погрешность* (*промах*) – *чрезмерно большая погрешность, явно искажающая результат измерения.*

Существует строгий математический способ определения ошибок подобного рода. Если подозрительное значение отличается от среднего более чем на 3σ (σ - среднеквадратическое отклонение среднего, смысл этой величины и способ вычисления даны ниже), то считаем его грубой ошибкой и вычеркиваем.

Эта погрешность, связанная с невнимательностью или ошибкой экспериментатора, исключается из протокола измерений. Имеет смысл измерение повторить.

2. *Систематическая погрешность – погрешность, которая остается постоянной или закономерно изменяется при повторных измерениях одной и той же величины.*

   Эта погрешность связана со сдвигом измеренного значения некоторой величины от её истинного значения. Если удается обнаружить причину или найти величину сдвига, то систематическую погрешность можно исключить введением *поправки* к измеренному значению величины. Однако, не существует универсальных правил, позволяющих найти систематическую погрешность данного измерения.

3. *Случайные погрешности – погрешности, появление которых не может быть предупреждено.*

Эти погрешности проявляются в разбросе отсчетов при повторных измерениях, проведенных в одних и тех же доступных контролю условиях, т.к. обусловлены факторами, меняющимися от измерения к измерению, действие которых на практике не всегда может быть учтено.

Выполнив измерение физической величины несколько раз, используя теорию погрешностей измерений, можно дать количественную оценку случайной погрешности и указать вероятность, с которой истинное значение измеряемой величины находится внутри некоторого интервала.

Методика статистической обработки результатов прямых измерений

Обозначим через X измеряемую физическую величину. Пусть в результате нескольких опытов получено *n* пронумерованных значений x_i (*i* – номер измерения, *i* = 1,2,3,…,n). Зададимся вопросом: Какую ошибку Δx_i мы допустили в каждом отдельном измерении? При известном истинном значение $x_{ист}$, решение очевидно: $\Delta x_i = x_{ист} - x_i$.

Поскольку, $x_{ист}$ нам не доступно, то его заменяют средним значением $x_{ср}$, которое легко найти по известной формуле.

$$x_{ср} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \quad \text{или} \quad x_{ср} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}. \qquad (1)$$

Тогда, ошибка отдельного измерения (Δx_i) (несмотря на неизбежную небольшую неточность этих вычислений) легко вычисляется

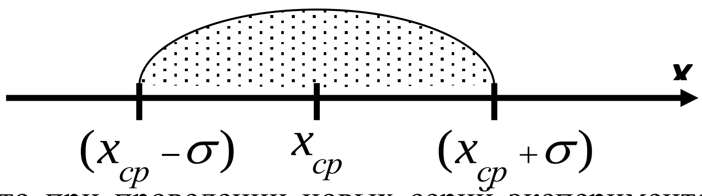
$$\Delta x_i = x_{ср} - x_i \tag{2}$$

Зная ошибку каждого измерения, следующим шагом найдем, так называемое ***среднеквадратическое отклонение среднего*** σ:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(\Delta x_i)^2}{n\cdot(n-1)}} \quad \text{или} \quad \sigma = \sqrt{\frac{\Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 + \ldots + \Delta x_n^2}{n\cdot(n-1)}}. \tag{3}$$

(Внимание! Среднеквадратическое отклонение среднего σ вычисляют с точностью 10%-20%, не более 2 значащих цифр).

Формула для вычисления σ доказывается в теории вероятности. Для практических целей существенное значение имеет её смысловое наполнение. Отложим на оси всевозможных x, значения, $x_{ср}$, $x_{ср} - \sigma$, $x_{ср} + \sigma$.



Оказывается, что при проведении новых серий экспериментов, следующие средние значения x будут попадать в интервал от ($x_{ср} - \sigma$) до ($x_{ср} + \sigma$) примерно 68 раз из 100. С точки зрения теории вероятности можно утверждать, что истинное значение $x_{ист}$ лежит в интервале $x_{ср} \pm \sigma$ с вероятностью 68%.

Вероятность p***, с которой среднее значение попадает в некоторый интервал, называется доверительной вероятностью, при этом интервал называют доверительным интервалом*** $\Delta_{дов}x$.

Однако 68% невысокая вероятность. В подавляющем большинстве случаев требуется знать интервал $\Delta_{дов}x$ с доверительной вероятностью p = 90% , 95%, 98%. Найти его очень просто, если известны σ и специальные коэффициенты Стьюдента $t_{пр}$, зависящие от числа измерений n и доверительной вероятности p .

$$\Delta_{дов}x = t_{пр}\cdot\sigma \tag{4}$$

Обработка случайных погрешностей прямых измерений сводится к нахождению $\Delta_{дов}x$ ***с заданной доверительной вероятностью***.

В лабораториях физики МГТУ принят государственный стандарт, в соответствии с которым p = 0,95.

Таблица коэффициентов Стьюдента t_{np}

для доверительной вероятности p = 0,95

n	2	3	4	5	6	10
t_{np}	12,3	4,3	3,18	2,78	2,6	2,26

Полная погрешность измерений Δx складывается из доверительного интервала и инструментальной погрешности. Теория вероятности дает следующую формулу:

$$\Delta x = \sqrt{\Delta_{дов} x^2 + \Delta_и x^2} \qquad (5)$$

Как только найдена полная ошибка, обработка погрешностей закончена. Записываем ответ:

$$x = x_{ср} \pm \Delta x, \qquad (6)$$

Рядом необходимо указать относительную погрешность

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x_{ср}}, \qquad (7)$$

выраженную в процентах ($\varepsilon = \frac{\Delta x}{x_{ср}} \cdot 100\%$) (8)

(*Внимание! относительная погрешность ε превышающая 10%-15% свидетельствует о недостаточном усердии учащегося при выполнении лабораторной работы*).

Заметим, что σ и, следовательно, $\Delta_{дов} x$ вычисляют с точностью порядка 10%–20%. Поэтому при вычислении полной ошибки удобно пользоваться следующим правилом: если одна из ошибок $\Delta_{дов} x$ или $\Delta_и x$ превышает другую в 3 и более раз, то меньшей можно пренебречь.

Величину случайной погрешности можно уменьшить многократным повторением измерения. *Использование теории случайных погрешностей оправдано лишь в том случае, если повторные измерения дают результаты, заметно отличающиеся друг от друга.*

О точности измерительных приборов

Развитие измерительной техники привело к появлению разнообразных приборов, отличающихся своей точностью.

Точность прибора – это свойство измерительного прибора, характеризующее степень приближения показаний данного измерительного прибора к действительным значениям измеряемой величины.

Точность прибора либо задается классом точности[1] прибора, либо указана в паспорте, прилагаемом к прибору. Погрешность, вносимая прибором при каждом отдельном измерении (*приборная погрешность*, $\Delta x_{пр.}$), связана с точностью прибора. Эта погрешность равна той доле деления шкалы прибора, до которой с уверенностью в правильности результата можно производить отсчет.

В тех случаях*, когда класс точности не указан и нет указаний в паспорте прибора, приборная погрешность принимается равной половине цены наименьшего деления шкалы прибора*: $\Delta x_{пр.} = \pm 0{,}5C$, где C – цена наименьшего деления шкалы прибора.

В том случае, когда приборная и случайная погрешности сравнимы по величине, полную погрешность измерений можно представить в виде суммы двух составляющих: $\Delta x = \Delta x_{случ.} + \Delta x_{пр.}$.

Точность прибора невозможно превзойти никаким методом измерения на нем. Для более точных измерений применяют приборы более высокого класса.

Порядок операций при обработке результатов серии измерений

При прямых измерениях:

1. Результаты каждого измерения записать в таблицу.

2. Вычислить среднее значение из n измерений

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i .$$

3. Найти погрешности отдельных измерений

$$\Delta x_i = \bar{x} - x_i .$$

4. Вычислить квадраты погрешностей отдельных измерений

$$(\Delta x_1)^2, (\Delta x_2)^2, \ldots, (\Delta x_n)^2.$$

5. Оценить среднеквадратичную погрешность среднего значения

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_1^n \left(\bar{x} - x_i\right)^2}{n(n-1)}}.$$

---

[1] О классе точности приборов см.: Указания к выполнению лабораторных работ, ч. 2 «Электричество и магнетизм».

6. Определить коэффициент Стьюдента $t_{n\alpha}$ (по таблице) для доверительной вероятности Р = 0,95 и числа произведенных измерений *n*.

7. Найти случайную погрешность результата измерений:

$$\Delta x = t_{n\alpha}\, \sigma_{\bar{x}}\,.$$

8. Если случайная погрешность результата измерений Δx окажется сравнимой* с систематической (погрешностью прибора $\Delta x_{пр}$), то в качестве погрешности результата измерений следует взять величину

$$\Delta x = \sqrt{(t_{n\alpha}\, \sigma_{\bar{x}})^2 + (\Delta x_{пр})^2}\,.$$

9. Окончательный результат записать в виде:

$$x = \bar{x} \pm \Delta x\,.$$

10. Оценить относительную погрешность результата измерений

$$\delta = \frac{\Delta x}{\bar{x}} \cdot 100\%\,.$$

При косвенных измерениях:

1. Для каждой непосредственно измеренной величины (X_1, X_2,..., X_m), входящей в расчетную формулу для определения X ($X = f\,(X_1, X_2,..., X_m)$), провести обработку в описанной выше последовательности, т.е. вычислить средние арифметические значения $\overline{X}_1, \overline{X}_2, \ldots, \overline{X}_m$ по формуле (1) и случайные погрешности ΔX_1, ΔX_2,..., ΔX_m по формуле (4) для доверительной вероятности Р = 0,95.

2. При необходимости учесть систематическую (приборную) погрешность каждой серии измерений

$$\Delta X_i = \sqrt{(t_{n\alpha}\, \sigma_{\overline{X}_i})^2 + (\Delta X_{пр\,i})^2}\,,$$

где индекс *i* относится к соответствующей измеренной величине, а $\Delta X_{пр\,i}$ – систематическая погрешность прибора, используемого для измерения X_i.

3. Вычислить наиболее вероятное значение X:

$$\overline{X} = f\,(\overline{X}_1, \overline{X}_2, \ldots, \overline{X}_m)$$

---

* ГОСТ 8.207-76 устанавливает, что если $\Delta x_{сист} < 0{,}8\,\sigma_{\bar{x}}$, то следует пренебречь систематической составляющей погрешности и учитывать только случайную погрешность результата в виде $\Delta x = t_{n\alpha}\, \sigma_{\bar{x}}$. Если $\Delta x_{сист} > 0{,}8\,\sigma_{\bar{x}}$, то, наоборот, следует пренебречь случайной составляющей и результат измерений характеризовать его систематической погрешностью

4. Вычислить частные производные $\frac{\partial f}{\partial X_1}, \frac{\partial f}{\partial X_2}, \ldots, \frac{\partial f}{\partial X_m}$ при средних значениях величин $X_1, X_2, \ldots, X_m$.

5. Определить абсолютную погрешность косвенного измерения X по общей формуле:

$$\Delta X = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} \left(\frac{\partial f}{\partial X_i} \right)^2 \left(\Delta X_i \right)^2} .$$

Здесь и выше m – число независимых непосредственно измеренных величин.

6. Записать окончательный результат в виде

$$X = \overline{X} \pm \Delta X .$$

7. Определить относительную погрешность косвенного измерения X :

$$\delta = \frac{\Delta X}{\overline{X}} \cdot 100\% .$$

Правила представления результата измерения

Все результаты измерений, а также вычисленный по ним окончательный результат приводят вместе с погрешностью, которую выражают в тех же единицах, что и саму измеряемую величину, например: l = (1,572 ± 0,004) *м.*

Среднее значение $<x>$ необходимо округлять так, чтобы оно оканчивалось цифрой того же разряда, что и Δx после её округления. Т.е. число и его погрешность всегда записывается так, чтобы их последние цифры принадлежали одному и тому же десятичному разряду. Значения погрешностей следует округлять, оставляя одну значащую цифру[2]. Округлять предпочтительно в сторону большего значения.

Примеры:

1. Получено: U = 124,4 В; ΔU = 1,1 В.
   Следует записать: U = (124,0 ± 1,0) В.
2. Получено: V = 2,678•10^3 см/с; ΔV = 1,2 см/с.
   Следует записать: V = (2,678 ± 0,001)•10^3 см/с.

В промежуточных выкладках при расчете погрешностей нужно удерживать три-четыре значащие цифры.

При представлении окончательных результатов физических измерений часто применяют запись числовых значений в виде десятичной дроби, умноженной на необходимую степень числа десять.

[2] Строго говоря, погрешность результата измерения Δx следует выражать одной или двумя значащими цифрами. Две цифры оставляют при наиболее точных измерениях, а также в тех случаях, когда цифра старшего разряда числа, выражающего погрешность, меньше или равна 3.

Примеры:

1. При обработке группы результатов измерений получены:

$$\bar{x} = 965{,}332 \text{ и } \Delta x = 8{,}35.$$

Результат округления записывают в виде: $x = 965 \pm 8$.

2. При обработке группы результатов измерений получены:

$$\bar{x} = 0{,}003893 \quad \text{и} \quad \Delta x = 0{,}000282.$$

Результат округления записывают в виде: $x = (38{,}9 \pm 2{,}8)\cdot 10^4$.

3. Числа 3106; 0,0285; 0,120 записывают так:

$3{,}106\cdot 10^3$; $2{,}85\cdot 10^{-2}$; $1{,}2\cdot 10^{-1}$.

Графическое представление результатов измерений

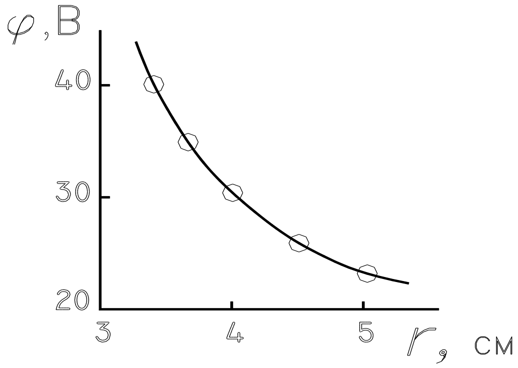
В ряде лабораторных работ требуется представить результаты в виде графиков. График строят на миллиметровой бумаге, либо на бумаге в клетку. Допускается компьютерное представление графика.

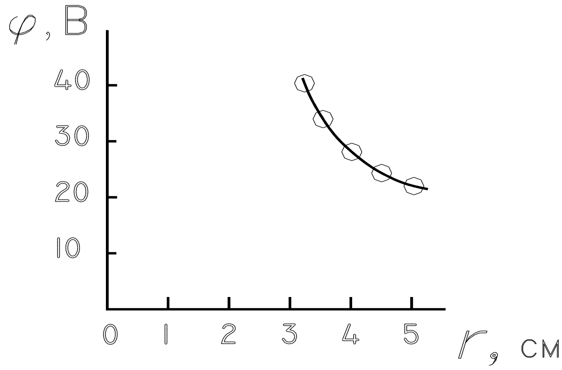
Порядок построения графика

1.Установить пределы величин, откладываемых на координатных осях.

2.Выбрать масштаб по осям координат в зависимости от точности измерений (точность построения графика должна быть не ниже точности измерений). Масштабы и начала отсчета по координатным осям выбираются так, чтобы поле графика приближалось к квадрату, а построенная прямая или кривая – к диагонали квадрата. На пересечении осей не обязательно должны находиться нулевые значения величин.

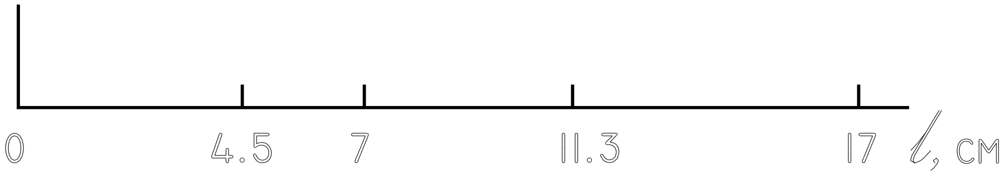
Правильно ***Неправильно***



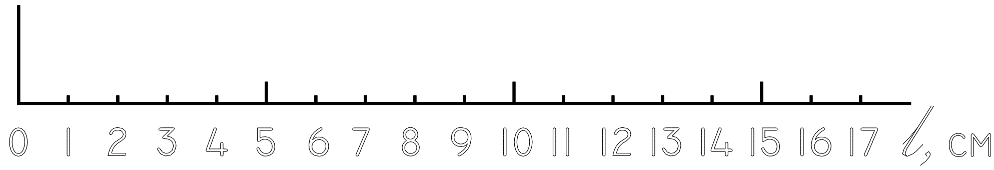


4. На осях координат откладываются равноотстоящие друг от друга деления масштаба. Числа на координатных осях должны быть округлёнными. В качестве единицы измерения графика (клеточка или сантиметр на миллиметровой бумаге) следует брать только 10^n; $2\cdot 10^n$; $5\cdot 10^n$ и т.п. единиц определяемой величины, где n- любое положительное или отрицательное число, начиная от нуля. Значения, полученные в эксперименте, не указываются. Исключение делают тогда, когда желают выделить какую-то точку.

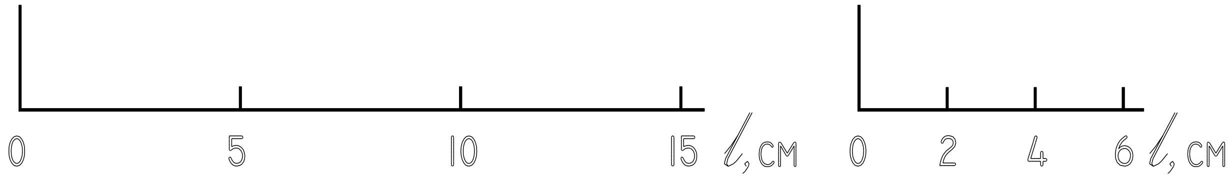
Неправильно



Неудачно



Правильно



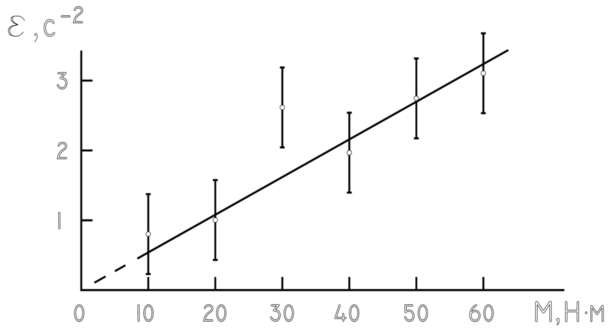
5. В конце координатных осей обязательно указываются обозначения откладываемых величин и, через запятую, их единицы измерения.

6. Экспериментальные значения величин (точки) отчетливо наносятся вместе с погрешностями в виде крестиков или отрезков (┼ , |,–), расположенными параллельно соответствующей оси, размах по высоте и ширине которых равен удвоенным погрешностям измерения.

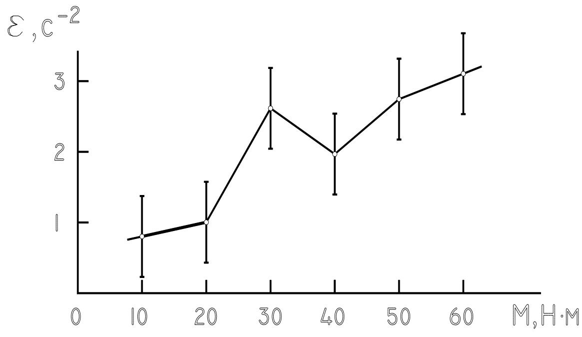
7. При помощи линейки или лекала плавно проводят через доверительные интервалы всех или большинства экспериментальных точек экспериментальную прямую или кривую так, чтобы экспериментальные точки наиболее близко и равномерно располагались с разных сторон кривой.

Проведённая прямая или кривая является осреднением экспериментальных результатов.

Правильно



Неправильно



8. Если на графике изображается теоретическая кривая, то указывается формула, по которой она рассчитывается.

9. При изображении нескольких кривых на одном поле графика каждая из них нумеруется или выделяется каким-то другим способом. В свободной части поля даются соответствующие пояснения.

10. График должен содержать надпись, из которой было бы ясно физическое содержание представленной закономерности.

Ошибочная точность

Калькуляторы, ставшие в последние годы повсеместно доступными, несомненное благо, которое, однако, имеет и негативные стороны. Все ли понимают, сколько цифр нужно оставлять при умножении и делении на калькуляторе, если он показывает их восемь или даже двенадцать? И почти все студенты и даже аспиранты считают, что оставлять их нужно как можно больше. Это неверно!

Разберем простейший пример:

Измеренный радиус окружности равен 6 *м*. Найти ее длину.

Обычно дают расчет: $C=2\pi R=2\times3{,}14\times6$ *м* =37,68 *м*. Но четыре верные цифры - это очень высокая точность, в сотые доли процента, которая не так уж часто реализуется при измерениях. Откуда взяться такой высокой точности, если хотя бы одна величина, входящая в формулу, дана с точностью, на несколько порядков меньшей? Ведь в нашем примере она выражается всего одной цифрой. Так что корректный ответ таков: длина окружности " 38 *м*. А если необходим действительно точный ответ, то и данные в условии задачи должны быть с соответствующим числом знаков, скажем 6,00 *м*.

Правила округления проходят в средней школе. Они приведены во многих книгах, например в классическом "Справочнике по математике для инженеров и учащихся втузов" И. Н. Бронштейна и К. А. Семендяева. Но как-то так получилось, что сейчас этот маленький раздел (во всяком случае, в курсе математики) школьникам не преподают и уж подавно не упоминают в курсах высшей математики в вузах. Еще лет двадцать назад учащиеся и инженеры широко пользовались логарифмической линейкой, которая давала точность в две или три значащие (то есть верные) цифры и автоматически защищала вычислителя от фиктивной (иногда говорят - иллюзорной) точности, даже если он забывал правила округления. Но счетную линейку вытеснил технический прогресс, защита исчезла, и "эффект кажущейся точности" приобрел масштабы эпидемии.

Чтобы снизить его влияние, нужно следовать классическим правилам округления. В них основным понятием служит число значащих цифр, которое относится только к измеряемым, то есть случайным величинам. Оно считается слева направо, начиная с первой ненулевой цифры. Например, 0,004080 имеет четыре, а $4{,}0810^{-3}$ - три значащие цифры множитель, имеющий 10 в кратной степени, не влияет на число значащих цифр, а лишь указывает выбранный масштаб величины, не приводя при этом к фиктивной точности. Еще пример. Расстояние 3,5 *км* = $3{,}5\times10^{3}$ м - точное равенство, в котором слева и справа по две значащие цифры. Не так просто обстоит дело с равенством 3,5 *км* = 3500 *м*. Если это всего лишь приведение масштаба к другим кратным единицам - одно дело. Если же надо отразить непосредственный результат измерения - несколько иное. Ведь справа стоят четыре значащие цифры, а слева их две; поэтому, отражая результат, лучше ставить волнистый знак приближенного равенства. Нетрудно ощутить различную информационную и даже экономическую нагрузку в частях равенства. Число слева имеет абсолютную точность 50-100 *м*, а справа - 0,5-1 *м*, от половины до целого последнего "деления". Если такая высокая точность действительно нужна при измерении километровых расстояний, то ценность этого результата и стоимость его измерения гораздо выше, чем у числа слева.

Напомним главное правило округления: если производят умножение или деление, то в результате оставляют столько цифр, сколько их содержит наименее точная из измеренных величин, и обычно сохраняют еще одну запасную цифру. Заметим, что часто путают число значащих цифр с числом десятичных знаков, считая, что какую-то роль играет положение запятой в числе. Но запятая лишь указывает на принятый масштаб измерений и не задает числа значащих цифр. Например, 1,205 *км* = 1205 *м*; и в том и в другом случае число значащих цифр равно и, следовательно, они записаны с одинаковой точностью.

Обратим внимание на одну неожиданную трудность. Оказывается, в очень многих учебных книгах по математике приведены примеры, в которых точность измерительных данных в условии на несколько порядков ниже, чем точность в решении (!). Точность как бы способна возникать ниоткуда, и это прочно оседает в подсознании учащихся. Приведу только один пример из добротного во всех других отношениях "Руководства к решению задач по теории вероятностей и математической статистике" В. Е. Гмурмана. (Хотя подобных примеров можно найти сколько угодно во многих других учебниках, мы специально взяли книгу по теории вероятностей и статистике, которая как раз и призвана прививать идеологию случайных величин.)

Вероятность появления события в каждом из 100 независимых испытаний постоянна и равна P = 0,8. Найти вероятность того, что событие появится не менее 75 раз и не более 90 раз.

Сама задача решена в принципе, разумеется, правильно. Но точность результата записана четырьмя цифрами: искомая вероятность равна 0,8882, тогда как правильной была бы запись 0,89. Запись в задачнике подразумевает точность в сотые доли процента. Откуда появляется такая точность, если в условии вероятность 0,8 задана только одной значащей цифрой и потому характеризуется точностью в десятки процентов? Поучительно вспомнить опыты выдающегося статистика К. Пирсона: когда симметричная монета подбрасывалась 12 тысяч раз, то частота падения ее на герб была 0,5012, а когда 24 тысячи раз - 0,5005. Мы видим, что даже при столь большом числе повторений опыта неслучайными становятся в первом случае лишь две цифры, а во втором с натяжкой их три. В большинстве же других видов механических испытаний число повторений гораздо ниже, ниже и точность результатов.

- Ну и что? - спросите вы. - Надо ли заниматься такими мелочами, вроде бы особых неприятностей от сохранения лишних цифр не возникает.

Это не так. И не просто потому, что вообще при анализе наблюдений человек должен стремиться к истине, а заблуждения могут нанести ущерб, даже если заранее не всегда ясно какой. Во-первых, если не знать, как правильно округлить результат, на какой цифре остановиться, то где гарантия, что вы не отрежете и верные цифры, ухудшив необходимую точность? Во-вторых, допустим, вы сохранили лишние, незначащие цифры, а результат нужно увеличить в очень большое число раз. Тогда случайный "довесок" или "недовесок" приведет к большой ошибке, которой можно было бы избежать (такая ситуация типична для астрономических задач). В-третьих, если в какие-то документы (описания, отчеты, протоколы испытаний) попадут незначащие цифры, невозможно будет в точности воспроизвести исходные величины. Одним словом, освоить несложные правила округления случайных величин все-таки следует.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ РАВНОУСКОРЕННОГО ДВИЖЕНИЯ ТЕЛ

Выполнил студент __________________, группа_____________ дата _________.

Допуск _______________

Выполнение ___________

Зачет _________________

Цели работы:

1. Проверить с помощью прибора Атвуда законы равноускоренного движения.
2. Проверить второй закон Ньютона.

Приборы и материалы

№ п\п	Наименование прибора	Цена деления	Предел измерения (x_{max})	Точность отсчета ($\Delta x_{пр}$)
1	Прибор Атвуда	-	-	-
2	Грузы	-	-	-
3	Секундомер			
4	Линейка			

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

Скорость

Скорость (часто обозначается $\vec{v}$, от англ. *velocity* или фр. *vitesse*) – векторная физическая величина, характеризующая быстроту перемещения и направления движения материальной точки в пространстве относительно выбранной системы отсчёта.

Мгновенная скорость *материальной точки – векторная величина, в каждый момент времени определяется производной по времени радиус- вектора* $\vec{r}$ *этой точки:*

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = v\vec{\tau}, \quad (\text{м/с}),$$

где v — модуль скорости, $\vec{\tau}$ — направленный вдоль скорости единичный вектор касательной к траектории в точке $\vec{r}$ (т.е. вектор мгновенной скорости направлен по касательной к траектории точки в сторону движения).

Если скорость тела (как векторная величина) не меняется во времени (**v** = const), то движение тела — *равномерное* (ускорение равно нулю) и тогда: *скорость при равномерном движении численно равная отношению пройденного пути s к промежутку времени t, за который этот путь пройден: v = S/t.*

В прямоугольной декартовой системе координат:

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$$

В то же время $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, поэтому

$$\vec{v} = \frac{d\left(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}\right)}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$$

Таким образом, координаты вектора скорости – это скорости изменения соответствующей координаты материальной точки:

$$v_x = \frac{dx}{dt}; v_y = \frac{dy}{dt}; v_z = \frac{dz}{dt}.$$

В классической механике скорость – величина относительная, т.е. преобразуется при переходе из одной инерциальной системы отсчёта в другую согласно преобразованиям Галилея.

Ускорение

Ускорение (обычно обозначается $\vec{a}$, в теоретической механике $\vec{w}$) — *производная скорости по времени, векторная величина, показывающая, насколько изменяется вектор скорости точки (тела) при её движении за единицу времени* (т.е. ускорение учитывает не только изменение величины скорости, но и её направления).

Например, вблизи Земли падающее на Землю тело, в случае, когда можно пренебречь сопротивлением воздуха, увеличивает свою скорость примерно на 9,81 м/с каждую секунду, то есть, его ускорение равно 9,81 м/с².

Производная ускорения по времени, т.е. величина, характеризующая скорость изменения ускорения, называется *рывок*.

Вектор ускорения материальной точки в любой момент времени находится путём дифференцирования вектора скорости материальной точки по времени:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}, \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

Ускорение точки при прямолинейном движении

Если вектор $\vec{a}$ не меняется со временем, движение называют равноускоренным. При равноускоренном движении справедливы формулы:

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + (t - t_0)\vec{a}$$

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + (t - t_0)\vec{v}_0 + \frac{(t - t_0)^2}{2}\vec{a}.$$

Ускорение – величина абсолютная, т.е. не зависит от выбора инерциальной системы отсчета.

Законы Ньютона

Законы Ньютона — три закона, лежащие в основе классической механики и позволяющие записать уравнения движения для любой механической системы, если известны силовые взаимодействия для составляющих её тел. Впервые в полной мере сформулированы Исааком Ньютоном в книге «Математические начала натуральной философии» (1687 год). Законы Ньютона справедливы только в инерциальных системах отсчета.

Первый закон Ньютона

Первый закон Ньютона постулирует наличие такого явления, как инерция тел. Поэтому он также известен как **закон инерции**.

Инерция — это явление сохранения телом скорости движения (и по величине, и по направлению), когда на тело не действуют никакие силы.

Чтобы изменить скорость движения, на тело необходимо подействовать с некоторой силой. Естественно, результат действия одинаковых по величине сил на различные тела будет различным. Таким образом, говорят, что тела обладают инертностью.

Инертность — это свойство тел сопротивляться изменению их текущего состояния. Величина инертности характеризуется массой тела.

В современной физике первый закон Ньютона принято формулировать в следующем виде:

Существуют такие системы отсчёта, называемые инерциальными, относительно которых материальная точка при отсутствии внешних воздействий сохраняет величину и направление своей скорости неограниченно долго.

Закон верен также в ситуации, когда внешние воздействия присутствуют, но взаимно компенсируются (это следует из 2-го закона Ньютона, так как скомпенсированные силы сообщают телу нулевое суммарное ускорение).

Второй закон Ньютона

Второй закон Ньютона – дифференциальный закон движения, описывающий взаимосвязь между приложенной к материальной точке силой и получающимся от этого ускорением этой точки. Фактически, второй закон Ньютона вводит массу как меру проявления инертности материальной точки в выбранной инерциальной системе отсчёта (ИСО).

В инерциальной системе отсчёта ускорение, которое получает материальная точка, прямо пропорционально равнодействующей всех приложенных к ней сил и обратно пропорционально её массе.

Этот закон можно записать в виде формулы:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m},$$

где $\vec{a}$ – ускорение материальной точки; $\vec{F}$ – сила, приложенная к точке; m – масса материальной точки.

В случае, когда масса материальной точки меняется со временем, второй закон Ньютона формулируется с использованием понятия импульс:

В инерциальной системе отсчета скорость изменения импульса материальной точки равна равнодействующей всех приложенных к ней сил:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F},$$

где $\vec{p} = m\vec{v}$ – импульс точки, $\vec{v}$ – скорость точки; t – время; $\frac{d\vec{p}}{dt}$ – скорость изменения импульса.

Когда на тело действуют несколько сил, с учётом принципа суперпозиции второй закон Ньютона записывается:

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = m\vec{a}$$

Или в конечных приращениях

$$t \cdot \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = \Delta\vec{p},$$

Здесь $\vec{F}_i$ – усредненная по времени t результирующая сила.

Второй закон Ньютона действителен только для скоростей, много меньших скорости света и в инерциальных системах отсчёта. Для скоростей, приближенных к скорости света, используются законы теории относительности.

Третий закон Ньютона

Этот закон объясняет, что происходит с двумя взаимодействующими телами. Возьмём для примера замкнутую систему, состоящую из двух тел. Первое тело может действовать на второе с некоторой силой $\vec{F}_{1\to2}$, а второе — на первое с силой $\vec{F}_{2\to1}$. Как соотносятся силы? Третий закон Ньютона утверждает: сила действия равна по модулю и противоположна по направлению силе противодействия.

Подчеркнём, что эти силы приложены к разным телам, а потому вовсе не компенсируются.

Материальные точки попарно действуют друг на друга с силами, имеющими одинаковую природу, направленными вдоль прямой, соединяющей эти точки, равными по модулю и противоположными по направлению:

$$\vec{F}_{2\to1} = -\vec{F}_{1\to2}.$$

Закон отражает принцип парного взаимодействия. То есть все силы в природе рождаются парами.

2. ТЕОРИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

Равноускоренное движение происходит под действием постоянной силы. Основные законы, характеризующие равноускоренное движение: закон путей, выражающий зависимость между расстоянием, пройденным телом, и временем движения:

$$S = at^2/2$$

и закон скоростей, связывающий скорость в данный момент со временем движения:

$v = at$ (при нулевой начальной скорости).

Равноускоренно происходит падение тел с небольшой высоты в поле земного тяготения. Однако вследствие значительной величины ускорения силы тяжести (g = 9,81 м/с2) изучение законов равноускоренного движения свободно падающих тел затруднительно.

Специальное приспособление, называемое прибором Атвуда, позволяет наблюдать падение тел со значительно меньшим ускорением.

Устройство и принцип действия прибора Атвуда

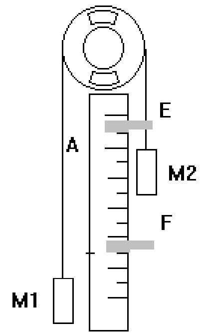


Рис. 1

Прибор Атвуда (рис.1) состоит из вертикальной колонки А, по всей длине которой нанесена сантиметровая шкала. На верхнем конце колонки укреплен легкий вращающийся около горизонтальной оси алюминиевый блок В (неизбежное трение на оси блока сведено до минимума). Через блок перекинута тонкая нить с двумя грузами одинаковой массы ($M_1 = M_2 = M$).

Если на один из грузов поместить новый груз (перегрузок) m, то вся система грузов придет в движение с некоторым ускорением a.

Вдоль колонки можно перемещать две площадки: F и E, из которых кольцевая E служит для снятие перегрузка m, а сплошная F – для остановки движения системы. В случае необходимости кольцевая площадка E может быть снята.

Элементарная теория прибора Атвуда выводится в предположении, что силами трения и инерцией частей прибора можно пренебречь. При этом условии движущей силой можно считать вес перегрузка m, а движущаяся масса будет складываться из массы основных грузов и массы перегрузка.

Согласно второму закону динамики можно написать:

$$f = mg = (2M + m)\cdot a,$$

где $f = mg$ – движущая сила, Н; $(2M + m)$ – масса системы, кг.

Следовательно, ускорение системы

$$a = mg / (2M + m), \text{ м/с}^2 \qquad (1)$$

Так как все величины, стоящие в правой части выражения (1), остаются во время движения неизменными, то ускорение системы постоянно и движение системы равноускоренное. Кроме того, знаменатель дроби $(2M + m)$ всегда значительно больше числителя mg, следовательно, ускорение a будет иметь значительно меньшую величину, чем g.

Если во время движения системы перегрузок m снять при помощи кольцевой платформы Е, то движущая сила становится равной нулю и равноускоренное движение переходит в равномерное, совершающееся по инерции с той же скоростью, которую система имела в момент снятия перегрузка.

ЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

1. *ПРОВЕРКА ФОРМУЛЫ ПУТИ*

1. На груз M_2 положить добавочный груз $m_2 = 10{,}3$ г.
2. Сплошную платформу F установить на некотором расстоянии S от нижнего основания груза M_2.
3. Вывести грузы из состояния покоя и одновременно включить секундомер. Секундомер остановить в момент удара груза $(M_2 + m_2)$ о сплошную платформу F. Показания секундомера дают время движения t.
   Для выбранного расстояния S от платформы F определить время падения груза $(M_2 + m_2)$ не менее трех раз и подсчитать среднее арифметическое значение $\langle t \rangle$.
4. Аналогичные измерения выполнить для двух других расстояний S от платформы F, каждый раз определяя $\langle t \rangle$.
5. Результаты измерений занести в журнал наблюдений 1 и вычислить ускорения для каждого случая по формулам:

$$a_1 = \frac{2S_1}{\langle t \rangle_1^2}; \quad a_2 = \frac{2S_2}{\langle t \rangle_2^2}; \quad a_3 = \frac{2S_3}{\langle t \rangle_3^2};$$

   при одном и том же перегрузке m. Ускорения при разных положениях платформы F должны быть приблизительно одинаковыми.
6. Вычислить погрешности измерений (по приведенному алгоритму).

Журнал наблюдений 1

№ опыта	M_2, кг	S, м	t, с	$<t>$, с	$a = 2S / <t>^2$, м/с^2
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
1					
2					
3					
4					
5	$10{,}3 \cdot 10^{-3}$				
6					
7					
8					
9					

Расчет погрешностей измерений:

. *Расчет погрешности измерения времени*

1. t_1 = ____; . t_2 = ____; t_3 = ____.

.2. $<t> = (t_1 + t_2 + t_3)/3$ = ________________.

.3. $\Delta t_1 = <t> - t_1$ = ______________________

$\Delta t_2 = <t> - t_2$ = ______________________

$\Delta t_3 = <t> - t_3$ = ______________________.

4. $(\Delta t_1)^2$ = ____; $(\Delta t_2)^2$ = ____; $(\Delta t_3)^2$ = ____.

5. $$\sigma_t = \sqrt{\frac{(\Delta t_1)^2 + (\Delta t_2)^2 + (\Delta t_3)^2}{n(n-1)}} =$$ ________________.

6. t_m = ____. 2.7. $\Delta t = t_m \cdot \sigma_t$ = ___________.

7. $\Delta t_{\text{пр}}$ = ____ << Δt = ____.

8. $t = <t> \pm \Delta t$ = __________.

9. $\delta = (\Delta t/<t>) \cdot 100\%$ = _______________.

2. *ПРОВЕРКА ФОРМУЛЫ СКОРОСТИ*

1. На груз M_2 положить перегрузок m_2 = 10,3 г и удерживать систему в состоянии покоя. Несколько ниже груза M_2 поместить кольцевую платформу E, а еще ниже – сплошную платформу F. Вывести систему из состояния покоя и одновременно включить секундомер.
2. Измерить время t от момента начала движения грузов до снятия перегрузка кольцевой платформой E.
3. Измерить время t_1 от момента снятия перегрузка до момента удара о сплошную платформу.
4. Измерить расстояние l между платформами.
5. Опыт повторить 3 раза, изменяя расстояния между платформами E и F.
6. Разделив расстояния l_1, l_2 и l_3, проходимые грузом по инерции (они будут равны расстояниям между платформами за вычетом высоты груза M_2), на соответствующие промежутки времени и взяв среднее арифметическое трех полученных результатов, определить скорость движения по инерции, а следовательно, и мгновенную скорость в конце равноускоренного движения. Высоту груза M_2 нужно измерить штангенциркулем. Эту высоту h необходимо учитывать, так как перегрузок m снимается с верхнего основания груза M_2 , а ударяется груз о сплошную платформу своим нижним основанием.
7. Результаты измерений и подсчетов заносятся в журнал наблюдений 2.
8. Значения ускорений, т.е. отношения мгновенных скоростей к соответствующим промежуткам времени равноускоренного движения (см. столбец 10 журнала наблюдений 2), приблизительно должны совпадать со значениями ускорений, полученными в первой части работы (см. столбец 6 журнала наблюдений 1).

Журнал наблюдений 2

<table>
<tr><th>№ опыта</th><th>t, с</th><th>$\langle t\rangle$, с</th><th>l, м</th><th>h, м</th><th>t_1, с</th><th>$\langle t_1\rangle$,с</th><th>$V = \frac{l-h}{\langle t\rangle_1}$, м/с</th><th>$a = \frac{V}{\langle t\rangle}$, м/с^2</th></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td></tr>
<tr><td>1</td><td></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="9"></td><td></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>4</td><td></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td>5</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>6</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>7</td><td></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td>8</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>9</td><td></td><td></td></tr>
</table>

3. *ПРОВЕРКА ВТОРОГО ЗАКОНА НЬЮТОНА*

1. На груз M_2 положить перегрузок m_2= 10,3 г, а на груз M_1 перегрузок m_1= 7,8 г, тогда масса, обуславливающая действующую силу будет равна разности масс перегрузков: $\Delta m_1 = m_2 - m_1 = 2{,}5$ г, а масса системы будет равна сумме масс основных грузов и перегрузков, т.е. $(2M + m_1 + m_2)$.
2. Измерить время, за которое система грузов пройдет некоторый путь за счет избыточной массы $\Delta m = m_1 + m_2 = 18{,}1$ г, занести данные наблюдения в журнал наблюдений 3.
3. Оба перегрузка переложить на груз M_2, в результате чего избыточная масса будет $\Delta m = 18{,}1$ г, а масса системы не изменится. Измерить время, за которое система пройдет этот же путь. Подсчитав все ускорения, приобретенные под действием различных сил, убедиться что ускорения пропорциональны действующим силам:

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{a_1}{a_2}$$

Журнал наблюдений 3

№ опыта	f•10^{-3}, Н	t, с	S, м	a, м/с^2	a_1 / a_2	f_1 / f_2
1	$f_1 = (m_2 - m_1)g =$ =24,53					
2	$f_2 = (m_1 + m_2)g =$ =177,56					

Контрольные вопросы

1. Что такое мгновенная скорость?
2. Приведите определения равномерного и равноускоренного движений.
3. Приведите формулы закона скоростей и закона путей при равноускоренном движении.
4. Сформулируйте и напишите формулу второго закона Ньютона.
5. Укажите силы, действующие на грузы в приборе Атвуда.
6. *Решить задачу*: Через невесомый блок перекинута невесомая и нерастяжимая нить, на которой подвешены два груза массами $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 2$ кг. Определить ускорение a грузов и силу натяжения T нити. Трением в блоке пренебречь.

ЛИТЕРАТУРА

1. Физический практикум: Механика и молекулярная физика / под ред. проф. В.И. Ивероновой. – М.: Наука, 1967.
2. Кортнев А.В., Рублев Ю.В., Куценко А.Н. Практикум по физике. – М.: Высш. школа, 1965.
3. Савельев И.В. Курс общей физики: В 3-х т. М.: Наука, 1982. Т.1.
4. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высш. Школа, 1985.
5. Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике. М.: Наука, 1985.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2
ПРОВЕРКА ОСНОВНОГО ЗАКОНА ДИНАМИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Выполнил студент ___________________, группа __________, дата ____________.

Допуск ______________

Выполнение __________

Зачет ________________

Цель работы: Ознакомиться с основными физическими понятиями и величинами, определяющими закономерности вращательного движения, опытным путем проверить выполнение основного закона динамики вращательного движения.

Приборы и материалы

№ п\п	Наименование прибора	Цена деления	Предел измерения (x_{max})	Точность отсчета ($\Delta x_{пр}$)
1	Маятник Обербека	-	-	-
2	Грузы	-	-	-
3	Секундомер			
4	Линейка			

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ
1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ
Кинематика вращательного движения

При поступательном движении тела все его точки движутся по одинаковым траекториям и в каждый данный момент они имеют равные скорости и равные ускорения. Поэтому поступательное движение тела задают движением какой-либо одной точки, обычно движением центра тяжести.

Вращательное движение тела нельзя отождествить с движением какой-либо одной его точки. Различают следующие виды вращательного движения: *вращение вокруг неподвижной оси, вращение вокруг свободных осей, вращение вокруг неподвижной точки – полюса* (гироскопы, волчки), *плоское движение* (качение шара, цилиндра по горизонтальной поверхности).

Будем рассматривать только вращение тела вокруг неподвижной оси. В этом случае ось вращающегося тела (маховика дизеля, ротора электродвигателя, шпинделя станка, лопастей вентилятора и т. п.) в процессе движения занимает в пространстве относительно окружающих неподвижных тел одно и то же место.

Вращательным называется движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой – оси вращения.

Вращение твердого тела описывается углом поворота φ(t), на который повернулось тело за время t.

Угловая скорость **ω** – *векторная величина, характеризующая быстроту вращения тела, которая равна производной от угла поворота тела* φ *по времени* t:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \varphi',$$

Где $d\varphi$ – угол поворота тела за малое время dt.

Угловая скорость является псевдовектором. Вектор угловой скорости может быть приложен к любой точке мгновенной оси и направлен в каждый момент времени по мгновенной оси, так, чтобы, смотря навстречу этому вектору, видеть вращение тела происходящим против движения часовой стрелки (рис. 1).

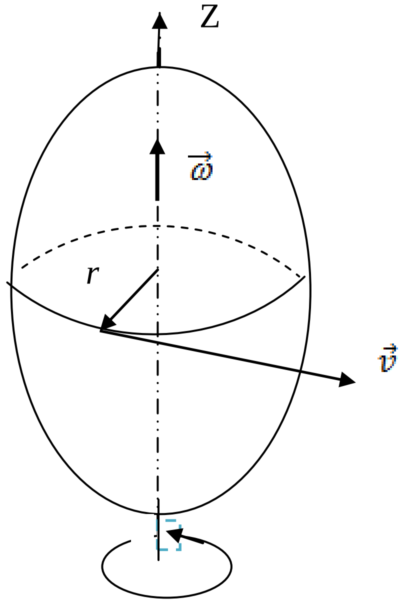


Рис. 1.

Равномерное вращательное движение

Если угловая скорость ω = const, то вращательное движение называется равномерным.

При равномерном вращении его быстроту также описывают частотой оборотов n и периодом вращения T.

Частота оборотов n *равна числу оборотов, сделанных за единицу времени,*

$$n = \frac{N}{t}$$

Где N – число оборотов за время t.

Т.к. за один оборот тело поворачивается на угол, равный 2π, то

$$\varphi = 2\pi \cdot N \quad \text{и} \quad \omega = 2\pi \cdot n$$

Период вращения T – это время, за которое тело совершает один оборот.

Т.к.

$$T = \frac{t}{N}, \quad \text{то}$$

$$n = \frac{1}{T}, \qquad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$[\omega]$= *рад/с* , $[n]$= *об/с* , $[T]$= *с*

Уравнение равномерного вращения имеет вид

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t.$$

В частном случае, когда начальный угол поворота

$$\varphi_0 = 0, \ \varphi = \omega t.$$

Угловую скорость равномерно вращающегося тела

$$\omega = \varphi / t$$

можно выразить и так: $\omega = 2\pi / T$,

где: T – период вращения тела;
$\varphi = 2\pi$ – угол поворота за один период.

Неравномерное вращение

Неравномерное вращение (угловая скорость изменяется со временем) характеризуется угловым ускорением ε.

Угловое ускорение $\boldsymbol{\varepsilon}$[1] - вектор, равный производной от угловой скорости ω *по времени t* ,

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \omega',$$

$d\omega$ - *изменение угловой скорости за время dt.*

[1] ε - греч. «эпсилон»

$$[\varepsilon] = \frac{рад}{с^2}$$

Векторы $\vec{\omega}$ и $\vec{\varepsilon}$ *направлены по оси вращения тела. При ускоренном вращении тела направления векторов* $\vec{\omega}$ и $\vec{\varepsilon}$ *совпадают, при замедленном – противоположны (рис. 2).*

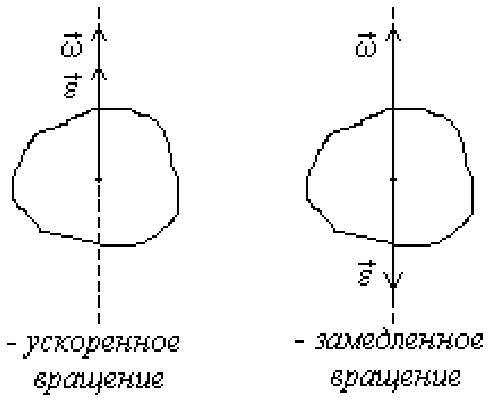


Рис. 2

Равнопеременное вращение

Если угловое ускорение ε = const, то вращательное движение называется *равнопеременным*. Равнопеременное вращение характеризуется следующими уравнениями:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2} \qquad \text{и} \qquad \omega = \omega_0 + \varepsilon t,$$

ω_0 и φ_0 – угловая скорость и угол поворота тела в начальный момент t_0=0,

ω и φ – в момент времени t. При ускоренном вращении в этих уравнениях выбирается знак «+», а при замедленном – знак «–».

Связь линейных и угловых характеристик

Если точка тела отстоит от оси вращения на расстоянии r, то за время dt она проходит путь

$$dS = d\varphi \cdot r$$

Скорость точки

$$v = \frac{dS}{dt} = \frac{d\varphi \cdot r}{dt}, \qquad \text{или} \qquad v = \omega \cdot r$$

При вращении тела тангенциальное ускорение его точки

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{d\omega \cdot r}{dt}, \quad \text{или}$$

$$a_\tau = \varepsilon \cdot r$$

Нормальное ускорение точки тела

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{\omega^2 \cdot r^2}{r}, \quad \text{или}$$

$$a_n = \omega^2 \cdot r$$

Полное ускорение, как указывалось ранее, определяют по формуле

$$a = \sqrt{a_n^{\ 2} + a_\tau^{\ 2}}$$

Момент инерции

Момент инерции - скалярная величина, характеризующая распределения масс в теле и являющаяся наряду с массой мерой инертности тела при непоступательном движении.

Единица измерения СИ: кг·м². Обозначение: I или J.

Момент инерции тела относительно оси вращения зависит от массы тела и от распределения этой массы относительно этой оси. Чем больше масса тела и чем дальше она отстоит от воображаемой оси, тем большим моментом инерции обладает тело.

Момент инерции элементарной (точечной) массы m_i, отстоящей от оси на расстоянии r_i, равен:

$$I_i = m_i r_i^2$$

Моментом инерции *механической системы* относительно неподвижной оси («осевой момент инерции») называется величина J_a, равная сумме произведений масс всех n материальных точек системы на квадраты их расстояний до оси:

$$J_a = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2,$$

где:

m_i — масса i-й точки,

r_i — расстояние от i-й точки до оси.

$$J_a = \int\limits_{(m)} r^2 dm = \int\limits_{(V)} \rho r^2 dV,$$

где:

$dm = \rho dV$ — масса малого элемента объёма тела dV,

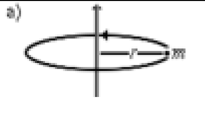
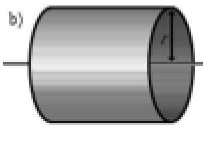
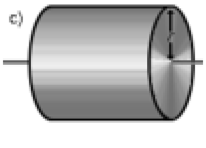
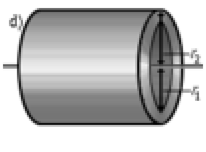
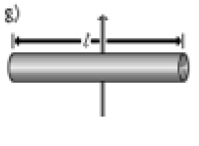
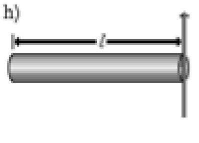
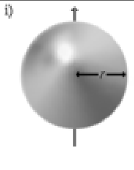
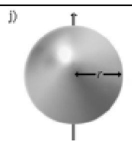
ρ — плотность,

r — расстояние от элемента dV до оси a.

Если тело однородно, то есть его плотность всюду одинакова, то

$$J_a = \rho \int\limits_{(V)} r^2 dV$$

Моменты инерции **однородных тел простейшей формы относительно некоторых осей вращения**

Тело	Описание	Положение оси *a*	Момент инерции J_a
	Материальная точка массы *m*	На расстоянии *r* от точки, неподвижная	mr^2
	Полый тонкостенный цилиндр или кольцо радиуса *r* и массы *m*	Ось цилиндра	mr^2
	Сплошной цилиндр или диск радиуса *r* и массы *m*	Ось цилиндра	$\frac{1}{2}mr^2$
	Полый толстостенный цилиндр массы *m* с внешним радиусом r_2 и внутренним радиусом r_1	Ось цилиндра	$m\frac{r_2^2 + r_1^2}{2}$
	Прямой тонкий стержень длины *l* и массы *m*	Ось перпендикулярна к стержню и проходит через его центр масс	$\frac{1}{12}ml^2$
	Прямой тонкий стержень длины *l* и массы *m*	Ось перпендикулярна к стержню и проходит через его конец	$\frac{1}{3}ml^2$
	Тонкостенная сфера радиуса *r* и массы *m*	Ось проходит через центр сферы	$\frac{2}{3}mr^2$
	Шар радиуса *r* и массы *m*	Ось проходит через центр шара	$\frac{2}{5}mr^2$

Момент инерции твёрдого тела относительно какой-либо оси зависит не только от массы, формы и размеров тела, но также от положения тела по отношению к этой оси. Согласно теореме Штейнера (теореме Гюйгенса-Штейнера), *момент инерции* тела *J относительно произвольной оси равен сумме момента инерции этого тела J_c относительно оси, проходящей через центр масс тела параллельно рассматриваемой оси, и произведения массы тела m на квадрат расстояния а между осями:*

$$J = J_c + ma^2.$$

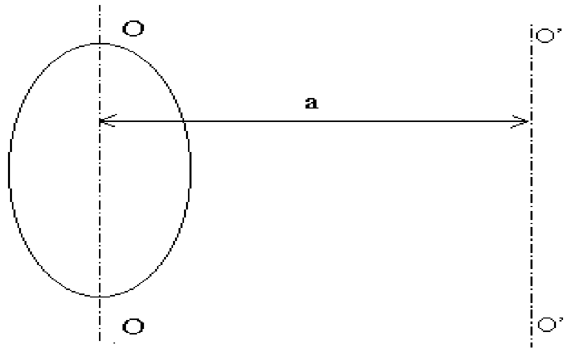


Рис. 3

где m — полная масса тела (рис. 3).

Например, момент инерции стержня относительно оси, проходящей через его конец, равен:

$$I = I_0 + ma^2 = \frac{1}{12}ml^2 + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{1}{3}ml^2$$

Момент силы

Момент силы**,** величина, характеризующая вращательный эффект силы при действии её на твёрдое тело; является одним из основных понятий механики. Различают **момент силы** относительно центра (точки - полюса) и относительно оси.

Если имеется материальная точка O, к которой приложена сила $\vec{F}$, то момент силы относительно этой точки равен векторному произведению радиус-вектора $\vec{r}$, соединяющего точку O и точку приложения силы, на вектор силы $\vec{F}$:

$$\vec{M}_O = \left[\vec{r} \times \vec{F}\right], \text{ (Н•м)}.$$

Момент силы — *аксиальный вектор*[3]. Он направлен вдоль оси вращения. Направление вектора момента силы определяется правилом буравчика, а величина его равна *M* (рис.4).

[3] Аксиальные векторы не связаны с определенной линией действия. Их можно перемещать в пространстве параллельно самим себе (свободные векторы).

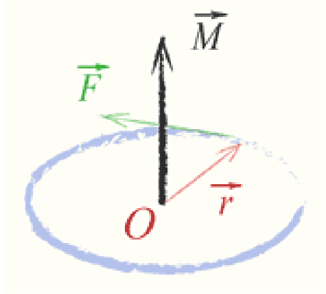


Рис. 4

Модуль момента силы:

$$M = F \bullet l = F \bullet r \bullet \sin \alpha,$$

где: M – момент силы (Ньютон • метр),

F – приложенная сила,

r – расстояние от центра вращения до места приложения силы,

$l = r \cdot \sin \alpha$ – плечо силы, т.е. длина перпендикуляра, опущенного из центра вращения на линию действия силы,

α — угол, между вектором силы F и вектором положения r.

Момент силы относительно оси величина алгебраическая, равная проекции на эту ось вектора ***M*** *момента силы относительно любой точки O оси.*

Пользуясь понятием момента силы можно по-новому сформулировать условия равновесия тела, закрепленного на оси. Это условие называется *правилом моментов:*

если на тело, закрепленное на оси, действует много сил, то для равновесия тела, закрепленного на оси, алгебраическая сумма моментов всех сил, действующих на тело, должна быть равна нулю:

$$M_1 + M_2 + \ldots + M_n = 0.$$

Считают момент силы положительным, если эта сила, действуя в отдельности, вращала бы тело по часовой стрелке, и отрицательным в противоположном случае (при этом нужно заранее условиться, с какой стороны мы будем смотреть на тело). Например, согласно рис.5, силам F_1 и F_2 следует приписать положительный момент, а силе F_3— отрицательный.

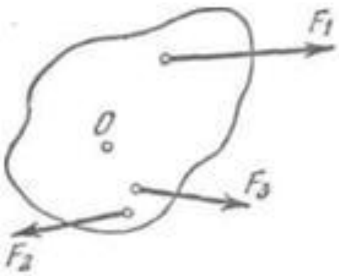


Рис. 5.

Момент импульса

Момент импульса (кинетический момент, угловой момент, орбитальный момент, момент количества движения) характеризует количество вращательного движения.

Следует учесть, что вращение здесь понимается в широком смысле, не только как регулярное вращение вокруг оси. Например, даже при прямолинейном движении тела мимо произвольной воображаемой точки, не лежащей на линии движения, оно также обладает моментом импульса. Наибольшую, пожалуй, роль момент импульса играет при описании собственно вращательного движения. Однако крайне важен и для гораздо более широкого класса задач (особенно — если в задаче есть центральная или осевая симметрия, но не только в этих случаях).

*Моментом импульса **L** материальной точки относительно произвольной точки О называется физическая величина, определяемая векторным произведением радиус-вектора r этой материальной точки, проведенного из точки О, на величину ее импульса **P*** (рис. 6):

$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}, \text{ (Дж·с)},$$

где $\mathbf{r}$ – радиус-вектор частицы относительно выбранного неподвижного в данной системе отсчёта начала отсчёта, $\mathbf{p}$ – импульс частицы.

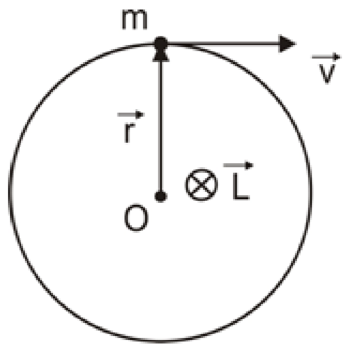


Рис.6.

Если твердое тело, вращающееся вокруг некоторой неподвижной оси z, представить в виде совокупности элементарных масс, и спроектировать моменты импульсов всех этих элементарных масс на это направление, получим момент импульса тела L_z относительно этой оси (L_z – скалярная величина).

Суммирование производим по всем элементарным массам m_i(имеющим линейную скорость v_i и радиус вращения r_i), на которые разбивается тело. Так как $v_i=\omega r_i$, где ω - угловая скорость вращения тела, а $I=\sum m_i r_i^2$ - момент инерции тела относительно данной оси, тогда момент импульса тела относительно оси z равен:

$$L_z = \sum m_i v_i r_i = \sum \omega m_i r_i^2 = \omega \sum m_i r_i^2 = I_z \omega .$$

В случае тела, вращающегося вокруг оси симметрии, векторы L и ω имеют одинаковое направление и тогда:

$$\vec{L} = I\,\vec{\omega}. \qquad (1)$$

Продифференцируем выражение (1) по времени:

$$dL_z / dt = I_z\, d\omega / dt = I_z\, \varepsilon = M_z,$$

В итоге:

$$L_z / dt = dM_z \qquad (2)$$

Таким образом, производная по времени от момента импульса твердого тела относительно оси вращения равна моменту сил относительно той же оси:

$$d\mathbf{L} / dt = \mathbf{M} \qquad (3)$$

Из уравнения (3) видно, что если момент внешних сил, действующих на тело, равен нулю, то момент импульса тела остается постоянным.

$$\text{Если } M = 0, \text{ то:} \quad dL/dt = 0 \quad \Rightarrow \quad L = \text{const}. \qquad (4)$$

Выражение (4) представляет собой закон сохранения момента импульса:

момент импульса замкнутой системы тел не меняется со временем, причем это утверждение справедливо для момента импульса, взятого относительно любой точки инерциальной системы отсчета. Этот закон выполняется только в инерциальных системах отсчета.

Закон сохранения момента импульса – фундаментальный закон природы. Он связан со свойством симметрии пространства – его изотропностью, т.е. с инвариантностью физических законов относительно поворота замкнутой системы в пространстве на любой угол.

Основное уравнение динамики вращательного движения

Уравнение (3) $\mathbf{M} = d\mathbf{L} / dt$ называется основным уравнением динамики вращательного движения: *скорость изменения момента импульса тела, вращающегося вокруг неподвижной точки, равна результирующему моменту относительно этой точки всех внешних сил, приложенных к телу.*

Из уравнений (1) и (3) следует $\mathbf{M} = d(I\boldsymbol{\omega}) / dt = I\, d\boldsymbol{\omega} / dt = I\,\varepsilon,$

$$\text{или} \qquad \varepsilon = \mathbf{M} / I.$$

Угловое ускорение точки при ее вращении вокруг неподвижной оси пропорционально вращающему моменту и обратно пропорционально моменту инерции.

Аналогия между поступательным и вращательным движениями

Между движением твердого тела вокруг неподвижной оси и движением отдельной материальной точки (или поступательным движением тела) существует тесная и далеко идущая аналогия. Каждой линейной величине из кинематики точки соответствует подобная величина из кинематики вращения твердого тела. Координате ***s*** соответствует угол ***φ***, линейной скорости ***v*** – угловая скорость ***w***, линейному (касательному) ускорению ***a*** – угловое ускорение ***ε***.

Поступательное движение			***Вращательное движение***		
Кинематические характеристики движения					
Путь	S	м	Угол поворота	φ	рад
Время	t	с	Период	T	с
Скорость	v	м/с	Угловая скорость	ω	рад/с
Ускорение	a	м/с^2	Угловое ускорение	ε	рад/с^2
Поступательное движение			***Вращательное движение***		
Динамические характеристики движения					
Масса	m	кг	Момент инерции	J	кг□·□м^2
Сила	F	Н	Момент силы	M	Н·м
Импульс	p	кг□·м/с	Момент импульса	$L=J\cdot\omega$	кг□·м^2 /с
Второй закон Ньютона	$F=ma;\ F=dp/dt$		Уравнение динамики вращательного движения	$M=J\cdot\varepsilon;\ M=dL/dt$	
Работа	$dA=F\cdot\square\, dS$	Дж	Работа	$dA=M\cdot d\varphi$	Дж
Кинетическая энергия	$E_K=(mv^2)/2$	Дж	Кинетическая энергия	$E_{КВР}=(J\omega^2)/2$	Дж
Мощность	$N=FV$	Вт	Мощность	$N=M\cdot\omega$	Вт

Поступательное движение можно рассматривать, как вращательное, с радиусом вращения, стремящимся к бесконечности, и угловой скоростью, стремящейся к нулю.

2. ТЕОРИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

Устройство и принцип действия маятника Обербека

В работе используется крестообразный маятник Обербека (рис.7), который состоит из двух взаимно перпендикулярных стержней AB и CD, ввинченных в шкив K. Крестовина может вращаться при падении груза P, привязанного к нити, намотанной на шкив. По стержням AB и CD могут перемещаться четыре груза, массы m которых одинаковы.

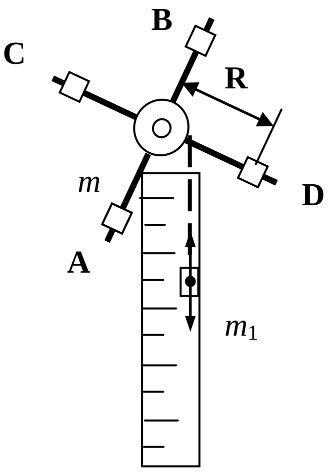


Рис. 7

Момент инерции груза определится формулой

$$I = m\,R^2,$$

где R – расстояние от груза до оси вращения.

Если на шкив намотать нить и к ее концу прикрепить груз, то при его падении маятник будет вращаться с угловым ускорением ε, а сам груз будет двигаться с линейным ускорением a. Вращающий момент будет равен произведению силы натяжения нити $F_н$ на радиус шкива r: $M = F_н\, r$. Движение груза вниз происходит под действием двух сил: силы тяжести ($F_1 = m_1 g$ или $F_2 = m_2 g$), направленной вниз, и силы натяжения нити $F_н$, направленной вверх. Результирующая сила, сообщающая ускорение, будет равна

$$ma = mg - F_н,$$

откуда сила натяжения $F_н = m\,(g - a)$

Момент этой силы относительно оси вращения

$$M = m(g - a)\,r \tag{5}$$

где r – радиус шкива.

Если за время t груз упал с высоты h, то $h = \dfrac{a \cdot t^2}{2}$,

откуда линейное ускорение $a = \dfrac{2h}{t^2}$.

Формулу (5) можно записать в виде

$$M = m\left(g - \frac{2h}{t^2}\right) \cdot r\,, \tag{6}$$

а угловое ускорение $\varepsilon = \dfrac{a}{r} = \dfrac{2h}{r \cdot t^2}$. (7)

Измерения и обработка результатов

Проверить, как это следует из уравнения (4), пропорциональность углового ускорения вращающему моменту, т.е. правильность соотношения, следующего из основного закона динамики вращательного движения.

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{M_1}{M_2} \qquad (8)$$

Для этого необходимо:

1. Все четыре груза m сдвинуть к центру маятника Обербека.
2. Диаметр малого шкива $D_м = 18.05\cdot 1^{0-3}$ м; диаметр большого шкива $D_б = 35.25\cdot 10^{-3}$ м.
3. Груз $m_1 = 0{,}1$ кг прикрепить к нити и намотать ее на шкив прибора, подняв груз в начало отсчета (так, чтобы низ груза оказался на уровне верхнего деления шкалы).
4. Отпустив груз, включить секундомер и измерить время t, за которое груз опустится на расстояние h. Измерения провести трижды, вычислив среднее значение времени $<t>$.
5. Результаты измерений занести в журнал наблюдений.
6. По формуле $\varepsilon = \frac{2h}{r<t^2>}$ определить угловое ускорение ε_1, по формуле

$$M = m\left(g - \frac{2h}{<t^2>}\right)\cdot r$$ – момент силы M_1;

7. Полученные значения ε_1 и M_1 занести в журнал наблюдений 1;
8. Заменив груз m_1 грузом $m_2 = 0{,}2$ кг, повторить опыт и вычислить ε_2 и M_2.
9. Результаты измерений и вычислений второго опыта записать в журнал наблюдений (пп.1-6).
10. Все четыре груза m сдвинуть к концу маятника Обербека (масса четырех грузов, закрепленных на маятнике Обербека $4m = 0{,}69$ кг).
11. Повторить измерения с грузом $m_2 = 0{,}2$ кг согласно пунктам 2, 4 -7.
12. Результаты измерений и вычислений третьего опыта записать в журнал наблюдений (пп.7-9).
13. Проверить пропорциональность угловых ускорений вращающим моментам и сделать вывод о выполнении основного закона динамики вращательного движения.

14. Используя теорию погрешностей, определить абсолютную Δt и относительную δ погрешности прямого измерения времени.

Журнал наблюдений

№ п/п	$m_{1,2}$ кг	r, м	h, м	t, с	$< t >$, c	$\varepsilon_{1,2}$, с$^{-2}$	$M_{1,2}$, Н·м	$\varepsilon_1 / \varepsilon_2$	M_1 / M_2
1	0,10								
2									
3									
4	0,20								
5									
6									
№ п/п	m_2 кг	r, м	h, м	t, с	$< t >$, c	ε_3, с$^{-2}$	M_3, Н·м	$\varepsilon_1 / \varepsilon_3$	M_1 / M_3
7	0,20								
8									
9									

Контрольные вопросы

1. Перечислите виды вращательного движения твердого тела.
2. Какими физическими величинами характеризуется кинематика и динамика вращательного движения твердого тела?
3. Угловая скорость и угловое ускорение, единицы их измерения?
4. Укажите связь между кинематическими величинами, характеризующими поступательное и вращательное движение твердого тела.
5. Момент силы, единица его измерения?
6. Что называется моментом инерции тела, единица его измерения? Момент инерции материальной точки.
7. Сформулируйте основной закон динамики вращательного движения твердого тела, запишите его математические формулы.
8. Момент импульса, единица его измерения? Сформулируйте закон сохранения момента импульса.
9. Объясните, почему в третьем опыте (пп. 7-9 журнала наблюдений) не выполняется соотношение (8).

ЛИТЕРАТУРА

1. Кортнев А.В., Рублев Ю.В., Куценко А.Н. Практикум по физике. - Высш. школа, 1965.

2. Майсова Н.Н. Практикум по курсу общей физики.- М.: Высш. школа, 1970.
3. Савельев И.В. Курс общей физики: В 3-х т. М.: Наука, 1982. Т.1.
4. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высш. Школа, 1985.
5. Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике. М.: Наука, 1985.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3
ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ ТЕЛ С ПОМОЩЬЮ ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

Выполнил студент ______________, группа_____________, дата___________.

Допуск ______________

Выполнение __________

Зачет ________________

Цель работы: изучить законы колебательного движения физического маятника.

Приборы и материалы

№ п\п	Наименование прибора	Цена деления	Предел измерения (x_{max})	Точность отсчета ($\Delta x_{пр}$)
1	Маятник физический	-	-	-
2	Опора трехгранная	-	-	-
3	Секундомер			
4	Линейка			

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

Свободное падение

***Свободное падение** — это движение тела под действием только силы тяжести.*

На тело, падающее в воздухе, кроме силы тяжести действует сила сопротивления воздуха, следовательно, такое движение не является свободным падением. Свободное падение — это падение тел в вакууме.

Ускорение $\vec{g}$, которое сообщает телу сила тяжести, называют **ускорением свободного падения**. Оно показывает, на какую величину изменяется скорость свободно падающего тела за единицу времени. Ускорение свободного падения $\vec{g}$ направлено вертикально вниз.

Галилео Галилей установил (**закон Галилея**): *все тела падают на поверхность Земли под действием земного притяжения при отсутствии сил сопротивления с одинаковым ускорением, т. е. ускорение свободного падения не зависит от массы тела*.

В земных условиях g зависит от географической широты местности. Наибольшее значение оно имеет на полюсе (g = **9,81 м/с^2**), наименьшее — на экваторе (g = **9,75 м/с^2**). Причины этого: 1) суточное вращение Земли вокруг своей оси; 2) отклонение формы Земли от сферической; 3) неоднородное распределение плотности земных пород.

Ускорение свободного падения зависит от высоты h тела над поверхностью планеты. Его, если пренебречь вращением планеты, можно рассчитать по формуле:

$$g_h = \frac{GM}{(R+h)^2},$$

где G — гравитационная постоянная, M — масса планеты, R — радиус планеты.

Как следует из последней формулы, с увеличением высоты подъема тела над поверхностью планеты ускорение свободного падения уменьшается. Если пренебречь вращением планеты, то на поверхности планеты радиусом R

$$g = \frac{GM}{R^2}.$$

Для небольших высот ($h \ll R$) можно считать g = const, для таких высот свободное падение является равноускоренным движением. Для его описания можно использовать формулы равноускоренного движения:

уравнение скорости: $\vec{v} = \vec{v} + \vec{g}t$;

кинематическое уравнение, описывающее свободное падение тел:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{g}t^2}{2},$$

или в проекции на ось Oy:

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{g_y t^2}{2}.$$

Механические колебания

Наряду с поступательными и вращательными движениями тел в механике значительный интерес представляют колебательные движения.

Колебаниями называются процессы, отличающиеся той или иной степенью повторяемости (качание маятника часов, колебания струны или ножек камертона, напряжение между обкладками конденсатора в контуре радиоприемника, работа сердца); (см. рис.1).

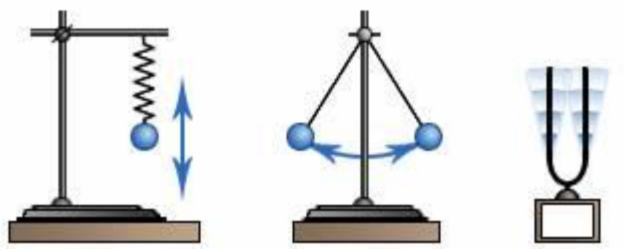


Рис.1.

Система, совершающая колебания, называется *осциллятором.*

Все колебательные процессы классифицируются по следующим параметрам:

– *по физической природе*:

- механические (звук, вибрация), электромагнитные (свет, радиоволны, тепловые), смешанного типа (комбинации вышеперечисленных колебаний).

Колебания различной физической природы подчиняются общим закономерностям. Например, колебания тока в электрической цепи и колебания математического маятника могут описываться одинаковыми уравнениями. Общность колебательных закономерностей позволяет рассматривать колебательные процессы различной природы с единой точки зрения. Мы будем рассматривать *механические колебания*.

– *по характеру взаимодействия с окружающей средой:*

- *Свободные (или собственные)* — это колебания в системе под действием внутренних сил, после того как система выведена из состояния равновесия. Простейшими примерами свободных колебаний являются колебания груза, прикреплённого к пружине, или груза, подвешенного на нити.
- *Вынужденные* — колебания, протекающие в системе под влиянием внешнего периодического воздействия. Примеры: листья на деревьях, поднятие и опускание руки. При вынужденных колебаниях может возникнуть явление резонанса: резкое возрастание амплитуды колебаний при совпадении собственной частоты осциллятора и частоты внешнего воздействия.
- *Автоколебания* — колебания, при которых система имеет запас потенциальной энергии, расходующейся на совершение колебаний (пример такой системы — механические часы). Характерным отличием автоколебаний от свободных колебаний является, то, что их амплитуда определяется свойствами самой системы, а не начальными условиями.
- *Параметрические* — колебания, возникающие при изменении какого-либо параметра колебательной системы в результате внешнего воздействия.

- *Затухающие колебания* – постепенное ослабление колебаний с течением времени, обусловленное потерей энергии колебательной системой.

Затухание свободных механических колебаний вызывается главным образом трением и возбуждением в окружающей среде упругих волн.

Будем рассматривать *незатухающие свободные колебания* – идеальный случай, т.к. свободные колебания реальных систем всегда затухающие.

Общими характеристиками колебаний являются:

- *Смещение* x — отклонение тела от положения равновесия, (*м*).
- *Амплитуда* A (*м*) — максимальное отклонение тела от положения равновесия.
- *Период* T (*с*) — наименьший промежуток времени, за который тело совершает одно полное колебание[1]: $T = t/N$, где t – время, за которое совершается N колебаний.
- *Частота* f или ν (Гц, **с**$^{-1}$) — число колебаний в единицу времени:

$$\nu = N/t = 1/T.$$

В круговых или циклических процессах вместо характеристики «частота» используется понятие круговая (циклическая) частота ω (рад/с) показывающая число колебаний за 2π единиц времени:

$$\omega = 2\pi / T = 2\pi\nu$$

Фаза колебаний $\varphi = (\omega t + \varphi_0)$ — определяет смещение тела в любой момент времени, то есть определяет состояние колебательной системы, где φ_0 – начальная фаза (в момент времени $t = 0$).

Простейшим видом колебательного процесса являются простые *гармонические колебания*.

Гармонические колебания

Гармонические колебания *– колебания, при которых физическая величина, характеризующая эти колебания, изменяется во времени по синусоидальному закону*

$$x = A \sin (\omega t + \varphi_0).$$

[1] За одно полное колебание тело проходит расстояние $S = 4A$.

Графиком гармонических колебаний является синусоида (рис. 3):

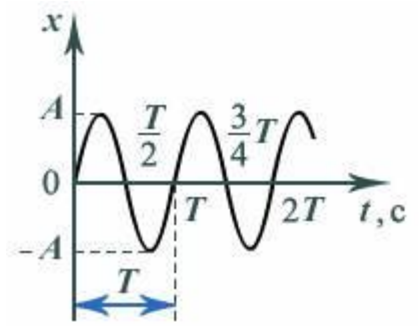


Рис. 3.

Выбор начальной фазы позволяет при описании гармонических колебаний перейти от функции синуса к функции косинуса:

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0 - \frac{\pi}{2}).$$

Обобщенное гармоническое колебание в дифференциальном виде:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0\ ,$$

или

$$x'' + \omega^2 x = 0.$$

Для того, чтобы свободные колебания совершались по гармоническому закону, необходимо, чтобы сила, стремящаяся возвратить тело в положение равновесия, была пропорциональна смещению тела из положения равновесия и направлена в сторону, противоположную смещению:

$$F = ma = -m\omega^2 x,$$

где m – масса колеблющегося тела.

Физическую систему, в которой могут существовать гармонические колебания, называют *гармоническим осциллятором,* а уравнение гармонических колебаний – *уравнением гармонического осциллятора.*

Физический маятник

Маятник – твёрдое тело, совершающее под действием приложенных сил колебания около неподвижной точки или оси.

***Физическим маятником** называется любое твердое тело, имеющее неподвижную горизонтальную ось и способность совершать под действием силы тяжести колебания около этой оси*. Такие колебания могут происходить, если ось вращения т. О тела не проходит через центр тяжести т. С (рис.4).

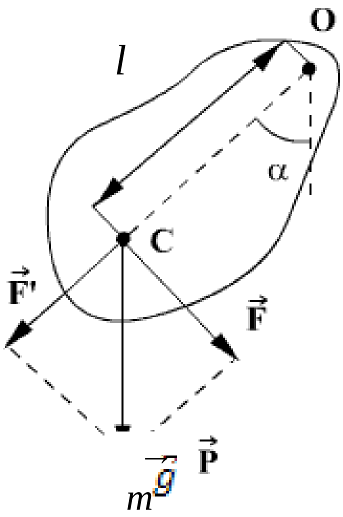


Рис. 4.

Если маятник отклонен от положения равновесия на некоторый малый угол α, то в соответствии с уравнением динамики вращательного движения твердого тела момент M возвращающей силы F можно записать в виде:

$$M = I\varepsilon = F_\tau l = -mgl\sin\alpha \approx -mgl\alpha\,, \tag{1}$$

где J - момент инерции[2] маятника относительно оси, проходящей через точку O; l – расстояние между точкой подвеса и центром масс маятника; F_τ - возвращающая сила (знак минус обусловлен тем, что направление F_τ и α всегда противоположны); sinα ≈ α соответствует малым колебаниям маятника, т.е. малым отклонениям маятника из положения равновесия.

Уравнение (1) можно записать в виде:

$$I\ddot{\alpha} + mgl\alpha = 0$$

или

$$\ddot{\alpha} + \frac{mgl}{I}\alpha = 0$$

Принимая

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgl}{I}} \tag{2}$$

получим уравнение

$$\ddot{\alpha} + \omega_0^{\,2}\alpha = 0\,,$$

решение которого имеет вид:

[2] Момент инерции - скалярная величина, характеризующая распределения масс в теле и являющаяся наряду с массой мерой инертности тела при непоступательном движении.

$$\alpha = \alpha_0 \cos(\omega_0 t + \varphi) \qquad (3)$$

Из выражения (6) следует, что при малых колебаниях физический маятник совершает гармонические колебания с циклической частотой ω_0 и периодом:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgl}} \qquad (4)$$

Т.о., период колебания физического маятника выражается формулой:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgl}}$$

где: I – момент инерции маятника относительно оси вращения; m – его масса; l – расстояние от оси вращения до центра тяжести маятника; g – ускорение свободного падения.

Эта формула даёт результаты приемлемой точности (ошибка менее 1 %) при углах, не превышающих 4°.

Эта зависимость периода колебания маятника от ускорения силы тяжести и используется для его определения.

2. ТЕОРИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

В данной работе применяется маятник, состоящий из металлического стержня, на котором укреплены опорные призмы O_1 и O_2, служащие для подвешивания маятника, и двух массивных грузов P_1 и P_2, которые можно

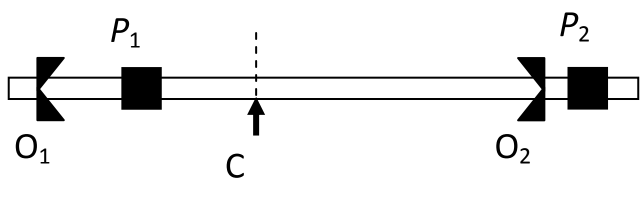


Рис. 5

передвигать вдоль стержня (рис. 5).

Для наблюдения за колебаниями маятника его подвешивают на металлической подставке, укрепленной на кронштейне так, чтобы его ось опоры совпадала с ребром одной из призм (допустим, с ребром O_1). Определяют период колебаний маятника относительно этой оси.

Согласно формуле:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I_1}{ma_1 g}},$$

где I_1 – момент инерции маятника относительно оси, совпадающей с ребром призмы O_1; a_1 – расстояние от оси вращения до центра тяжести c маятника.

Затем маятник подвешивают за призму O_2 и определяют период колебаний относительно оси, совпадающей с ребром призмы O_2:

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{I_2}{ma_2g}}.$$

Т.к. оси колебаний маятника (тт. O_1 и O_2) не совпадают с центром его инерции т. С, то момент инерции маятника относительно этих осей определяем по теореме Штейнера[3]: $I_1 = I_0 + ma_1^2$, $I_2 = I_0 + ma_2^2$,

где I_0 – момент инерции маятника относительно оси, проходящей через его центр тяжести т. С.

Поэтому T_1 и T_2 соответственно равны:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I_0 + ma_1^2}{mga_1}}; \tag{5}$$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{I_0 + ma_2^2}{mga_2}}; \tag{6}$$

Возводя оба полученных уравнения в квадрат и вычитая квадрат выражения (6) из квадрата выражения (5), исключив из уравнений значение I_o, после преобразований получим:

$$g = \frac{4\pi^2\left(a_1^2 - a_2^2\right)}{T_1^2 \cdot a_1 - T_2^2 \cdot a_2} = \frac{4\pi^2 l\left(a_1 - a_2\right)}{T_1^2 \cdot a_1 - T_2^2 \cdot a_2}, \tag{7}$$

где $l = a_1 + a_2$ – расстояние между ребрами призм O_1 и O_2.

ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

1. Снять маятник с кронштейна, поместить его горизонтально на металлическую призму так, чтобы расстояния a_1 и a_2 от точки опоры С до призм O_1 и O_2 не были равны между собой (рис.6), где $l = a_1 + a_2$ – расстояние между ребрами призм O_1 и O_2.

   Примечание: если расстояния a_1 и a_2 окажутся равными, следует передвинуть груз P_1 или P_2

[3] Момент инерции тела J относительно произвольной оси равен сумме момента инерции этого тела J_c относительно оси, проходящей через центр масс тела параллельно рассматриваемой оси, и произведения массы тела m на квадрат расстояния a между осями: $J = J_c + ma^2$.

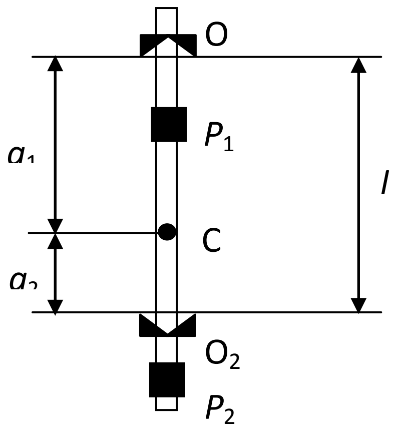


Рис. 6

2. Передвигая грузы вдоль стержня маятника, добиться положения равновесия маятника, после чего грузы P_1 и P_2 закрепить винтами. Очевидно, что точка C при данном положении грузов является центром тяжести маятника.
3. Измерить с помощью линейки расстояния a_1 и a_2, занести их в журнал наблюдений .
4. Подвесив маятник на кронштейн за призму O_1, вывести его из положения равновесия и, включив секундомер, определить время n=40–50 полных колебаний.

   Примечание: угол отклонения маятника **не должен превышать 8–10°**.

   Измеренное время t_1 занести в таблицу. Вычислить период колебаний $T_1 = t_1 / n$ маятника относительно оси O_1 и записать его значение в журнал наблюдений.
5. Снять маятник и, перевернув, подвесить его на кронштейн за призму O_2. Повторить действия по п. 4. Значения t_2 и $T_2 = t_2 / n$ записать в журнал наблюдений. По формуле (13) рассчитать ускорение свободного падения.
6. Снять маятник, передвинуть грузы P_1 и P_2 и, поместив его на горизонтальную призму, найти новое положение центра тяжести С. Измерить расстояния a_1 и a_2.
7. Повторить действия по пунктам 2 – 5 в соответствии с количеством опытов. Результаты занести в журнал наблюдений.

Журнал наблюдений

№ п/п	n, кол.	l, м	a_1, м	a_2, м	t_1, с	T_1, с	t_2, с	T_2, с	g, м/с^2	$<g>$, м/с^2
1										
2										
3										
4										
5										
6										

Контрольные вопросы

1. Какое движение называется свободным падением?
2. Приведите определение свободных и вынужденных колебаний.
3. Что называется амплитудой, фазой, периодом и частотой колебаний? Единицы их измерения?

4. Какие колебания называются гармоническими? Что называется гармоническим осциллятором?
5. Напишите уравнение свободных незатухающих гармонических колебаний.
6. Напишите дифференциальное уравнение одномерного линейного свободного гармонического осциллятора.
7. Что называется физическим маятником? Период его колебаний?
8. Сформулируйте теорему Штейнера.
9. Почему при выполнении работы надо брать малые амплитуды колебания?

Литература

1. Кортнев А.В., Рублев Ю.В., Куценко А.Н. Практикум по физике.- М.: Высш.школа, 1965.
2. Савельев И.В. Курс общей физики: В 3-х т. М.: Наука, 1982. Т.1.
3. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высш. Школа, 1985.
4. Физический практикум: Механика и молекулярная физика / Под ред. Проф. В.И. Ивероновой.- М.: Наука, 1967.
5. Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике. М.: Наука, 1985.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4
ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ ПО ПЕРИОДУ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Выполнил студент ____________, группа _________, дата _____________.

Допуск ______________

Выполнение __________

Зачет ________________

Цель работы: Научиться определять моменты инерции тел различной формы с помощью крутильных колебаний.

Приборы и материалы

№ п\п	Наименование прибора	Цена деления	Предел измерения (x_{max})	Точность отсчета ($\Delta x_{пр}$)
1	Прибор ТМ-98	-	-	-
2	Испытуемое тело (гиря)	-	-	-
3	Диск металлический	-	-	-
4	Секундомер			
5	Линейка			

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

1.ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

Гармонические колебания

В технике и в окружающем нас мире часто приходится сталкиваться с **периодическими** (или **почти периодическими**) процессами, которые повторяются через одинаковые промежутки времени. Такие процессы называют **колебательными**. Колебательные явления различной физической природы подчиняются общим закономерностям. Например, колебания тока в электрической цепи и колебания математического маятника могут описываться одинаковыми уравнениями. Общность колебательных закономерностей позволяет рассматривать колебательные процессы различной природы с единой точки зрения.

Механическими колебаниями называются периодические (или почти периодические) изменения физической величины, описывающей механическое движение (скорость, перемещение, кинетическая и потенциальная энергия и т. п.).

Механические колебания, как и колебательные процессы любой другой физической природы, могут быть **свободными** и **вынужденными**. ***Свободные колебания*** совершаются под действием **внутренних сил** системы, после того, как система была выведена из состояния равновесия. Колебания груза на пружине или колебания маятника являются свободными колебаниями. Колебания, происходящие под действием **внешних** периодически изменяющихся сил, называются ***вынужденными***. Простейшим видом колебательного процесса являются простые ***гармонические колебания***.

Гармоническое колебание – явление периодического изменения какой-либо величины, при котором зависимость от аргумента имеет характер функции синуса или косинуса. Например, гармонически колеблется величина, изменяющаяся во времени следующим образом:

$$x(t) = A\sin(\omega t + \varphi)$$

или

$$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi),$$

где x — значение изменяющейся величины, t — время, остальные параметры — постоянные: A — амплитуда колебаний, ω — циклическая частота колебаний, $(\omega t + \varphi)$ — полная фаза колебаний, φ — начальная фаза колебаний.

Момент инерции

Момент инерции – скалярная величина, характеризующая распределения масс в теле и являющаяся наряду с массой мерой инертности тела при непоступательном движении.

Единица измерения СИ: кг·м². Обозначение: I или J.

Момент инерции тела относительно оси вращения зависит от массы тела и от распределения этой массы. Чем больше масса тела и чем дальше она отстоит от воображаемой оси, тем большим моментом инерции обладает тело.

Момент инерции элементарной (точечной) массы m_i, отстоящей от оси на расстоянии r_i, равен:

$$I_i = m_i r_i^2$$

Моментом инерции механической системы относительно неподвижной оси («осевой момент инерции») называется величина J_a, равная сумме произведений масс всех n материальных точек системы на квадраты их расстояний до оси:

$$J_a = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2,$$

где:

- m_i — масса i-й точки,
- r_i — расстояние от i-й точки до оси.

$$J_a = \int\limits_{(m)} r^2 dm = \int\limits_{(V)} \rho r^2 dV,$$

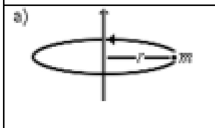
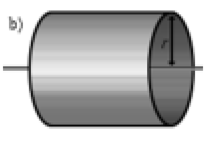
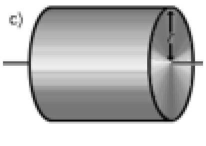
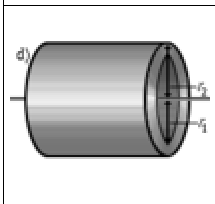
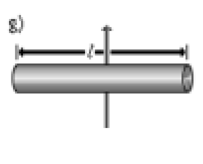
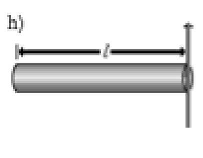
где:

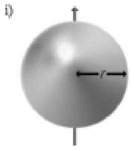
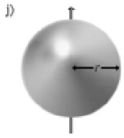
- $dm = \rho dV$ — масса малого элемента объёма тела dV,
- ρ — плотность,
- r — расстояние от элемента dV до оси a.

Если тело однородно, то есть его плотность всюду одинакова, то

$$J_a = \rho \int\limits_{(V)} r^2 dV$$

Осевые моменты инерции некоторых тел

Моменты инерции **однородных тел простейшей формы относительно некоторых осей вращения**			
Тело	**Описание**	**Положение оси *a***	**Момент инерции J_a**
	Материальная точка массы m	На расстоянии r от точки, неподвижная	mr^2
	Полый тонкостенный цилиндр или кольцо радиуса r и массы m	Ось цилиндра	mr^2
	Сплошной цилиндр или диск радиуса r и массы m	Ось цилиндра	$\frac{1}{2}mr^2$
	Полый толстостенный цилиндр массы m с внешним радиусом r_2 и внутренним радиусом r_1	Ось цилиндра	$m\frac{r_2^2 + r_1^2}{2}$
	Прямой тонкий стержень длины l и массы m	Ось перпендикулярна к стержню и проходит через его центр масс	$\frac{1}{12}ml^2$
	Прямой тонкий стержень длины l и массы m	Ось перпендикулярна к стержню и проходит через его конец	$\frac{1}{3}ml^2$

	Тонкостенная сфера радиуса *r* и массы *m*	Ось проходит через центр сферы	$\frac{2}{3}mr^2$
	Шар радиуса *r* и массы *m*	Ось проходит через центр шара	$\frac{2}{5}mr^2$

Момент инерции твёрдого тела относительно какой-либо оси зависит не только от массы, формы и размеров тела, но также от положения тела по отношению к этой оси. Согласно теореме Штейнера (теореме Гюйгенса-Штейнера), *момент инерции* тела J относительно произвольной оси равен сумме *момента инерции* этого тела J_c относительно оси, проходящей через центр масс тела параллельно рассматриваемой оси, и произведения массы тела m на квадрат расстояния d между осями:

$$J = J_c + md^2$$

Если J_0 — момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс тела, то момент инерции относительно параллельной оси, расположенной на расстоянии dот неё, равен

$$J = J_0 + md^2,$$

где m — полная масса тела (рис. 1).

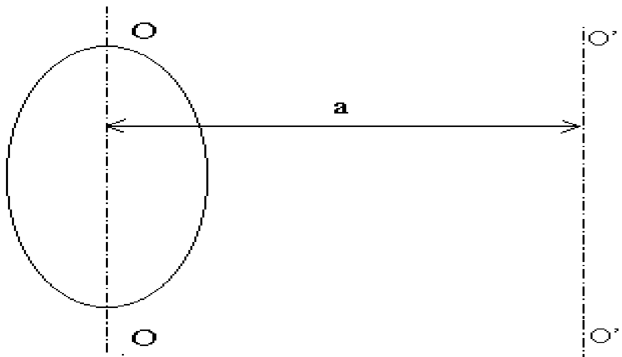


Рис. 1

Например, момент инерции стержня относительно оси, проходящей через его конец, равен:

$$I = I_0 + ma^2 = \frac{1}{12}ml^2 + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{1}{3}ml^2$$

Момент силы

Момент силы**,** величина, характеризующая вращательный эффект силы при действии её на твёрдое тело; является одним из основных понятий механики. Различают **Момент силы** относительно центра (точки) и относительно оси.

Если имеется материальная точка O, к которой приложена сила $\vec{F}$, то момент силы относительно этой точки равен векторному произведению радиус-вектора $\vec{r}$, соединяющего точку O и точку приложения силы, на вектор силы $\vec{F}$:

$$\vec{M}_O = \left[\vec{r} \times \vec{F}\right], \quad (\text{Н•м}).$$

Момент силы — *аксиальный вектор*[1]. Он направлен вдоль оси вращения. Направление вектора момента силы определяется правилом буравчика, а величина его равна M (рис.2).

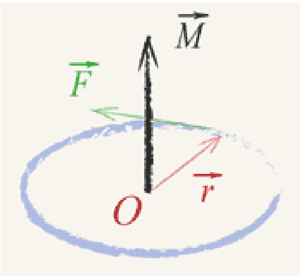


Рис. 2

Модуль момента силы:

$$M = F \cdot l = F \cdot r \cdot \sin\alpha,$$

где: M — момент силы (Ньютон·метр), F — приложенная сила (Ньютон), r — расстояние от центра вращения до места приложения силы (метр), $l = r \cdot \sin\alpha$ — плечо силы, т.е. длина перпендикуляра, опущенного из центра вращения на линию действия силы (метр), α — угол, между вектором силы F и вектором положения r.

Момент силы относительно оси – величина алгебраическая, равная проекции на эту ось вектора М момента силы относительно любой точки О оси.

Пользуясь понятием момента силы можно по-новому сформулировать условия равновесия тела, закрепленного на оси. Это условие называется правилом моментов:

если на тело, закрепленное на оси, действует много сил, то для равновесия тела, закрепленного на оси, алгебраическая сумма моментов всех сил, действующих на тело, должна быть равна нулю:

---

[1] Аксиальные векторы не связаны с определенной линией действия. Их можно перемещать в пространстве параллельно самим себе (свободные векторы).

$$M_1 + M_2 + \ldots + M_n = 0.$$

Считают момент силы положительным, если эта сила, действуя в отдельности, вращала бы тело по часовой стрелке, и отрицательным в противоположном случае (при этом нужно заранее условиться, с какой стороны мы будем смотреть на тело). Например, согласно рис.3, силам F1 и F2 следует приписать положительный момент, а силе F3— отрицательный.

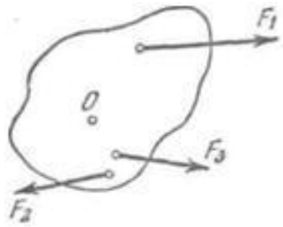


Рис. 3.

Моменты сил F_1 и F_2 положительны, момент силы F3 отрицателен.

2. ТЕОРИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

Если твердое тело совершает крутильные колебания, то к нему может быть применен основной закон динамики вращательного движения:

$$M = I\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t},$$

где M – вращательный момент силы относительно оси вращения; I – момент инерции тела относительно той же оси вращения; $\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$ – угловое ускорение.

Вращательный момент равен $M = G_{\text{кр}}\cdot\varphi$. Уравнение основного закона динамики вращательного движения примет вид:

$$I\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = -G_{\text{кр}}\varphi, \qquad (1)$$

где $G_{\text{кр}}$ – модуль кручения[2].

Из уравнения (1) видно, что в рассматриваемом движении угловое ускорение $\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$ пропорционально смещению φ и направлено противоположно ему, а это есть существенный признак гармонического колебательного движения. Период колебаний можно найти, зная, что коэффициент пропорциональности между $\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$ и

[2] См. лабораторную работу № 12.

φ, в данном случае $\frac{G_{кр}}{I}$, должен быть равен $\frac{4\pi^2}{T^2}$, т.е. $\frac{G_{кр}}{I} = \frac{4\pi^2}{T^2}$, откуда:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{G_{кр}}},$$

где T – период крутильных колебаний прибора.

Измерения и обработка результатов

Искомый момент инерции исследуемого тела в данной работе подсчитывается по формуле:

$$I = \frac{mR^2\left(T^2 - T_{пр}^2\right)}{2\left(T_1^2 - T_{пр}^2\right)}$$

где: m и R – соответственно масса и радиус диска (эталона),

$T = t\,/\,n$ – период колебаний прибора с исследуемым телом (гирей),

$T_1 = t_1\,/\,n$ – период колебаний прибора с эталоном (диском),

$T_{пр} = t_{пр}\,/n$ – период колебаний ненагруженного прибора (рис.4).

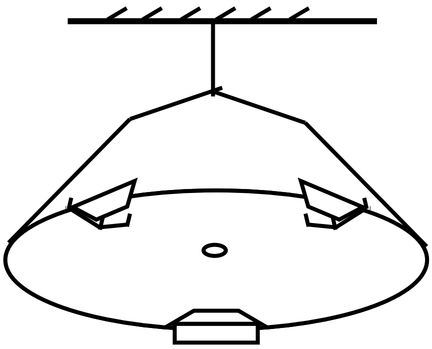


Рис. 4

Порядок выполнения работы

1. Повернуть платформу ненагруженного прибора вокруг вертикальной оси на угол, не превышающий 10^{o}. Отпустив платформу, включить секундомер и измерить время 20 – 30 крутильных колебаний. Определить период колебаний прибора $T_{пр}$.
2. Поместить на платформу прибора эталонное тело (диск) и, проведя опыт по п.1, определить период колебаний прибора с эталоном T_1.
3. Эталонное тело заменить исследуемым (гирей) и, повторив опыт по п.1, определить период колебаний прибора с исследуемым телом T.

4. Опыты по пунктам 1 – 3 провести не менее трех раз. Результаты измерений и вычислений занести в журнал наблюдений, определив среднее арифметическое значение момента инерции исследуемого тела $\langle I \rangle$.

Журнал наблюдений

№ п/п	m, кг	R, м	n, кол.	$t_{пр}$, с	$T_{пр}$, с	t_1, с	T_1, с	t, с	T, с	I, кг·м^2	$\langle I \rangle$, кг·м^2
1											
2											
3											

Контрольные вопросы

1. Приведите определение свободных и вынужденных колебаний.
2. Что называется амплитудой, фазой, периодом и частотой колебаний? Единицы их измерения?
3. Какие колебания называются гармоническими? Что называется гармоническим осциллятором?
4. Напишите уравнение свободных незатухающих гармонических колебаний.
5. Момент силы, единица его измерения?
6. Что называется моментом инерции тела, единица его измерения? Момент инерции материальной точки.
7. Сформулируйте основной закон динамики вращательного движения твердого тела, запишите его математические формулы.
8. Напишите формулу периода крутильных колебаний.
9. Момент инерции однородного диска относительно оси, проходящей через центр диска?

Литература

1. Кортнев А.В., Рублев Ю.В., Куценко А.Н. Практикум по физике. М.: Высш. школа, 1965.
2. Майсова Н.Н. Практикум по курсу общей физики. – М.: Высш. школа, 1970.
3. Савельев И.В. Курс общей физики: В 3-х т. М.: Наука, 1982. Т.1.
4. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высш. Школа, 1985.
5. Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике. М.: Наука, 1985

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5
ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ СДВИГА ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА ПРИ ПОМОЩИ КРУТИЛЬНОГО МАЯТНИКА

Выполнил студент ________________, группа ____________, дата __________.

Допуск ______________

Выполнение __________

Зачет ________________

Цель работы: ознакомиться с деформациями сдвига, кручения и методами определения модуля сдвига на основе деформации кручения.

Приборы и материалы

№ п\п	Наименование прибора	Цена деления	Предел измерения (x_{max})	Точность отсчета ($\Delta x_{пр}$)
1	Маятник крутильный с грузами	-	-	-
2	Секундомер			
3	Линейка			

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

ДЕФОРМАЦИЯ

Деформация (от лат. *deformatio* — «искажение») — *изменение взаимного положения частиц тела, связанное с их перемещением относительно друг друга.* Деформация представляет собой результат изменения межатомных расстояний и перегруппировки блоков атомов. Обычно деформация сопровождается изменением величин межатомных сил, мерой которого является упругое механическое напряжение.

Деформации разделяют на *обратимые (упругие) и необратимые (пластические, ползучести).* Упругие деформации исчезают после окончания действия приложенных сил, а необратимые — остаются. В основе упругих деформаций лежат обратимые смещения атомов металлов от положения равновесия (другими словами, атомы не выходят за пределы межатомных связей); в основе необратимых — необратимые перемещения атомов на значительные расстояния от исходных положений равновесия (т.е. выход за рамки межатомных связей, после снятия нагрузки переориентация в новое равновесное положение).

Пластические деформации — это необратимые деформации, вызванные изменением напряжений. Деформации ползучести — это необратимые деформации, происходящие с течением времени. Способность веществ пластически деформироваться называется пластичностью. При пластической деформации металла одновременно с изменением формы меняется ряд свойств — в частности, при холодном деформировании повышается прочность.

Наиболее простые виды деформации тела в целом: растяжение-сжатие, сдвиг, изгиб, кручение.

В большинстве практических случаев наблюдаемая деформация представляет собой совмещение нескольких одновременных простых деформаций. В конечном счёте, однако, любую деформацию можно свести к двум наиболее простым: растяжению (или сжатию) и сдвигу.

Деформация твёрдого тела может явиться следствием фазовых превращений, связанных с изменением объёма, теплового расширения, намагничивания (магнитострикция), появления электрического заряда (пьезоэлектрический эффект) или же результатом действия внешних сил.

МЕХАНИЧЕСКОЕ НАПРЯЖЕНИЕ

Состояние упруго деформированного тела характеризуют величиной σ, называемой *механическим напряжением*.

Механическое напряжение *σ равно отношению модуля силы упругости* $F_{упр}$ *к площади поперечного сечения тела* S*:*

$$\sigma = \frac{F_{упр}}{S},$$

Измеряется механическое напряжение в Па: $[\sigma] = \frac{\lfloor F_{упр} \rfloor}{[S]} = \frac{Н}{м^2} = Па$.

Символом σ обозначают, как правило, нормальное напряжение, когда деформирующая сила перпендикулярна (нормальна) к поверхности образца.

Если деформирующая сила действует на образец по касательной, то говорят о касательном напряжении τ.

ЗАКОН ГУКА

Закон Гука — уравнение теории упругости, связывающее напряжение и деформацию упругой среды. Открыт в 1660 году английским учёным Робертом Гуком (Хуком) (англ. Robert Hooke). Поскольку закон Гука записывается для малых напряжений и деформаций, он имеет вид простой пропорциональности.

Математическое выражение закона Гука для деформации одностороннего растяжения (сжатия) имеет вид

$$F_{\text{упр}} = -k\,\Delta l \tag{1}$$

где $F_{\text{упр}}$ – модуль силы упругости, возникающей в теле при деформации; $\Delta l = l - l_0$ – абсолютное удлинение тела, l_0 – первоначальная длина. Величина $\varepsilon = \Delta l / l_0$ называется *относительным удлинением* тела.

Коэффициент k называется *жесткостью тела* – коэффициент пропорциональности между деформирующей силой и деформацией в законе Гука.

Жесткость пружины *численно равна силе, которую надо приложить к упруго деформируемому образцу, чтобы вызвать его единичную деформацию.*

В СИ жесткость измеряется в ньютонах на метр (Н/м):

$$[k] = \frac{\lfloor F_{упр} \rfloor}{[\Delta l]} = \frac{H}{м}$$

Коэффициент жесткости зависит от формы и размеров тела, а также от материала.

Закон Гука для одностороннего растяжения (сжатия) формулируют так:

сила упругости, возникающая при деформации тела, пропорциональна удлинению этого тела.

Следует иметь в виду, что закон Гука выполняется только при малых деформациях. При превышении *предела пропорциональности* связь между напряжениями и деформациями становится нелинейной. Для многих сред закон Гука неприменим даже при малых деформациях.

Наблюдения показывают, что *при небольших деформациях механическое напряжение* σ *пропорционально относительному удлинению* ε:

$$\sigma = E \cdot |\varepsilon| \tag{2}$$

Эта формула является одним из видов записи закона Гука для одностороннего растяжения (сжатия). В этой формуле относительное удлинение взято по модулю, так как оно может быть и положительным и отрицательным.

Коэффициент пропорциональности E в законе Гука называется *модулем упругости (модулем Юнга)*. *Модуль Юнга численно равен такому механическому напряжению, которое должно было бы возникнуть в теле при относительной деформации* $|\varepsilon| = 1$, *это соответствует увеличению его длины в* 2 *раза*.

Измеряется модуль Юнга в Па: $[E] = \dfrac{[\sigma]}{[\varepsilon]} = \dfrac{Па}{1} = Па$

Практически любое тело (кроме резины) при упругой деформации не может удвоить свою длину: значительно раньше оно разорвется. Чем больше модуль упругости *E,* тем меньше деформируется стержень при прочих равных условиях (*l*0, *S*, *F*). Таким образом, *модуль Юнга характеризует сопротивляемость материала упругой деформации растяжения или сжатия.*

Закон Гука, записанный в форме (2), легко привести к виду (1). Действительно, подставив в (2) $\sigma = \dfrac{F_{упр}}{S}$ и $\varepsilon = \dfrac{\Delta l}{l_0}$, получим:

$$\frac{F_{упр}}{S} = E\frac{\Delta l}{l_0} \quad \text{или} \quad F_{упр} = \frac{E \cdot S}{l_0}\Delta l$$

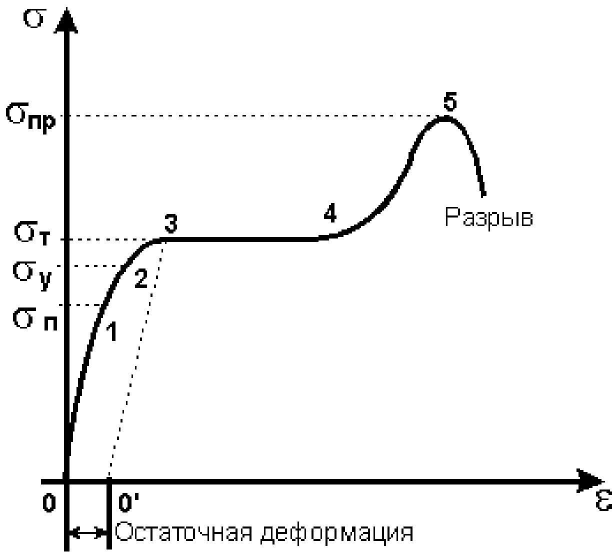
где $\dfrac{E \cdot S}{l_0} = k$

Диаграмма растяжения

Используя формулу

$$\sigma = E\varepsilon$$

по экспериментальным значениям относительного удлинения можно вычислить соответствующие им значения нормального напряжения □, возникающего в деформированном теле, и построить график зависимости σ от ε.



Этот график называют *диаграммой растяжения*.

На участке 0–1 график имеет вид прямой, проходящей через начало координат. Это значит, что до определенного значения напряжения деформация является упругой и выполняется закон Гука, т. е. нормальное напряжение пропорционально относительному удлинению. Максимальное значение нормального напряжения $\sigma_п$, при котором еще выполняется закон Гука, называют *пределом пропорциональности*.

При дальнейшем увеличении нагрузки зависимость напряжения от относительного удлинения становится нелинейной (участок 1–2), хотя упругие свойства тела еще сохраняются. Максимальное значение $\sigma_у$ нормального напряжения, при котором еще не возникает остаточная деформация, называют *пределом упругости*. (Предел упругости лишь на сотые доли процента превышает предел пропорциональности.) Увеличение нагрузки выше предела упругости (участок 2–3) приводит к тому, что деформация становится остаточной.

Затем образец начинает удлиняться практически при постоянном напряжении (участок 3–4 графика). Это явление называют текучестью материала. Нормальное напряжение $\sigma_т$, при котором остаточная деформация достигает заданного значения, называют *пределом текучести*.

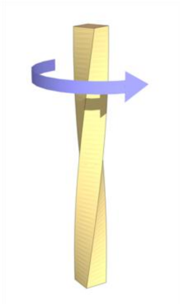
При напряжениях, превышающих предел текучести, упругие свойства тела в известной мере восстанавливаются, и оно вновь начинает сопротивляться деформации (участок 4-5 графика). Максимальное значение нормального напряжения $\sigma_{пр}$, при превышении которого происходит разрыв образца, называют *пределом прочности*.

Кручение

Кручение — один из видов деформации тела. Возникает в том случае, если нагрузка прикладывается к телу в виде пары сил (момента) в его поперечной плоскости. При этом в поперечных сечениях тела возникает только один внутренний силовой фактор — крутящий момент. На кручение работают пружины растяжения-сжатия и валы. При деформации кручения смещение каждой точки тела перпендикулярно к её расстоянию от оси приложенных сил и пропорционально этому расстоянию.

Деформацию кручения можно наблюдать, если на стержень, один конец которого закреплен, действует пара сил, лежащих в плоскости, перпендикулярной оси стержня. При кручении отдельные слои тела остаются параллельными, но поворачиваются друг относительно друга на некоторый угол. Деформация кручения представляет собой неравномерный сдвиг. Деформации кручения возникают при завинчивании гаек, при работе валов машин.

Пример деформации кручения цилиндрического стержня



Если проволоку или стержень, закрепленные с одного конца, закручивать, прилагая к другому концу пару сил F с моментом, равным M, то стержень (проволока) претерпевает деформацию кручения, при которой одно его основание поворачивается по отношению к другому, фиксированному, на некоторый угол φ – угол кручения (рис. 1; 2).

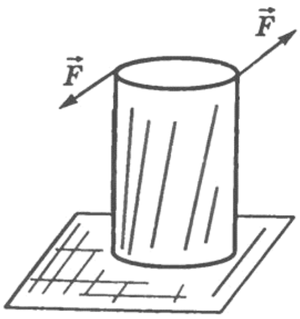


Рис. 1.

Отношение угла закручивания φ к длине ℓ называют *относительным углом закручивания*

$$\theta = \frac{\varphi}{\ell}$$

Закон Гука для малых деформаций кручения выражается формулой

$$M = G_{кр} \cdot \varphi$$

где $G_{кр.}$ – *модуль кручения*.

Модуль кручения, помимо материала, зависит также от формы и размеров тела.

Представьте, перед вами цилиндр (или проволока). Если вы начнёте его (её) верхний конец поворачивать вдоль оси, закрепив нижний конец, то при повороте верхней грани на один радиан вы прикладываете вращающий момент, в точности равный модулю кручения (рис.1; 2). Это и есть его определение.

Модуль кручения $G_{кр}$ *показывает, какой момент силы нужно приложить, чтобы закрутить проволоку на угол в 1 рад.*

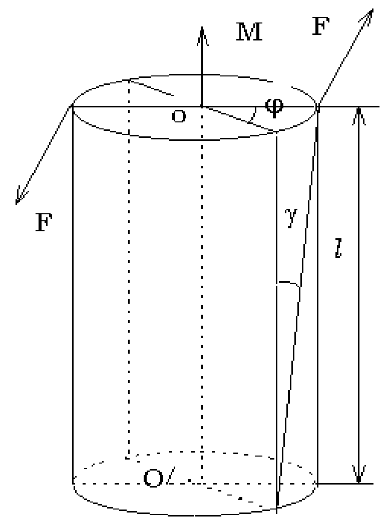


Рис. 2.

Деформация кручения является частным случаем деформации сдвига.

Сдвиг

Сдвигом *называют такую деформацию твердого тела, при которой все его плоские слои, параллельные некоторой плоскости сдвига, не искривляясь и не изменяясь в размерах, смещаются параллельно друг другу* (рис. 3).

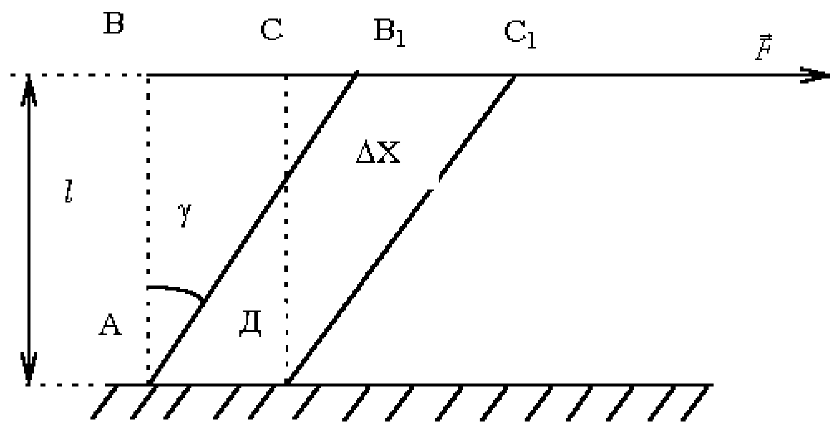


Рис. 3.

Деформация сдвига возникает под действием сил, приложенных к двум противоположным граням тела так, как показано на рисунках 3; 4. Эти силы вызывают смещение слоев тела, параллельных направлению сил. Расстояние между слоями не изменяется. Любой прямоугольный параллелепипед, мысленно выделенный в теле, превращается в наклонный.

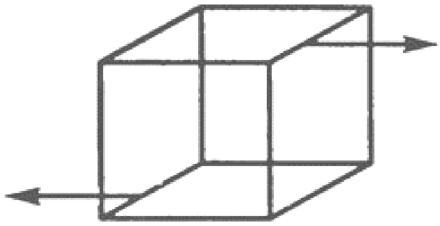


Рис. 4.

Мерой деформации сдвига является *угол сдвига* γ — угол наклона вертикальных граней (рис. 5).

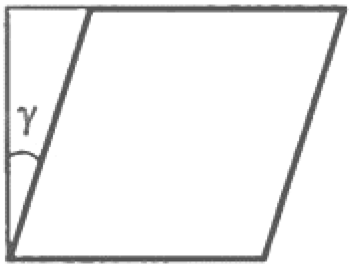


Рис. 5.

Сдвиг происходит под действием касательной силы *F*, приложенной к грани *BC*, параллельной плоскости сдвига. Грань *АД*, параллельная *BC*, закреплена неподвижно. Так как угол мал, формулу можно записать в виде:

$$\gamma = tg\gamma = \frac{CC_1}{CD},$$

где $CC_1 = D\ X$ - абсолютный сдвиг, γ - угол сдвига, называемый также относительным сдвигом, выражается в радианах.

По закону Гука относительный сдвиг γ пропорционален касательному напряжению $\tau = F/S$, где *S* - площадь поверхности грани *BC*, т.е.

$$\tau = F/S = G\gamma$$

где *G* - модуль сдвига.

Закон Гука для малой деформации сдвига выражается формулой:

$$\tau = G\gamma.$$

Коэффициент *G*, зависящий от материала тела, называется **модулем сдвига** и характеризует упругие свойства тела при деформации сдвига. Например, для стального образца *G* = 76 ГПа.

Модуль сдвига равен касательному напряжению, которое возникло бы в образце при относительном сдвиге, равном 1 (при условии, что закон Гука выполняется).

Деформацию сдвига испытывают, например, заклепки и болты, соединяющие металлические конструкции. Сдвиг при больших углах приводит к разрушению тела — срезу. Срез происходит при работе ножниц, пилы и др.

Обратите внимание на принципиальное отличие модуля кручения от модуля сдвига, который зависит только от материала. Модуль кручения зависит не только от материала, но ещё и от диаметра и от длины цилиндра.

2. ТЕОРИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

Теоретические сведения

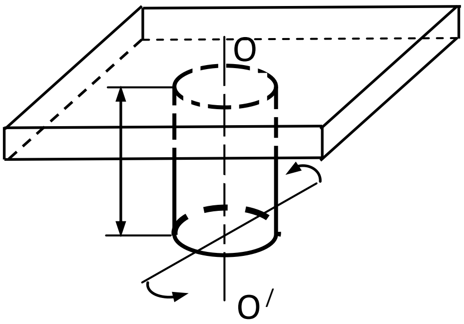


Рис. 6

Пусть к одному концу проволоки или стержня, закрепленного с другого конца, приложена пара сил *ff* с моментом *M* (рис. 6). Под действием этой пары сил проволока будет закручиваться. Отдельные поперечные сечения проволоки, перпендикулярные ее оси, будут поворачиваться относительно соседних сечений на некоторые углы. Нижнее сечение повернется относительно верхнего на угол φ, который называется углом кручения.

Тогда по закону Гука, справедливому для малых деформаций, момент пары сил *M* будет прямо пропорционален углу кручения:

$$M = G_{кр}\,\varphi,$$

где $G_{кр}$ – модуль кручения.

Между модулем кручения $G_{кр}$ и модулем сдвига материала проволоки *G* имеется простое соотношение:

$$G_{кр} = G\frac{\pi R^4}{2L},$$

где *L* – длина проволоки; *R* – радиус проволоки; *G* – модуль сдвига материала проволоки.

Если твердое тело, подвешенное на проволоке, закрутить на малый угол φ и предоставить самому себе, то оно будет вращаться вокруг оси, совпадающей с осью проволоки. При вращении твердое тело будет совершать колебания вокруг первоначального положения равновесия. Такие колебания вращающегося тела являются крутильными колебаниями, а твердое тело – крутильным маятником.

Второй закон Ньютона для вращательного движения в случае крутильного маятника запишется в виде: $M = -I\varepsilon$.

Здесь M – вращающий момент относительно оси проволоки; I – момент инерции тела относительно той же оси; $\varepsilon = \dfrac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}t^2}$ – угловое ускорение.

Знак «минус» возник вследствие того, что направление вращающего момента M противоположно направлению углового ускорения ε.

Таким образом, $M = -I\dfrac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}t^2}$.

При кручении $M = G_{\text{кр}}\varphi$, поэтому $G_{\text{кр}}\varphi = -I\dfrac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}t^2}$.

Отсюда для крутильного маятника угловое ускорение:

$$\varepsilon = \frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}t^2} = -\frac{G_{\text{кр}}\varphi}{I},$$

т.е. оно прямо пропорционально угловому смещению φ и направлено противоположно ему.

Если ускорение тела прямо пропорционально смещению (линейному или угловому) и направлено противоположно ему, то колебания тела являются гармоническими. Коэффициент пропорциональности между ускорением и смещением есть квадрат круговой частоты колебаний. Таким образом, при малых углах кручения крутильный маятник совершает гармоническое колебательное движение.

Угловая частота этих колебаний определяется из уравнения

$$\omega^2 = \frac{G_{\text{кр}}}{I},$$

а период полного колебания крутильного маятника $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$ определяется выражением $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\dfrac{I}{G_{\text{кр}}}}$.

Для периода простого колебания $T' = \dfrac{T}{2}$ имеем:

$$T' = \pi\sqrt{\frac{I}{G_{\text{кр}}}}. \qquad (3)$$

Описание установки

Прибор для определения модуля сдвига состоит из кронштейна, укрепленного на стене, в котором зажата проволока ОО/ из испытуемого материала. К нижнему концу проволоки прикреплен горизонтальный стержень рр/ с резьбой (рис. 7), на который навинчиваются грузы (цилиндры) массами m и m_1. Эти грузы навинчиваются в двух положениях: aa_1 и bb_1. Массы грузов одинаковы: $m = m_1$. Если такую систему закрутить на малый угол и предоставить самой себе, то ее можно рассматривать как крутильный маятник, период простого колебания которого определяется выражением (3).

В данной работе определяются два периода колебаний маятника, соответствующие двум положениям грузов на стержне (рис. 7).

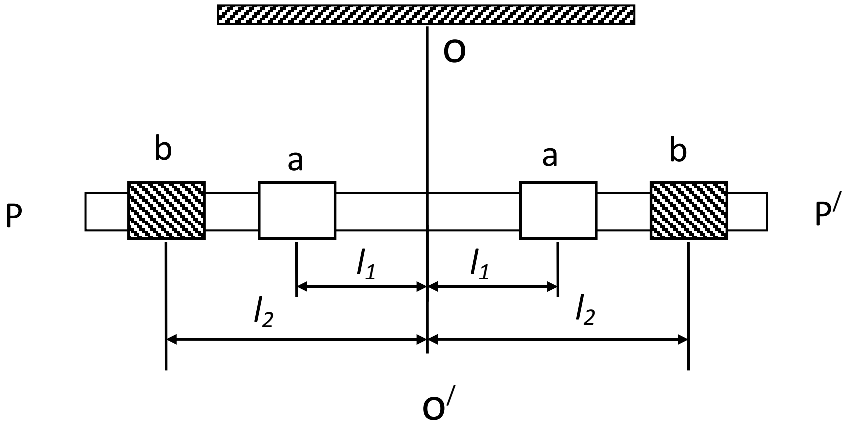


Рис. 7

Пусть I_1 – момент инерции системы, когда грузы находились в положении aa_1, I_2 – момент инерции системы, когда грузы находились в положении bb_1, I_0 – момент инерции стержня относительно оси ОО/.

Тогда: $$I_1 = 2ml_1^2 + I_0,\; I_2 = 2ml_2^2 + I_0. \qquad (4)$$

Период простого колебания маятника, соответствующий положению грузов aa_1:

$$T_1' = \pi\sqrt{\frac{I_1}{G_{\text{кр}}}}, \qquad (5)$$

Период простого колебания, соответствующий положению грузов bb_1:

$$T_2' = \pi\sqrt{\frac{I_2}{G_{\text{кр}}}}.$$

Из уравнений (4) и (5) находим: $\dfrac{\left(T_1'\right)^2}{\left(T_2'\right)^2} = \dfrac{I_1}{I_2}$,

Откуда: $$I_2 = \left(\frac{T_2'}{T_1'}\right)^2 I_1. \qquad (6)$$

Из уравнений (17) исключаем l_0:

$$I_2 - I_1 = 2m\left(l_2^2 - l_1^2\right).$$

Подставив сюда выражение для I_2, из выражения (6) найдем

$$I_1 = \frac{2m\left(l_2^2 - l_1^2\right)\left(T_1'\right)^2}{\left(T_2'\right)^2 - \left(T_1'\right)^2}$$

Модуль кручения $G_{кр}$ находим из формулы (5), подставив в нее выражение для I_1:

$$G_{кр} = \frac{\pi^2 I_1}{\left(T_1'\right)^2} = \frac{2\pi^2 m\left(l_2^2 - l_1^2\right)}{\left(T_2'\right)^2 - \left(T_1'\right)^2}.$$

Зная модуль кручения $G_{кр}$, легко найти модуль сдвига материала проволоки:

$$G = \frac{2L}{\pi R^4} G_{кр} = \frac{4\pi L m\left(l_2^2 - l_1^2\right)}{\left[\left(T_2'\right)^2 - \left(T_1'\right)^2\right] R^4}. \qquad (7)$$

ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

1. Измерить с помощью линейки длину проволоки L от верхнего зажима до нижнего.
2. Масса одного груза m = 0.312 кг, радиус проволоки R = 1,15 мм.
3. Измерить с помощью линейки расстояния между центрами грузов на стержне от оси ОО$^/$, сначала l_1 и затем l_2.
4. Измерить периоды простых колебаний, когда грузы находятся в положении aa_1. Для этого поворачивают стержень в горизонтальной плоскости на некоторый угол φ = 10…15^0 от своего устойчивого положения, затем одновременно

отпускают стержень и включают секундомер. Определить время 20 – 30 <u>простых</u>[1] колебаний по секундомеру.

5. Если секундомер показал t_1 секунд, то период простого колебания $T_1^{/}$ будет равен

$$T_1^{/} = \frac{t_1}{n}$$

6. Таким же образом измеряют периоды простых колебаний $T_2^{/}$ для положения грузов bb_1.
7. Результаты измерений занести в журнал наблюдений.
8. Пользуясь данными измерений, вычислить модуль сдвига материала проволоки по формуле (7).

Журнал наблюдений

№ изм.	m, кг	R, м	L, м	l_1, м	n, кол.	t_1, с	$T_1^{/}$, с	l_2, м	t_2, с	$T_2^{/}$, с	$G_{кр}$. Па	G, Па	$<G>$, Па
1													
2													
3													

Контрольные вопросы

1. Что называется периодом простых колебаний?
2. Что называется деформацией тела?
3. Что называется упругой деформацией? Что называется неупругой деформацией?
4. Назовите виды простых упругих деформаций?
5. Что называется механическим напряжением? Единицы его измерения?
6. Что называется касательным напряжением?
7. Сформулируйте закон Гука для деформации растяжения (сжатия)?
8. Что называется абсолютным сдвигом? Что называется относительным сдвигом?
9. Модуль кручения? Единица его измерения? От чего зависит модуль кручения?
10. Модуль сдвига? Единица его измерения? От чего зависит модуль сдвига?

[1] Период простого колебания равен половине периода полного колебания.

11. Сформулируйте закон Гука для деформации сдвига?

Литература

1. Майсова Н.Н. Практикум по курсу физики.- М.: Высш.школа, 1970.
2. Савельев И.В. Курс общей физики: В 3-х т. М.: Наука, 1982. Т.1.
3. Сивухин Д.В. Общий курс физики: Механика. М.: Наука, 1979.
4. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высш. Школа, 1985.
5. Хайкин С.Э. Физические основы механики.- М.: Наука, 1971
6. Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике. М.: Наука, 1985.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ ЮНГА

Выполнил студент ________________, группа ___________, дата ____________.

Допуск ______________

Выполнение __________

Зачет ________________

Цели работы:

1. Ознакомиться с деформацией растяжения и методом определения модуля упругости (Юнга).
2. Определить модуль упругости стальной проволоки.

Приборы и материалы

№ п\п	Наименование прибора	Цена деления	Предел измерения (x_{max})	Точность отсчета ($\Delta x_{пр}$)
1	Прибор Лермантова	-	-	-
2	Индикатор			

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

1.ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

ДЕФОРМАЦИЯ

Деформация (от лат. *deformatio* — «искажение») — изменение взаимного положения частиц тела, связанное с их перемещением относительно друг друга. Деформация представляет собой результат изменения межатомных расстояний и перегруппировки блоков атомов. Обычно деформация сопровождается изменением величин межатомных сил, мерой которого является упругое механическое напряжение.

Деформации разделяют на обратимые (упругие) и необратимые (пластические, ползучести). Упругие деформации исчезают после окончания действия приложенных сил, а необратимые — остаются. В основе упругих деформаций лежат обратимые смещения атомов металлов от положения равновесия(другими словами, атомы не выходят за пределы межатомных связей); в основе необратимых — необратимые перемещения атомов на значительные расстояния от исходных положений равновесия (т.е. выход за рамки межатомных связей, после снятия нагрузки переориентация в новое равновесное положение).

Пластические деформации — это необратимые деформации, вызванные изменением напряжений. Деформации ползучести — это необратимые деформации, происходящие с течением времени. Способность веществ пластически деформироваться называется пластичностью. При пластической деформации металла одновременно с изменением формы меняется ряд свойств — в частности, при холодном деформировании повышается прочность.

Наиболее простые виды деформации тела в целом: растяжение-сжатие, сдвиг, изгиб, кручение.

В большинстве практических случаев наблюдаемая деформация представляет собой совмещение нескольких одновременных простых деформаций. В конечном счёте, однако, любую деформацию можно свести к двум наиболее простым: растяжению (или сжатию) и сдвигу.

Деформация твёрдого тела может явиться следствием фазовых превращений, связанных с изменением объёма, теплового расширения, намагничивания (магнитострикция), появления электрического заряда (пьезоэлектрический эффект) или же результатом действия внешних сил.

ЗАКОН ГУКА

Закон Гука — уравнение теории упругости, связывающее напряжение и деформацию упругой среды. Открыт в 1660 году английским учёным Робертом Гуком (Хуком) (англ. *Robert Hooke*)[1]. Поскольку закон Гука записывается для малых напряжений и деформаций, он имеет вид простой пропорциональности.

Математическое выражение закона Гука для деформации одностороннего растяжения (сжатия) имеет вид

$$F_{упр} = -k\Delta l \qquad (1)$$

где $F_{упр}$ – модуль силы упругости, возникающей в теле при деформации (Н); Δl – абсолютное удлинение тела (м).

Коэффициент k называется ***жесткостью тела*** (коэффициентом упругости) – коэффициент пропорциональности между деформирующей силой и деформацией в законе Гука.

Жесткость пружины *численно равна силе, которую надо приложить к упруго деформируемому образцу, чтобы вызвать его единичную деформацию.*

В СИ жесткость измеряется в ньютонах на метр (Н/м):

$$[k] = \frac{\lfloor F_{упр} \rfloor}{[\Delta l]} = \frac{Н}{м}$$

Коэффициент жесткости зависит от формы и размеров тела, а также от материала.

Закон Гука для одностороннего растяжения (сжатия) формулируют так:

сила упругости, возникающая при деформации тела, пропорциональна удлинению этого тела.

Следует иметь в виду, что закон Гука выполняется только при малых деформациях. При превышении *предела пропорциональности* связь между напряжениями и деформациями становится нелинейной. Для многих сред закон Гука неприменим даже при малых деформациях.

МЕХАНИЧЕСКОЕ НАПРЯЖЕНИЕ

Состояние упруго деформированного тела характеризуют величиной σ, называемой *механическим напряжением*.

Механическое напряжение σ равно отношению модуля силы упругости $F_{\text{упр}}$ к площади поперечного сечения тела *S*:

$$\sigma = \frac{F_{упр}}{S}$$

Измеряется механическое напряжение в Па: $[\sigma] = \frac{\lfloor F_{упр} \rfloor}{[S]} = \frac{H}{м^2} = Па$

Наблюдения показывают, что *при небольших деформациях механическое напряжение* σ *пропорционально относительному удлинению* ε:

$$\sigma = E \cdot |\varepsilon| \qquad (2)$$

Эта формула является одним из видов записи закона Гука для одностороннего растяжения (сжатия). В этой формуле относительное удлинение взято по модулю, так как оно может быть и положительным и отрицательным.

Коэффициент пропорциональности *E* в законе Гука называется *модулем упругости (модулем Юнга)*.

Экспериментально установлено, что ***модуль Юнга*** *численно равен такому механическому напряжению, которое должно было бы возникнуть в теле при увеличении его длины в* 2 *раза*.

Измеряется модуль Юнга в Па: $[E] = \frac{[\sigma]}{[\varepsilon]} = \frac{Па}{1} = Па$

Практически любое тело (кроме резины) при упругой деформации не может удвоить свою длину: значительно раньше оно разорвется. Чем больше модуль упругости *E,* тем меньше деформируется стержень при прочих равных условиях (l_0, *S*, *F*). Таким образом, *модуль Юнга характеризует сопротивляемость материала упругой деформации растяжения или сжатия.*

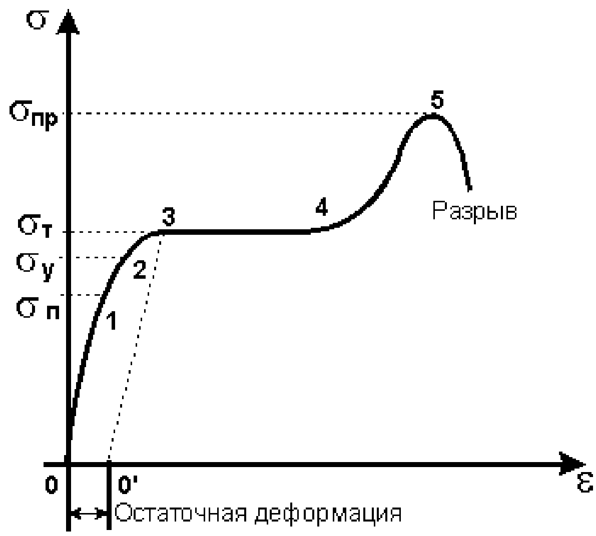
Закон Гука, записанный в форме (2), легко привести к виду (1). Действительно, подставив в (2) $\sigma = \frac{F_{упр}}{S}$ и $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$, получим:

$$\frac{F_{упр}}{S} = E\frac{\Delta l}{l_0} \quad \text{или} \quad F_{упр} = \frac{E \cdot S}{l_0}\Delta l$$

$$\text{где} \quad \frac{E \cdot S}{l_0} = k$$

Если деформирующая сила действует на образец по касательной, то говорят о касательном напряжении τ.

Диаграмма растяжения



Используя формулу

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

по экспериментальным значениям относительного удлинения ε можно вычислить соответствующие им значения нормального напряжения σ, возникающего в деформированном теле, и построить график зависимости σ от ε.

Этот график называют *диаграммой растяжения*.

На участке 0–1 график имеет вид прямой, проходящей через начало координат. Это значит, что до определенного значения напряжения деформация является упругой и выполняется закон Гука, т. е. нормальное напряжение пропорционально относительному удлинению. Максимальное значение нормального напряжения $\sigma_п$, при котором еще выполняется закон Гука, называют *пределом пропорциональности*.

При дальнейшем увеличении нагрузки зависимость напряжения от относительного удлинения становится нелинейной (участок 1–2), хотя упругие свойства тела еще сохраняются. Максимальное значение $\sigma_у$ нормального напряжения, при котором еще не возникает остаточная деформация, называют *пределом упругости*. (Предел упругости лишь на сотые доли процента превышает предел пропорциональности.) Увеличение нагрузки выше предела упругости (участок 2–3) приводит к тому, что деформация становится остаточной.

Затем образец начинает удлиняться практически при постоянном напряжении (участок 3–4 графика). Это явление называют текучестью материала. Нормальное напряжение $\sigma_т$, при котором остаточная деформация достигает заданного значения, называют *пределом текучести*.

При напряжениях, превышающих предел текучести, упругие свойства тела в известной мере восстанавливаются, и оно вновь начинает сопротивляться деформации (участок 4–5 графика). Максимальное значение нормального напряжения $\sigma_{пр}$, при превышении которого происходит разрыв образца, называют *пределом прочности*.

2. ТЕОРИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

Теоретические сведения

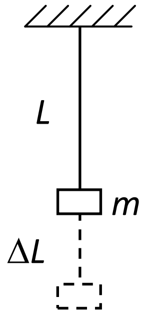


Рис. 1.

Рассмотрим деформацию проволоки, вызванную подвешенным на ней грузом массой m (рис. 1): L – начальная длина проволоки, ΔL – абсолютное удлинение проволоки. Для небольших упругих деформаций имеет место закон Гука (2).

Из уравнения (2) следует: $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon}$,

где $\sigma = mg / s$; $\varepsilon = \Delta L / L$, $s = \pi R^2$ – площадь поперечного сечения проволоки.

Используя предыдущие уравнения, можно записать:

$$E = \frac{mgL}{\Delta L s}. \tag{3}$$

Описание установки

Прибор состоит из кронштейна A, служащего для крепления проволоки и индикатора малых перемещений M (рис. 2).

Исследуемая проволока 1 верхним концом прочно укреплена в зажиме кронштейна A, на нижнем ее конце закреплен цилиндр B.

Слева и справа от исследуемой проволоки к кронштейну A прикреплены две проволоки 2 и 3, на которых на специальном держателе размещена платформа 5 с набором грузов C. В процессе работы эти грузы поочередно перекладывают на площадку 4, укрепленную на нижней части цилиндра, т.е. нагружают исследуемую проволоку. При этом она будет удлиняться, а общая нагрузка на верхний кронштейн не изменится. Это уменьшит ошибку от прогиба верхнего кронштейна.

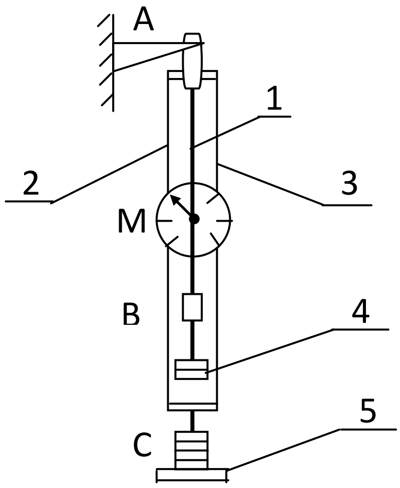


Рис. 2.

На кронштейне A укреплено устройство для измерения малых перемещений (микрометр), имеющее диск с делениями и стрелку. Цена деления указана на диске. Уравнение (3) можно записать следующим образом:

$$E = \frac{mgLi}{\pi R^2 (\Delta L_i - \Delta L_0)}, \tag{4}$$

где m = 0,5458 кг – масса одного груза, кг; $L = 1{,}34$ м – длина проволоки; i – количество грузов, создающих растяжение; $R = 2{,}5 \cdot 10^{-4}$ м – радиус проволоки; ΔL_i – среднее удлинение проволоки, соответствующее данному количеству грузов на площадке 4; ΔL_0 – начальное удлинение (три груза на площадке 4).

Измерения и обработка результатов

1. Убедиться, что на площадке 4, соединенной с микрометром, находятся три груза начального натяжения проволоки, а остальные четыре груза находятся на нижней площадке 5.

2. Установить стрелку микрометра в нулевое положение.

3. По одному перемещать грузы на площадку 4, соединенную с микрометром, записывая в таблицу его показания, соответствующие удлинению проволоки.

4. Проделать то же самое в обратном порядке, перенося грузы по одному с площадки 4 на площадку 5, и занося показания микрометра в журнал наблюдений (***перекладывать только четыре груза!***).

5. Обработать результаты измерений, определить значение модуля Юнга, сравнить его с табличным значением для стали ($E_{таб.}$=200 ГПа) и подсчитать отклонение ($\Delta E = |E_{зв} - \langle E \rangle|$) измеренной величины от табличного значения.

Журнал наблюдений

i, шт Количество грузов на платформе	$\Delta L_0 \cdot 10^{-5}$, м	$\Delta L^{/}_{i} \cdot 10^{-5}$, м Удлинение проволоки при нагружении	$\Delta L^{//}_{i} \cdot 10^{-5}$, м Удлинение проволоки при разгрузке	$\Delta L_i \cdot 10^{-5}$, м Среднее удлинение при деформации	E, ГПа	$\langle E \rangle$, ГПа	Относительная погрешность $\delta = (\Delta E / \langle E \rangle) \cdot 100$ %
1							
2							
3							
4							

Окончательный результат:

$E = \langle E \rangle \pm \Delta E =$ ______________________________

Контрольные вопросы

1. Что называется деформацией тела?
2. Что называется упругой деформацией? Что называется неупругой деформацией?

3. Назовите виды простых упругих деформаций?
4. Что называется механическим напряжением? Единицы его измерения?
5. Что называется относительным удлинением?
6. Сформулируйте физическую сущность коэффициента упругости?
7. Что называется модулем Юнга? Единица его измерения? Физический смысл модуля Юнга? От чего он зависит?
8. Сформулируйте закон Гука? Запишите закон Гука через модуль Юнга.

ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И.В. Курс общей физики: В 3-х т. М.: Наука, 1982. Т.1.
2. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высш. Школа, 1985.
3. Хайкин С.Э. Физические основы механики. – М.: Наука, 1971.

Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике. М.: Наука, 1985.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 7
ИЗУЧЕНИЕ ЯВЛЕНИЯ СТОЯЧИХ ЗВУКОВЫХ ВОЛН И ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ЗВУКА В ВОЗДУХЕ

Выполнил студент _______________, группа ____________, дата ____________.

Допуск ________________

Выполнение __________

Зачет ________________

Цель работы: Ознакомиться с явлением возникновения стоячих звуковых волн и определить опытным путем скорость звука в воздухе.

Приборы и материалы

№ п\п	Наименование прибора	Цена деления	Предел измерения (x_{max})	Точность отсчета ($\Delta x_{пр}$)
1	Труба с подвижным поршнем	-	-	-
2	Звуковой генератор с телефоном	-	-	-
3	Линейка			

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

Упругие волны. Длина волны

Если в каком-либо месте упругой (твердой, жидкой или газообразной) среды возбудить колебания ее частиц, то вследствие взаимодействия между частицами это колебание будет распространяться в среде от частицы к частице с некоторой скоростью v. Процесс распространения колебаний в пространстве называется волной.

Механической волной называется процесс распространения колебаний в упругой среде, который сопровождается передачей энергии колеблющегося тела от одной точки упругой среды к другой.

Частицы среды, в которой распространяется упругая волна, не вовлекаются волной в поступательное движение, они лишь совершают колебания около своих положений равновесия. В зависимости от направления колебаний частиц по отношению к направлению распространения волны, различают продольные и поперечные волны.

1. Волна называется поперечной, если частицы среды колеблются в направлениях, перпендикулярных к направлению распространения волн.

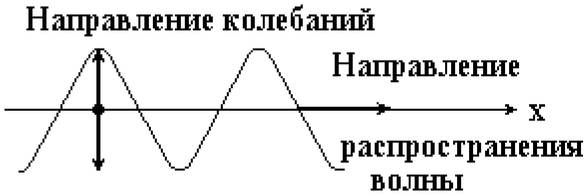


Рис.1.
(волна на водной поверхности, волна вдоль шнура).

2. Волна называется продольной, если колебания частиц среды происходят в направлении распространения волны.

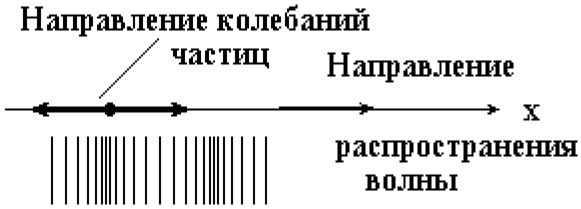


Рис.2.
(звуковые волны, колебания поршня в трубке, заполненной газом или жидкостью, вызывают продольную упругую волну).

Упругие поперечные волны могут возникать лишь в среде, обладающей сопротивлением сдвигу. Поэтому в жидкой и газообразной средах возможно возникновение только продольных волн. В твердой среде возможно возникновение как продольных, так и поперечных волн.

Геометрическое место точек, до которых доходят колебания к моменту времени t, называется *фронтом волны* (или *волновым фронтом*).

Геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе, называется *волновой поверхностью.* Волновую поверхность можно провести через любую точку пространства, охваченного волновым процессом. Следовательно, волновых поверхностей существует бесконечное множество, в то время как волновой фронт каждый момент времени только один. Волновые поверхности могут быть любой формы. В простейших случаях они имеют форму плоскости или сферы. Соответственно волна в этих случаях называется плоской или сферической.

Линия, перпендикулярная волновой поверхности называется лучом. Луч указывает направление распространения волны.

Расстояние λ, на которое распространяется волна за время, равное периоду колебания частиц среды, называется длиной волны:

$$\lambda = vT, \text{ (м)},$$

где v – скорость волны, T – период колебаний.

Длину волны можно определить также как расстояние между ближайшими точками среды, колеблющихся с разностью фаз, равной 2π.

Скорость волны $v = \lambda\nu$.

Гармоническая волна

Гармонической волной называется линейная монохроматическая волна, распространяющаяся в бесконечной динамической системе. В распределённых системах общий вид волны задается уравнением:

$$u = A\sin(\omega t - kr + \varphi_0)$$

где A – некоторая постоянная амплитуда волнового процесса, определяемая параметрами системы, частотой колебаний и амплитудой возмущающей силы; $\omega = 2\pi/T = 2\pi\nu$ – круговая частота волнового процесса, T – период гармонической волны, ν – частота; $k = 2\pi/\lambda = \omega/c$ – волновое число, λ – длина волны, c – скорость распространения волны; φ_0 – начальная фаза волнового процесса, определяемая в гармонической волне закономерностью воздействия внешнего возмущения. Фазовая скорость $v_{\text{р}}$ этой волны даётся выражением

$$v_{\text{р}} = \frac{\omega}{k} = \lambda\nu$$

Бегущая волна

***Бегущая волна** – волна, которая при распространении в среде переносит энергию (в отличие от стоячей волны).* Примеры: упругая волна в стержне, столбе газа, жидкости, электромагнитная волна вдоль длинной линии, в волноводе.

Бегущая гармоническая волна – частный случай стационарных бегущих волн, представляет собой распространяющиеся синусоидальные колебания, это простейшее волновое движение.

Звук

Колебания среды, воспринимаемые органом слуха, называются звуком.

***Звук**, в широком смысле – упругие волны, распространяющиеся в какой-либо упругой среде и создающие в ней механические колебания; в узком смысле – субъективное восприятие этих колебаний специальными органами чувств животных или человека.*

Раздел физики, занимающийся изучением звуковых явлений, называется акустикой.

Звуковая волна – упругая продольная волна, представляющая собой зоны сжатия и разряжения упругой среды (воздуха), передающаяся на расстояние с течением времени.

Звуковые волны делятся:

- слышимый звук – от 20 Гц (17 м) - до 20 000 Гц (17 мм);
- инфразвук – ниже 20 Гц;
- ультразвук – выше 20 000 Гц.

Скорость звука зависит от упругих свойств среды и от температуры, например:

в воздухе v = 331 м/с (при t = 0 ^{o}C) и v = 3317 м/с (при t = 1 ^{0}C);
в воде v = 1400 м/с;
в стали v =5000 м/с.

Звук, издаваемый гармонически колеблющимся телом, называется музыкальным тоном.

Каждому музыкальному тону (до, ре, ми, фа, соль, ля, си) соответствует определенная длина и частота звуковой волны.

Шум – хаотическая смесь тонов.

Интерференция волн

Если в среде распространяется несколько волн, то колебания частиц среды оказываются геометрической суммой колебаний, которые совершали бы частицы при распространении каждой из волн в отдельности. ***Волны накладываются*** *друг на друга, не возмущая* (*не искажая друг друга*). *Это и есть* ***принцип суперпозиции волн.***

Если две волны, приходящие в какую-либо точку пространства, обладают постоянной разностью фаз, такие волны называются ***когерентными.*** При сложении когерентных волн возникает **явление интерференции.**

Интерференция волн (от лат. inter — взаимно, между собой и ferio— ударяю, поражаю)— *взаимное усиление или ослабление амплитуды двух или нескольких когерентных волн, одновременно распространяющихся в пространстве. Сопровождается чередованием максимумов и минимумов (пучностей) интенсивности в пространстве.*

Результат интерференции (интерференционная картина) зависит от разности фаз накладывающихся волн. При интерференции энергия волн перераспределяется в пространстве. Это не противоречит закону сохранения энергии потому, что в среднем, для большой области пространства, энергия результирующей волны равна сумме энергий интерферирующих волн.

Необходимые условия для наблюдения интерференции:

1) волны должны иметь одинаковые (или близкие) частоты, чтобы картина, получающаяся в результате наложения волн, не менялась во времени (или менялась не очень быстро, что бы её можно было успеть зарегистрировать);

2) волны должны быть однонаправленными (или иметь близкое направление); две перпендикулярные волны никогда не дадут интерференции (попробуйте сложить две перпендикулярные синусоиды!). Иными словами, складываемые волны должны иметь одинаковые волновые векторы (или близконаправленные).

Первое условие иногда называют **временной когерентностью**, второе – **пространственной когерентностью**.

Интерференция характерна для волн любой природы.

Очень важный случай интерференции наблюдается при наложении двух встречных плоских волн с одинаковой амплитудой. Возникающий в результате колебательный процесс называется ***стоячей волной***. Практически стоячие волны возникают при отражении от преград.

Интерференция волн на поверхности воды:

Рис. 3.

Стоячие волны

Очень важный случай интерференции наблюдается при наложении двух встречных плоских волн с одинаковой амплитудой. Практически *стоячие волны* возникают при отражении волн от преград. Падающая на преграду волна и бегущая ей навстречу отраженная волна, налагаясь друг на друга, дают стоячую волну.

Стоячая волна является частным случаем бегущей волны с $v_p = 0$.

То есть, две одинаковые периодические бегущие волны (в рамках справедливости принципа суперпозиции), распространяющиеся в противоположных направлениях, образуют стоячую волну.

При существовании в среде стоячей волны, существуют точки, амплитуда колебаний в которых равна нулю. Эти точки называются *узлами* стоячей волны. Точки, в которых колебания имеют максимальную амплитуду, называются пучностями.

Образование стоячих волн наблюдают при интерференции бегущей и отраженных волн. На границе, где происходит отражение волны, получается пучность, если среда, от которой происходит отражение, менее плотная, и узел – если более плотная.

Стоячая волна *— колебания в распределённых колебательных системах с характерным расположением чередующихся максимумов (пучностей) и минимумов (узлов) амплитуды.*

Практически такая волна возникает при отражениях от преград и неоднородностей в результате наложения отражённой волны на падающую. При этом крайне важное значение имеет частота, фаза и коэффициент затухания волны в месте отражения.

Стоячую волну можно представить себе как суперпозицию волн, распространяющихся в противоположных направлениях.

Стоячая волна не переносит энергию, так как падающая и отраженная волны имеют одинаковую амплитуду и несут одинаковую энергию в противоположных направлениях.

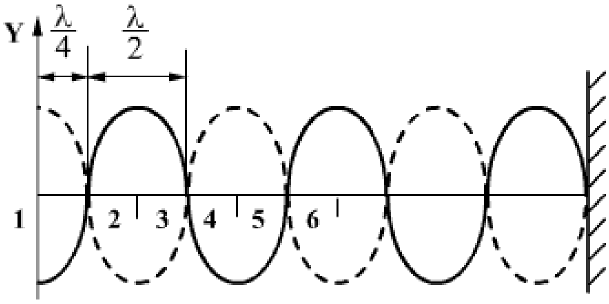


Рис. 4.

Длина стоячей волны – расстояние между соседними пучностями или узлами, т.е. равна половине длины бегущей волны.

Математическое описание стоячих волн

В одномерном случае две волны одинаковой частоты, длины волны и амплитуды, распространяющиеся в противоположных направлениях (например, навстречу друг другу), будут взаимодействовать, в результате чего может возникнуть стоячая волна. Например, гармоничная волна, распространяясь вправо, достигая конца струны, производит стоячую волну. Волна, что отражается от конца, должна иметь такую же амплитуду и частоту, как и падающая волна.

Рассмотрим падающую и отраженную волны в виде:

$$y_1 = y_0 \sin(kx - \omega t)$$

$$y_2 = y_0 \sin(kx + \omega t)$$

где:

- y_0 — амплитуда волны,
- ω — циклическая (угловая) частота, измеряемая в радианах в секунду,
- k — волновой вектор, измеряется в радианах на метр, и рассчитывается как 2π, поделённое на длину волны λ,
- x и t — переменные для обозначения длины и времени.

Поэтому результирующее уравнение для стоячей волны y запишется в виде суммы y_1 и y_2:

$$y = y_0 \sin(kx - \omega t) + y_0 \sin(kx + \omega t)$$

Используя тригонометрические соотношения, это уравнение можно переписать в виде:

$$y = 2y_0 \cos(\omega t) \sin(kx)$$

2. ТЕОРИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

Интересный случай интерференции наблюдается при наложении двух встречных волн с одинаковой амплитудой и разностью фаз равной $\pi/2$. Возникающий в результате этого колебательный процесс называется стоячей волной. Практически стоячие волны возникают при отражении волн от преград. Падающая на преграду волна и бегущая ей навстречу отраженная, налагаясь друг на друга, образуют стоячую волну. Стоячие волны характеризуются точками, в которых колебания отсутствуют (точки A на рис.5), – узлами, и точками, амплитуда колебаний в которых максимальна (точки B на рис.5) – пучностями.

На рис. 5 по оси X откладывают направление движения волны, а по оси Y – величину смещения точек.

Колебания во всех точках стоячей волны, лежащих между двумя соседними узлами, происходит с различными амплитудами, но одинаковыми фазами. Расстояние между соседними узлами или пучностями называется длиной стоячей волны ($\lambda_{ст}$). Длина бегущей волны связана с $\lambda_{ст}$ очевидным образом: $\boldsymbol{\lambda = 2\lambda_{ст.}}$

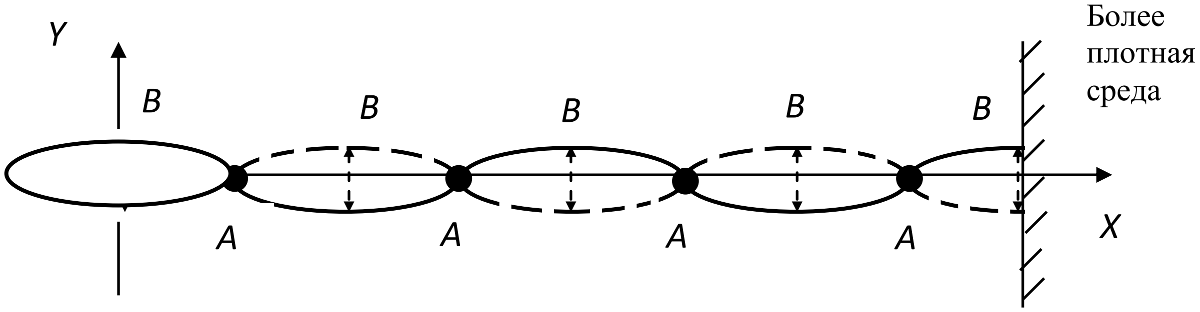


Рис.5

Описание установки

В экспериментальной установке, состоящей из звукового генератора с телефоном, который играет роль излучателя, и трубы с подвижным поршнем звуковые волны распространяются вдоль трубы. Стоячие волны образуются из прямой волны, идущей от телефона к поршню, и из отраженной от поршня волны. При определенных условиях в трубе возникает резонанс.

В данном случае имеем акустический резонанс, т.е. явление, при котором колебания столба воздуха в трубе достигают максимальной амплитуды. Это происходит тогда, когда частота звуковых колебаний мембраны телефона (внешняя, вынуждающая сила) сравнивается с одной из собственных частот колебаний воздушного столба в трубе. Эта частота называется резонансной частотой. При резонансной частоте звучание воздушного столба в трубе максимально.

Для наблюдения акустического резонанса необходимо, чтобы длина столба воздуха в трубе l_{m} удовлетворяла условию:

$$l_{\text{m}} = (2m-1)\frac{\lambda_{\text{ст}}}{2} ,$$

где m – количество резонансных усилений звука (пучностей), наблюдаемых при перемещении поршня от 0 до l_{m}.

Зная длину звуковой волны λ и частоту ν, которая указана на звуковом генераторе, определяют скорость распространения волны в воздухе по формуле

$$v = \lambda\nu.$$

В общем случае скорость распространения волн может зависеть от длины волны. Это явление называется дисперсией волн. Определяя скорость звука для разных длин волн (соответственно разных частот), можно убедиться, что для звуковых волн дисперсия не наблюдается.

Измерения и обработка результатов

1. Подключить с разрешения преподавателя звуковой генератор к сети 220 В и, включив его тумблером "СЕТЬ", прогреть 2 - 3 минуты.
2. После прогрева переключателем диапазонов и ручкой настройки установить заданную преподавателем частоту генерации ν. Рекомендуемый диапазон 900 – 1500 Гц.

   Примечание: установить громкость звука такой, чтобы он был хорошо слышим, но в то же время не мешал другим.
3. Передвинуть поршень вплотную к источнику звука – телефону, установленному у края трубы.

4. Медленно и равномерно отодвигая поршень от телефона, отметить точки резкого усиления звука по всей длине трубы. Расстояния l_m и номера точек m занести в журнал наблюдений.
5. Длину стоячей волны определить как минимальное расстояние между двумя соседними точками резкого усиления звука (пучностями): $\lambda_{ст} = l_{m+1} - l_m$
6. Повторить действия по пунктам 3 и 4 для двух других частот звуковых колебаний. Результаты измерений занести в журнал наблюдений.
7. Выключить питание генератора тумблером «Сеть» и отключить установку от сети.
8. Для всех случаев определить длину стоячей и бегущей волн.
9. Подсчитать скорость звука в воздухе для всех значений длины бегущей волны.
10. Сравнить скорость звука, полученную в данном эксперименте, с её табличным значением ($V_{зв.}$= 331 м/с), и подсчитать отклонение ($\Delta V = |V_{зв} - \langle V \rangle|$) измеренной величины от табличного значения.

Журнал наблюдений

ν, Гц	m	l_m, м	$\lambda_{ст} = l_{m+1} - l_m$, м	$\lambda = 2\lambda_{ст}$, м	V, м/с	<V> м/с	Относительная погрешность $\delta = \Delta V / \langle V \rangle$, %
1000	1						
	2						
	3						
	4						
	5						
	6						
1200	1						
	2						
	3						
	4						
	5						
	6						
1500	1						
	2						
	3						
	4						
	5						
	6						
	7						
	8						
	9						
	10						

	11						
	12						
	13						
	14						

Окончательный результат:

$V = \langle V \rangle \pm \Delta V =$ ____

Контрольные вопросы

1.Что называется волной?

2.Приведите определения поперечной и продольной волны.

3.Что называется амплитудой, периодом и частотой колебаний?

4.Какая волна называется бегущей? Напишите уравнение бегущей волны.

5.Что называется длиной бегущей волны?

6.Напишите формулу, связывающую скорость, длину и частоту волны.

7.Сформулируйте принцип суперпозиции волн.

8.Какие колебания называются когерентными?

9.Какое явление называется интерференцией волн?

10.Объясните возникновение стоячих волн.

11.Напишите уравнение стоячей волны.

12.Объясните, почему стоячая волна не переносит энергии?

13.Что называется узлом, что называется пучностью стоячей волны?

14.Напишите формулу, связывающую длину бегущей и стоячей волн.

15.Что называется дисперсией волн?

Литература

1.Савельев И.В. Курс общей физики: В 3-х т. М.: Наука,1982. Т.1.

2.Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высш. Школа, 1985.

3.Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике. М.: Наука, 1985.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 8
ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ МАХОВИКА

Выполнил студент _____________, группа ___________, дата ___________.

Допуск ______________

Выполнение __________

Зачет ________________

Цель работы: Изучить законы вращательного движения твердого тела.

Приборы и материалы

№ п\п	Наименование прибора	Цена деления	Предел измерения (x_{max})	Точность отсчета ($\Delta x_{пр}$)
1	Маховик	-	-	-
2	Нить и гиря	-	-	-
3	Секундомер			

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

Кинематика вращательного движения

При поступательном движении тела все его точки движутся по одинаковым траекториям и в каждый данный момент они имеют равные скорости и равные ускорения. Поэтому поступательное движение тела задают движением какой-либо одной точки, обычно движением центра тяжести.

Вращательное движение тела нельзя отождествить с движением какой-либо одной его точки. Различают следующие виды вращательного движения: *вращение вокруг неподвижной оси, вращение вокруг свободных осей, вращение вокруг неподвижной точки – полюса* (гироскопы, волчки), *плоское движение* (качение шара, цилиндра по горизонтальной поверхности).

Будем рассматривать только вращение тела вокруг неподвижной оси. В этом случае ось вращающегося тела (маховика дизеля, ротора электродвигателя, шпинделя станка, лопастей вентилятора и т. п.) в процессе движения занимает в пространстве относительно окружающих неподвижных тел одно и то же место.

Вращательным называется движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой – оси вращения.

Вращение твердого тела описывается углом поворота φ(t), на который повернулось тело за время t.

Угловая скорость $\boldsymbol{\omega}$ *– векторная величина, характеризующая быстроту вращения тела, которая равна производной от угла поворота тела* φ *по времени t:*

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \varphi',$$

$d\varphi$ – угол поворота тела за малое время dt.

Угловая скорость является векторной величиной. Вектор угловой скорости может быть приложен к любой точке мгновенной оси и направлен в каждый момент времени по мгновенной оси, так, чтобы, смотря навстречу этому вектору, видеть вращение тела происходящим против движения часовой стрелки (рис. 1).

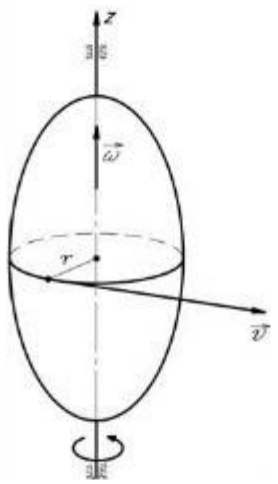


Рис. 1.

Равномерное вращательное движение

Если угловая скорость ω=const, то вращательное движение называется равномерным.

При равномерном вращении его быстроту также описывают частотой оборотов n и периодом вращения Т.

Частота оборотов n равна числу оборотов, сделанных за единицу времени,

$$n = \frac{N}{t}$$

где N – число оборотов за время t. Т.к. за один оборот тело поворачивается на угол, равный 2π, то $\varphi = 2\pi N$ и $\omega = 2\pi n$.

Период вращения Т– это время, за которое тело совершает один оборот.

Т.к.

$$T = \frac{t}{N}, \qquad \text{то}$$

$$n = \frac{1}{T}, \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} \qquad .$$

[ω] = [*рад/с*] , [*n*] = [*об/с*] , [*T*] = [*с*]

Уравнение равномерного вращения имеет вид

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t.$$

В частном случае, когда начальный угол поворота $\varphi_0 = 0$,

$$\varphi = \omega t.$$

Угловую скорость равномерно вращающегося тела

$$\omega = \varphi/t$$

можно выразить и так: $\omega = 2\pi/T$, где T – период вращения тела;

$\varphi = 2\pi$ – угол поворота за один период.

Неравномерное вращение

Неравномерное вращение (угловая скорость изменяется со временем) характеризуется угловым ускорением ε.

Угловое ускорение ε *- вектор, равный производной от угловой скорости* ω *по времени t,*

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \omega' .$$

$d\omega$ *- изменение угловой скорости за время dt.*

[ε] = [*рад/с*^{2}].

Векторы $\vec{\omega}$ и $\vec{\varepsilon}$ *направлены по оси вращения тела. При ускоренном вращении тела направления векторов* $\vec{\omega}$ и $\vec{\varepsilon}$ *совпадают, при замедленном – противоположны (рис. 2).*

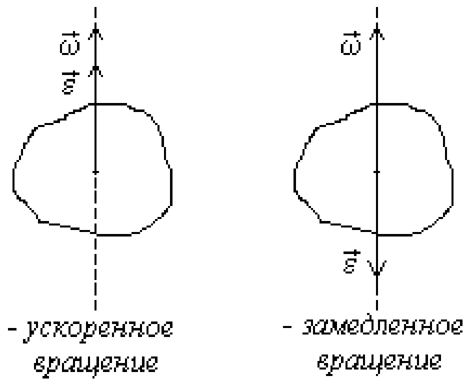


Рис. 2

Равнопеременное вращение

Если угловое ускорение ε = const, то вращательное движение называется *равнопеременным*. Равнопеременное вращение характеризуется следующими уравнениями:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}$$

$$\text{и} \qquad \omega = \omega_0 \pm \varepsilon t\,,$$

ω_0 и φ_0 – угловая скорость и угол поворота тела в начальный момент t_0=0,
ω и φ – в момент времени $\underline{t}$. При ускоренном вращении в этих уравнениях выбирается знак «+», а при замедленном – знак «–».

Связь линейных и угловых характеристик

Если точка тела отстоит от оси вращения на расстоянии r, то за время dt она проходит путь $dS = d\varphi \cdot r$

Скорость точки

$$v = \frac{dS}{dt} = \frac{d\varphi \cdot r}{dt}, \quad \text{или} \quad v = \omega \cdot r.$$

При вращении тела тангенциальное ускорение его точки

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{d\omega \cdot r}{dt}, \quad \text{или} \quad a_\tau = \varepsilon \cdot r$$

Нормальное ускорение точки тела

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{\omega^2 \cdot r^2}{r}, \text{ или}$$

$$a_n = \omega^2 \cdot r$$

Полное ускорение, как указывалось ранее, определяют по формуле

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$$

Момент инерции

Момент инерции - скалярная величина, характеризующая распределения масс в теле и являющаяся наряду с массой мерой инертности тела при непоступательном движении.

Единица измерения СИ: кг·м². Обозначение: I или J.

Момент инерции тела относительно оси вращения зависит от массы тела и от распределения этой массы относительно этой оси. Чем больше масса тела и чем дальше она отстоит от воображаемой оси, тем большим моментом инерции обладает тело.

Момент инерции элементарной (точечной) массы m_i, отстоящей от оси на расстоянии r_i, равен:

$$I_i = m_i \cdot r_i^2$$

Моментом инерции механической системы относительно неподвижной оси («осевой момент инерции») называется величина J_a, равная сумме произведений масс всех n материальных точек системы на квадраты их расстояний до оси:

$$J_a = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2,$$

где:

- m_i — масса i-й точки,
- r_i — расстояние от i-й точки до оси.

$$J_a = \int\limits_{(m)} r^2 dm = \int\limits_{(V)} \rho r^2 dV,$$

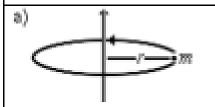
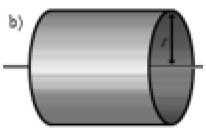
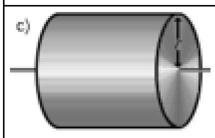
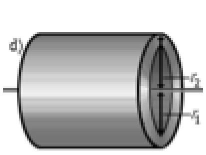
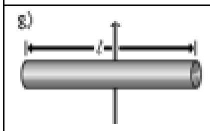
где:

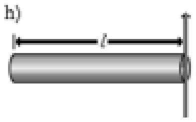
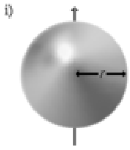
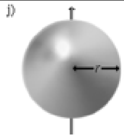
- $dm = \rho dV$ — масса малого элемента объёма тела dV,
- ρ — плотность,
- r — расстояние от элемента dV до оси a.

Если тело однородно, то есть его плотность всюду одинакова, то

$$J_a = \rho \int\limits_{(V)} r^2 dV$$

Осевые моменты инерции некоторых тел

***Моменты инерции* однородных тел простейшей формы относительно некоторых осей вращения**			
Тело	**Описание**	**Положение оси *a***	**Момент инерции J_a**
	Материальная точка массы m	На расстоянии r от точки, неподвижная	mr^2
	Полый тонкостенный цилиндр или кольцо радиуса r и массы m	Ось цилиндра	mr^2
	Сплошной цилиндр или диск радиуса r и массы m	Ось цилиндра	$\frac{1}{2}mr^2$
	Полый толстостенный цилиндр массы m с внешним радиусом r_2 и внутренним радиусом r_1	Ось цилиндра	$m\frac{r_2^2 + r_1^2}{2}$
	Прямой тонкий стержень длины l и массы m	Ось перпендикулярна к стержню и проходит через	$\frac{1}{12}ml^2$

		его центр масс	
	Прямой тонкий стержень длины l и массы m	Ось перпендикулярна к стержню и проходит через его конец	$\frac{1}{3}ml^2$
	Тонкостенная сфера радиуса r и массы m	Ось проходит через центр сферы	$\frac{2}{4}mr^2$
	Шар радиуса r и массы m	Ось проходит через центр шара	$\frac{2}{5}mr^2$

Момент инерции твёрдого тела относительно какой-либо оси зависит не только от массы, формы и размеров тела, но также от положения тела по отношению к этой оси. Согласно теореме Штейнера (теореме Гюйгенса-Штейнера), *момент инерции* тела J *относительно произвольной оси равен сумме момента инерции этого тела* J_c *относительно оси, проходящей через центр масс тела параллельно рассматриваемой оси, и произведения массы тела* m *на квадрат расстояния а между осями:*

$$J = J_c + ma^2.$$

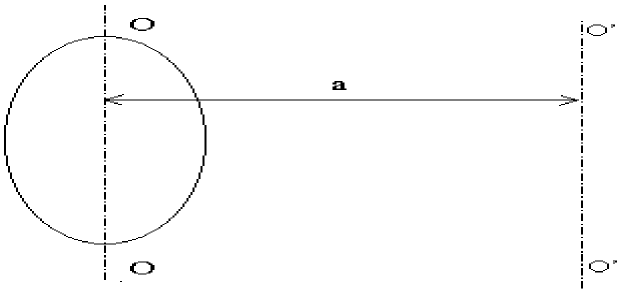


Рис. 3

где m — полная масса тела (рис. 3).

Например, момент инерции стержня относительно оси, проходящей через его конец, равен:

$$I = I_0 + ma^2 = \frac{1}{12}ml^2 + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{1}{3}ml^2.$$

Момент силы

Момент силы**,** величина, характеризующая вращательный эффект силы при действии её на твёрдое тело; является одним из основных понятий механики. Различают **момент силы** относительно центра (точки) и относительно оси.

Если имеется материальная точка O, к которой приложена сила $\vec{F}$, то момент силы относительно этой точки равен векторному произведению радиус-вектора $\vec{r}$, соединяющего точку O и точку приложения силы, на вектор силы $\vec{F}$:

$$\vec{M}_O = \left[\vec{r} \times \vec{F}\right]_{\cdot}, \quad \text{(Н•м)}.$$

Момент силы — *аксиальный вектор*[1]. Он направлен вдоль оси вращения. Направление вектора момента силы определяется правилом буравчика, а величина его равна M (рис.2).

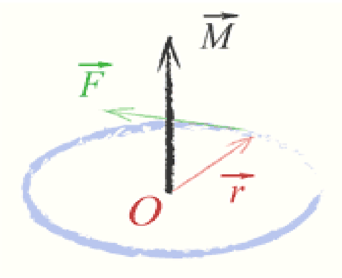


Рис. 2

Модуль момента силы:

$$M = F{\cdot}l = F{\cdot}r{\cdot}\sin\alpha,$$

где: M – момент силы (Ньютон · метр), F – приложенная сила (Ньютон), r – расстояние от центра вращения до места приложения силы (метр), $l = r{\cdot}\sin\alpha$ – плечо силы, т.е. длина перпендикуляра, опущенного из центра вращения на линию действия силы (метр), α – угол, между вектором силы F и вектором положения r.

Момент силы относительно оси величина алгебраическая, равная проекции на эту ось вектора **M** момента силы относительно любой точки O оси.

Пользуясь понятием момента силы можно по-новому сформулировать условия равновесия тела, закрепленного на оси. Это условие называется *правилом моментов:*

если на тело, закрепленное на оси, действует много сил, то для равновесия тела, закрепленного на оси, алгебраическая сумма моментов всех сил, действующих на тело, должна быть равна нулю:

$$M_1 + M_2 + \ldots + M_n = 0.$$

Считают момент силы положительным, если эта сила, действуя в отдельности, вращала бы тело по часовой стрелке, и отрицательным в противоположном случае (при этом нужно заранее условиться, с какой стороны мы будем смотреть на тело). Например, согласно рис.3, силам F_1 и F_2 следует приписать положительный момент, а силе F_3— отрицательный.

---

[1] Аксиальные векторы не связаны с определенной линией действия. Их можно перемещать в пространстве параллельно самим себе (свободные векторы).

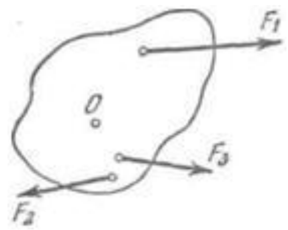


Рис. 3.

Моменты сил F_1 и F_2 положительны, момент силы F_3 отрицателен.

Момент импульса

Момент импульса (кинетический момент, угловой момент, орбитальный момент, момент количества движения) характеризует количество вращательного движения.

Следует учесть, что вращение здесь понимается в широком смысле, не только как регулярное вращение вокруг оси. Например, даже при прямолинейном движении тела мимо произвольной воображаемой точки, не лежащей на линии движения, оно также обладает моментом импульса. Наибольшую, пожалуй, роль момент импульса играет при описании собственно вращательного движения. Однако крайне важен и для гораздо более широкого класса задач (особенно — если в задаче есть центральная или осевая симметрия, но не только в этих случаях).

Моментом импульса **L** *материальной точки относительно произвольной точки О называется физическая величина, определяемая векторным произведением радиус-вектора* **r** *этой материальной точки, проведенного из точки О, на величину ее импульса* **p** **(**рис. 6):

$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} \quad (\text{Дж·с}),$$

где **r** – радиус-вектор частицы относительно выбранного неподвижного в данной системе отсчёта начала отсчёта, **p** – импульс частицы.

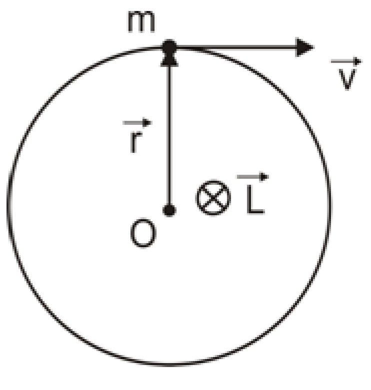


Рис.6.

Если твердое тело, вращающееся вокруг некоторой неподвижной оси z, представить в виде совокупности элементарных масс, и спроектировать моменты импульсов всех этих элементарных масс на это направление, получим момент импульса тела L_z относительно этой оси (L_z – скалярная величина).

Суммирование производим по всем элементарным массам m_i (имеющим линейную скорость v_i и радиус вращения r_i), на которые разбивается тело. Так как $v_i = \omega r_i$, где ω - угловая скорость вращения тела, а $I = \sum m_i r_i^2$ - момент инерции тела относительно данной оси, тогда момент импульса тела относительно оси z равен:

$$L_z = \sum m_i v_i r_i = \sum \omega m_i r_i^2 = \omega \sum m_i r_i^2 = I_z \omega \ .$$

В случае тела, вращающегося вокруг оси симметрии, векторы L и ω имеют одинаковое направление и тогда:

$$\mathbf{L} = I\ \boldsymbol{\omega}. \qquad (1)$$

Продифференцируем выражение (1) по времени:

$$dL_z/dt = I_z d\omega/dt = I_z \varepsilon = M_z,$$

В итоге:

$$L_z/dt = dM_z \qquad (2)$$

Таким образом, производная по времени от момента импульса твердого тела относительно оси вращения равна моменту сил относительно той же оси:

$$d\mathbf{L}/dt = \mathbf{M} \qquad (3)$$

Из уравнения (3) видно, что если момент внешних сил, действующих на тело, равен нулю, то момент импульса тела остается постоянным.

$$\text{Если } M = 0, \text{ то: } dL/dt = 0 \Rightarrow L = \text{const}. \qquad (4)$$

Выражение (4) представляет собой закон сохранения момента импульса:

момент импульса замкнутой системы тел не меняется со временем, причем это утверждение справедливо для момента импульса, взятого относительно любой точки инерциальной системы отсчета. Этот закон выполняется только в инерциальных системах отсчета.

Закон сохранения момента импульса – фундаментальный закон природы. Он связан со свойством симметрии пространства – его изотропностью, т.е. с инвариантностью физических законов относительно поворота замкнутой системы в пространстве на любой угол.

Основное уравнение динамики вращательного движения

Уравнение (3) $\mathbf{M} = d\mathbf{L}/dt$ называется основным уравнением динамики вращательного движения: *скорость изменения момента импульса тела, вращающегося вокруг неподвижной точки, равна результирующему моменту относительно этой точки всех внешних сил, приложенных к телу.*

Из уравнений (1) и (3) следует

$$\mathbf{M} = d(I\ \boldsymbol{\omega})/dt = I\ d\boldsymbol{\omega}/dt = I\boldsymbol{\varepsilon},$$

или

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{M}/\, I.$$

Угловое ускорение точки при ее вращении вокруг неподвижной оси пропорционально вращающему моменту и обратно пропорционально моменту инерции.

2. ТЕОРИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

Теоретические сведения

Основное уравнение динамики вращательного движения абсолютно твердого тела вокруг заданной неподвижной оси имеет вид $\vec{\varepsilon} = \dfrac{1}{I}\vec{\mathrm{M}}$.

Уравнение связывает угловое ускорение тела ε с моментом М всех сил, действующих на тело, относительно оси вращения. Величина I зависит от форм, размеров тела, выбора оси вращения и является моментом инерции тела относительно заданной оси.

Сравнивая это уравнение с основным уравнением динамики поступательного движения $\vec{a} = \dfrac{1}{m}\vec{F}$, видим, что момент инерции I играет для вращательного движения ту же роль, что масса для поступательного движения. А именно, момент инерции I характеризует инертность тела при вращательном движении. Момент инерции может быть вычислен, если известно распределение массы относительно заданной оси. Так, момент инерции тела точечной массы, отстоящей от оси вращения на расстояние r, равен $I = mr^2$.

Момент инерции системы конечного числа материальных точек, вращающихся относительно заданной оси, вычисляется по формуле

$$I = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 \,.$$

Формулу для сплошного тела получим, мысленно разбив тело на бесконечно малые элементы с массой dm и заменив конечную сумму интегралом:

$$I = \int r^2 \,\mathrm{d}m \,.$$

Момент инерции тела можно найти также и экспериментально. Один из способов экспериментального определения момента инерции применяется в настоящей работе.

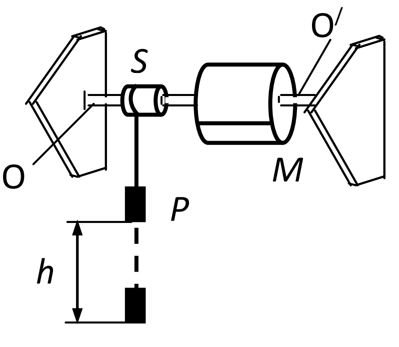


Рис. 7

Описание установки

В данной работе определяется момент инерции системы, состоящей из вала OO$^/$, на котором закреплены маховик M и шкив S (рис. 15).

К шкиву прикрепляется нить с гирей P, масса которой m известна. При наматывании нити на шкив гиря поднимается на высоту h над опорой и приобретает потенциальную энергию mgh.

Если систему предоставить самой себе, то гиря будет ускоренно опускаться, а вал вместе с маховиком и шкивом – ускоренно вращаться. Потенциальная энергия гири будет при этом переходить в кинетическую энергию вращательного движения маховика, вала и шкива, а также в кинетическую энергию поступательного движения гири. Кроме того, часть потенциальной энергии будет затрачена на увеличение внутренней энергии теплового движения молекул трущихся тел за счет работы сил трения в опорных подшипниках вала.

Применим к данному случаю закон сохранения энергии:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} + W_T \qquad (5)$$

где mgh – потенциальная энергия гири, поднятой на высоту h;

$\frac{mv^2}{2}$ – кинетическая энергия гири в момент, непосредственно предшествующий ее остановке; $\frac{I\omega^2}{2}$ – кинетическая энергия вращательного движения маховика, вала и шкива в тот же момент времени (I – момент инерции этой системы относительно оси вращения, ω – угловая скорость); W_T – часть потенциальной энергии, затраченной на увеличение внутренней энергии в результате работы сил трения за время падения груза.

Если приблизительно считать, что сила трения в подшипниках постоянна, то движение системы будет равноускоренным. Тогда скорость v, достигаемая к моменту соскальзывания нити со шкива, и высота падения h могут быть найдены из известных соотношений для равноускоренного движения $v = at$ и $h = \frac{at^2}{2}$, где a – ускорение гири; t – время ее падения. Отсюда

$$v = \frac{2h}{t}. \qquad (6)$$

Зная скорость гири v в момент соскальзывания нити со шкива и радиус шкива r, нетрудно найти соответствующую угловую скорость вала

$$\omega = \frac{v}{r}. \qquad (7)$$

Определим работу сил трения в подшипниках. Поскольку сила трения принята не зависящей от скорости, то ее работа будет пропорциональна числу оборотов вала n_1: $W_T = \beta n_1$.

Коэффициент пропорциональности β может быть найден опытным путем. Нить закреплена на шкиве при помощи петельки, соскальзывающей со шкива в момент падения гири на пол. После падения гири маховик по инерции будет продолжать вращаться.

Вследствие тормозящего действия сил трения это вращение будет замедленным, и после некоторого числа оборотов n_2, отсчитываемых от момента падения гири, маховик остановится. Приравнивая кинетическую энергию маховика в момент падения гири на пол к работе сил трения, совершенной за время замедленного вращения, получим $\frac{I\omega^2}{2} = \beta n_2$. Отсюда $\beta = \frac{I\omega^2}{2n_2}$ и, следовательно,

$$W = \frac{I\omega^2}{2} \cdot \frac{n_1}{n_2} \tag{8}$$

Подставим выражения (7) и (8) в уравнение (5):

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{Iv^2}{2r^2}\left(1 + \frac{n_1}{n_2}\right)$$

Решая это уравнение относительно момента инерции и заменяя скорость v согласно формуле (6), получим

$$I = \frac{mr^2\left(\frac{gt^2}{2h} - 1\right)}{1 + \frac{n_1}{n_2}}.$$

Все величины, входящие в правую часть, могут быть найдены опытным путем. Поэтому при помощи этой формулы можно определить момент инерции вращающейся системы. Заметим в заключение лишь, что для данной лабораторной установки соблюдается соотношение $\frac{gt^2}{2h} >> 1$.

Физический смысл этого соотношения заключается в том, что кинетическая энергия гири, т.е. первое слагаемое в правой части формулы (28) мала по сравнению с остальными слагаемыми (в данном случае она сравнивается с mgh). Формула для определения момента инерции при этом несколько упрощается:

$$I=\frac{mr^2gt^2}{2h\left(1+\frac{n_1}{n_2}\right)} \text{ или, с учетом } h=2\pi rn_1\text{: } I=\frac{mrgt^2}{4\pi n_1\left(1+\frac{n_1}{n_2}\right)} \qquad (9)$$

Измерения и обработка результатов

1. Заданы: масса груза m = 200 г; диаметр большого шкива D $_б$ = 29.75 мм; диаметр малого шкива D $_м$ = 20.05 мм.
2. Накинуть (не завязывать!) свободный конец нити с грузом на шпенек на шкиве и поднять груз на некоторую высоту h, наматывая нить на шкив. Количество оборотов при подъеме n_1 задается преподавателем или выбирается самостоятельно и заносится в журнал наблюдений. Высота подъема груза h определяется либо путем ее непосредственного измерения, либо подсчитывается по формуле $h = 2\pi rn_1$.
3. Отпустить груз и одновременно включить секундомер. Следя за маховиком (не за секундомером!), выключить секундомер в момент, когда нить свободно соскользнет со шкива. В тот же момент времени начните считать количество оборотов маховика до остановки n_2. Для этого на маховике нанесена метка-черта. Записать в журнал наблюдений значения h, t и n_2.
4. Опыты повторить при разных диаметрах шкива по три раза.
5. Все результаты занести в журнал наблюдений. Значения измеренных величин подставить в формулу (9), по которой вычисляют момент инерции. Значение m указано на гире.
6. Вычислить погрешность измерений по результатам первых трех измерений.

Журнал наблюдений

<table>
<tr><th>Номер измерения</th><th>r•10^{-3}, м</th><th>m, кг</th><th>n_1</th><th>h, м</th><th>n_2</th><th>t, с</th><th>I, кг · м^2</th><th>< I >, кг·м^2</th></tr>
<tr><td>1</td><td rowspan="3">14,88</td><td rowspan="6">0,20</td><td rowspan="3"></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td rowspan="6"></td></tr>
<tr><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>4</td><td rowspan="3">10,03</td><td rowspan="3"></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>5</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>6</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Расчет погрешностей измерений:

1). *Расчет погрешности измерения высоты подъема груза*

1.1. h_1 = ____; h_2 = ____; h_3 = ____.

1.2. $<h> = (h_1 + h_2 + h_3)/3 =$ ________________.

1.3. $\Delta\, h_1 = <h> - \; h_1 =$ _____________________

$\Delta\, h_2 = <h> - \; h_2 =$ _____________________

$\Delta\, H_3 = <H> - \; H_3 =$ _____________________

1.4. $(\Delta\, h_1)^2 =$ _____; $(\Delta\, h_2)^2 =$ _____; $(\Delta\, h_3)^2 =$ _____ .

1.5. $$\sigma_h = \sqrt{\frac{(\Delta h_1)^2 + (\Delta h_2)^2 + (\Delta h_3)^2}{n(n-1)}} =$$ _____________ .

1.6. $t_m =$ _____.

1.7. $\Delta\, h = t_m\, \sigma_s =$ __________________________.

1.8. $(\Delta\, h_{np})^2 =$ _____.

1.9. Т.к. $\Delta\, h >> \Delta\, h_{np}$, то $\Delta\, h =$ __________.

1.10. $h = <h> \pm \Delta\, h =$ ___________.

1.11. $\delta = (\Delta\, h / <h>) \bullet 100\% =$ __________________.

2). *Расчет погрешности измерения времени*

2.1. $t_1 =$ _____; . $t_2 =$ _____; $t_3 =$ _____.

2.2. $<t> = (t_1 + t_2 + t_3)/3 =$ _________________.

2.3. $\Delta\, t_1 = <t> - t_1 =$ _______________________

$\Delta\, t_2 = <t> - t_2 =$ _______________________

$\Delta\, t_3 = <t> - t_3 =$ _______________________.

2.4. $(\Delta\, t_1)^2 =$ _____; $(\Delta\, t_2)^2 =$ _____; $(\Delta\, t_3)^2 =$ _____.

2.5. $$\sigma_t = \sqrt{\frac{(\Delta t_1)^2 + (\Delta t_2)^2 + (\Delta t_3)^2}{n(n-1)}} =$$ _________________.

2.6. $t_m =$ _____.

2.7. $\Delta\, t = t_m \bullet \sigma_t =$ ___________.

2.8. $\Delta t_{пр}$ = ____ << Δt = ____.

2.9. $t = \langle t \rangle \pm \Delta t$ = _________.

2.10. $\delta = (\Delta t/\langle t \rangle)\cdot 100\%$ = ______

Контрольные вопросы

1. Какими физическими величинами характеризуется кинематика и динамика вращательного движения твердого тела?
2. Угловая скорость и угловое ускорение, единицы их измерения?
3. Момент силы, единица его измерения?
4. Что называется моментом инерции тела, единица его измерения? Момент инерции материальной точки.
5. Напишите формулу момента инерции однородного диска относительно оси, проходящей через центр масс диска.
6. От чего зависит момент инерции маховика в данной работе?
7. Сформулируйте основной закон динамики вращательного движения твердого тела, запишите его математические формулы.
8. Напишите формулу кинетической энергии вращающегося твердого тела.
9. Напишите закон сохранения энергии применительно к данной работе.
10. Укажите связь между динамическими величинами, характеризующими поступательное и вращательное движение твердого тела.

Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики: В 3-х т. М.: Наука, 1982. Т.1.
2. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высш. Школа, 1985.
3. Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике. М.: Наука, 1985.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 9
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОЕМКОСТИ МЕТАЛЛОВ МЕТОДОМ ОХЛАЖДЕНИЯ

Выполнил студент ______________, группа ___________, дата ____________.

Допуск ______________

Выполнение __________

Зачет ________________

Цель работы: Ознакомиться с основами классической теории теплоемкости кристаллических твердых тел и одним из методов экспериментального определения теплоемкости твердых тел.

Приборы и материалы

№ п\п	Наименование прибора	Цена деления	Предел измерения (x_{max})	Точность отсчета ($\Delta x_{пр}$)
1	Печь трубчатая	-	-	-
2	Два образца (медный и стальной)	-	-	-
3	Две термопары	-	-	-
4	Секундомер			

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Для характеристики тепловых свойств тел в термодинамике используется понятие теплоемкости.

Теплоемкостью C тела называется физическая величина, численно равная отношению количества теплоты ΔQ*, сообщаемого телу, к изменению* ΔT *температуры тела в рассматриваемом термодинамическом процессе:*

$$C = \Delta Q / \Delta T \quad (\text{Дж/К})$$

Значение теплоемкости C зависит от массы тела, его химического состава, термодинамического состояния и процесса, в ходе которого сообщается теплота ΔQ, а также от интервала температуры.

Удельной теплоемкостью называется теплоемкость единицы массы вещества:

$$c = \frac{C}{m} = \frac{\Delta Q}{m \cdot \Delta T}\ ,\ \text{Дж/(кг·К)}.$$

Удельная теплоемкость не зависит от массы вещества.

Молярной теплоемкостью C_μ называется теплоемкость одного моль вещества:

$$C_\mu = M \cdot c = \frac{M}{m} \cdot \frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

В основе классической теории теплоемкости лежит закон равномерного распределения энергии по степеням свободы: на каждую степень свободы молекулы в среднем приходится одинаковая кинетическая энергия, равная $\frac{1}{2}kT$, где k = 1,38·10^{-23} Дж/К – постоянная Больцмана; T – абсолютная температура.

Простейшей моделью однородного кристалла является пространственная кристаллическая решетка, в узлах которой помещаются ионы, принимаемые за материальные точки. Ионы совершают колебания около положения равновесия. Если колебания малы, то они могут считаться гармоническими и независимыми друг от друга. Энергия каждого атома слагается из кинетической и потенциальной. Таким образом, среднее значение полной энергии, приходящейся на одну колебательную степень свободы,

$$\langle E_{\text{пол}} \rangle = \langle E_{\text{кин}} \rangle + \langle E_{\text{потенц}} \rangle = kT\,.$$

Каждый атом обладает тремя колебательными степенями свободы, поэтому на него приходится средняя энергия 3kT. Умножив эту величину на число Авогадро N_A = 6,02·10^{23} моль$^{-1}$, найдем внутреннюю энергию 1 моль твердого тела:

$$U_\mu = N_A \cdot 3kT = 3RT,$$

где R = 8,31 Дж/(моль·К) – универсальная газовая постоянная.

Отсюда для молярной теплоемкости твердого тела получим $C_\mu = \frac{\Delta U_\mu}{\Delta T} = 3R \approx 25$ Дж/(моль·К). Это закон Дюлонга и Пти. Таким образом, согласно классической теории, молярная теплоемкость кристаллических твердых тел не зависит от температуры.

2. ТЕОРИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

Всякое тело, имеющее температуру выше окружающей среды, будет охлаждаться, причем скорость охлаждения зависит от величины теплоемкости тела.

Если взять два металлических стержня, то, сравнивая кривые охлаждения (температуры T в функции времени τ) этих образцов, один из которых служит эталоном (его теплоемкость и скорость охлаждения известны), можно определить теплоемкость других образцов.

Количество тепла, теряемого объемом ΔV_i металла (таким малым, что температуру T образца во всех точках можно считать одинаковой) за промежуток времени $\Delta\tau$, равно

$$\Delta q_i = c\frac{\Delta T}{\Delta t}\Delta V_i \cdot \Delta\tau \cdot \rho, \tag{1}$$

где c – удельная теплоемкость металла; ρ – его плотность; T – температура; $\frac{\Delta T}{\Delta t}$ – скорость охлаждения.

Величину Δq_i можно подсчитать также и по закону Ньютона:

$$\Delta q_i = \alpha\,(T - T_0)\cdot\Delta S_i\cdot\Delta\tau, \tag{2}$$

где α – коэффициент теплоотдачи; ΔS_i – малый элемент поверхности образца; T_0 – температура окружающей среды.

Приравнивая выражения (1) и (2), получим

$$c\rho\frac{\Delta T}{\Delta t}\Delta V_i = \alpha(T - T_\text{о})\Delta S_i.$$

Количество теплоты, которое теряет весь объем V образца:

$$Q = \sum_{i=1}^{n}\Delta q_i = \sum_{i=1}^{n}c\rho\frac{\Delta T}{\Delta t}\Delta V_i = \sum_{i=1}^{n}\alpha(T - T_\text{о})\Delta S_i, \tag{3}$$

где n – число элементарных объемов ΔV_i и элементарных участков поверхности ΔS_i, на которое мысленно разбит образец. Просуммировав выражение (3), получим

$$c\rho\frac{\Delta T}{\Delta t}V = \alpha(T - T_\text{о})S \tag{4}$$

где V – объем всего образца; S – площадь поверхности всего образца.

Запишем выражение (4) для двух образцов одинакового объема:

$$c_1\rho_1\left(\frac{\Delta T}{\Delta t}\right)_1 V = \alpha(T - T_\text{о})S;$$

$$c_2\rho_2\left(\frac{\Delta T}{\Delta t}\right)_2 V=\alpha\left(T-T_{\text{o}}\right)S. \quad (5)$$

Поделив одно уравнение на другое, получим $\dfrac{c_1\rho_1\left(\dfrac{\Delta T}{\Delta t}\right)_1}{c_2\rho_2\left(\dfrac{\Delta T}{\Delta t}\right)_2}=1$.

Отсюда $c_1=c_2\dfrac{\rho_2\left(\dfrac{\Delta T}{\Delta t}\right)_2}{\rho_1\left(\dfrac{\Delta T}{\Delta t}\right)_1}$ или $c_1=c_2\dfrac{m_2\left(\dfrac{\Delta T}{\Delta t}\right)_2}{m_1\left(\dfrac{\Delta T}{\Delta t}\right)_1}$, (6)

где $m_1=\rho_1 V$ – масса первого образца; $m_2=\rho_2 V$ – масса второго образца.

Зная теплоемкость c_1 образца, можно найти и его молярную теплоемкость

$$C_\mu=\mu\cdot c. \quad (7)$$

Описание установки

Установка для проведения работы состоит из трубчатой электропечи и двух образцов, которые могут свободно перемещаться в горизонтальном направлении. Образцы представляют собой цилиндры длиной 30 мм и диаметром 5 мм, изготовленные из меди и железа. В один из торцов цилиндра помещают термопары.

Температура образцов отсчитывается по шкалам гальванометров, которые проградуированы в градусах Цельсия.

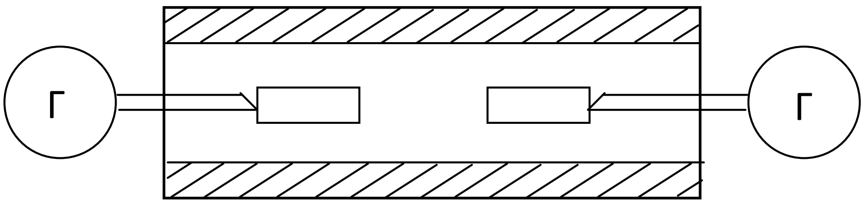


Рис. 1

Измерения и обработка результатов

1. Два образца, железный и медный, вдвинуть в отверстие трубчатой печи так, чтобы они не касались друг друга (рис. 1).
2. Включить печь в сеть.
3. Нагреть образцы до температуры 250 $^{\circ}$C и быстро выдвинуть их из печи.

4. Нагретые образцы охлаждаются на неподвижном воздухе. Через каждые 10 с производится запись температуры T_1 и T_2 по показаниям гальванометров. Время τ отсчитывается по секундомеру или часам с секундной стрелкой.
5. После охлаждения образцов до температуры ниже 50 ^{o}С опыт повторить.
6. Обесточить установку.
7. Построить графики зависимости температуры T_1 и T_2 образцов от времени:

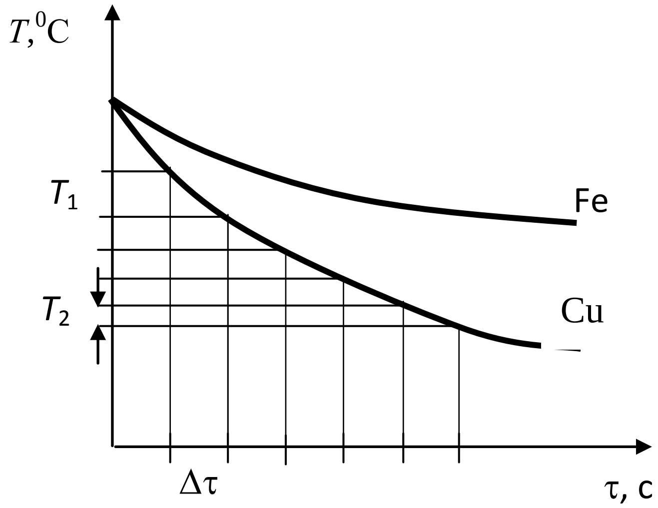


Рис. 2

$T_1 = \varphi(\tau)$; $T_2 = \varphi(\tau)$. Отложить по оси абсцисс время τ, а по оси ординат – температуру T. Для каждого образца снять две кривые охлаждения и построить графики для меди и железа по средним значениям.

8. Графическим методом перевести кривые $T=\varphi(\tau)$ образцов и кривые $\Delta T/\Delta\tau = \varphi(T_{ср})$, для чего кривые $T = \varphi(\tau)$ разбивают на одинаковые, близкие друг к другу участки вертикальными линиями, перпендикулярными оси абсцисс. Разности значений ординат кривых в точках пересечения их с вертикальными линиями будут представлять собой разности температур (T_1–T_2), (T_2–T_3)... и т.д. для интервалов времени $\Delta\tau_1$, $\Delta\tau_2$,... и т.д., на которые разбита ось абсцисс вертикальными линиями $\Delta\tau_1 = \Delta\tau_2 =...= 10$ с. Отношения

$$\left(\frac{\Delta T}{\Delta\tau}\right)_1 = \frac{T_1 - T_2}{\Delta\tau_1}; \quad \left(\frac{\Delta T}{\Delta\tau}\right)_2 = \frac{T_2 - T_3}{\Delta\tau_2}$$

и т.д. характеризуют среднюю скорость охлаждения в данном интервале температур ΔT.

9. Числовые значения, вычисленные по формуле в п.8, занести в журнал наблюдений и построить графики зависимости $\Delta T/\Delta\tau = \varphi(T_{ср})$ для образцов меди и железа, откладывая по оси абсцисс среднее значение температуры $T_{ср}$ в интервале температур ΔT, а по оси ординат $\Delta T/\Delta\tau$ первого графика.

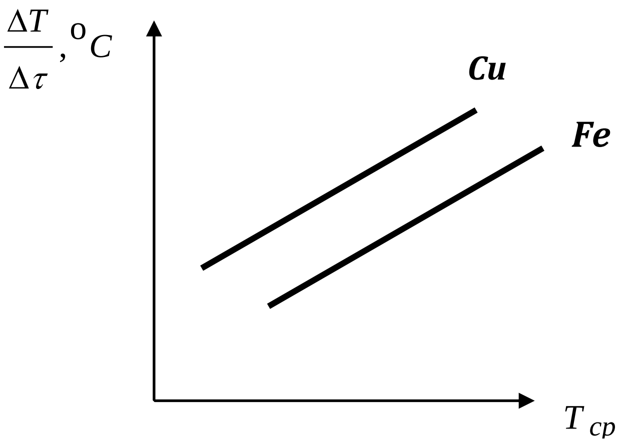


Рис. 3

10. Определить удельную теплоемкость железа C_1 для температур 50, 200, 300, 400, 500 ^{0}C. Для этого в формулу

$$C_1 = C_2 \frac{m_2 \left(\frac{\Delta T}{\Delta \tau} \right)_2}{m_1 \left(\frac{\Delta T}{\Delta \tau} \right)_1} \tag{8}$$

подставить значения $\Delta T / \Delta \tau$ для каждого образца при этих температурах. За эталонный образец принять медный; зависимость удельной теплоемкости меди от температуры приведена в таблице 1.

Таблица 1. Значения удельной теплоемкости меди для различных значений температуры

Температура, ^{o}C	0	100	200	300	400	500
Уд. теплоемкость, Дж/(кг·К)	380	392	408	420	434	447

11. Из таблицы взять значения удельной теплоемкости меди (C_2) для температуры 100, 200, 300, 400, 500 ^{0}C и подставить в формулу $C_1 = C_2 \frac{m_2 \left(\frac{\Delta T}{\Delta \tau} \right)_2}{m_1 \left(\frac{\Delta T}{\Delta \tau} \right)_1}$ соответствующие значения $\Delta T / \Delta \tau$ для меди, которые найдены из графика $\Delta T / \Delta \tau = \varphi(T_{ср})$ для медного образца. Массы образцов приведены на стенде.
12. Определить среднее значение C_2; по формуле $C_{2\mu} = C_{2*}M$ определить молярную теплоемкость железного образца
13. Полученные результаты занести в журнал наблюдений.

Журнал наблюдений

τ, с	T медь, ^{o}C			T железо, ^{o}C			$T_{ср}$ медь, ^{o}C	$T_{ср}$ железо ^{o}C	$\frac{\Delta T}{\Delta t}$ медь	$\frac{\Delta T}{\Delta t}$ железо	C_1, (медь)	C_2, (железо)

Контрольные вопросы

1. Что называется теплоемкостью, удельной теплоемкостью и молярной теплоемкостью тела? Единицы их измерения?
2. От чего зависит теплоемкость тела?
3. От чего зависит удельная теплоемкость тела?
4. Сформулируйте закон равномерного распределения по степеням свободы молекул.
5. Сформулируйте закон Дюлонга и Пти.

Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики: В 3-х т. М.: Наука, 1982. Т.1.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики: Молекулярная физика и термодинамика. М.: Наука, 1981. Т.2.
3. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высш. Школа, 1985.
4. Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике. М.: Наука, 1985.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 10
ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Выполнил студент _______________, группа__________, дата___________.

Допуск _____________

Выполнение __________

Зачет ________________

Цель работы: Ознакомиться с явлением теплопроводности и определить опытным путем коэффициент теплопроводности.

Приборы и материалы

№ п\п	Наименование прибора	Цена деления	Предел измерения (x_{max})	Точность отсчета ($\Delta x_{пр}$)
1	Прибор для определения коэффициента теплопроводности твердых тел	-	-	-
2	Калориметр	-	-	-
3	Термометр			
4	Мензурка			
5	Часы			

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

Явления переноса

Явления переноса *– кинетические, необратимые процессы, в результате которых в физической системе происходит пространственный перенос электрического заряда, массы, импульса, энергии, энтропии или какой-либо др. физической величины.*

Причины явлений переноса — действие внешнего электрического поля, наличие пространственных неоднородностей состава, температуры или средней скорости движения частиц системы. Перенос физической величины происходит в направлении, обратном градиенту[4] этой величины.

Явления переноса приближают систему к состоянию равновесия.

К явлениям переноса относятся: электропроводность — перенос электрического заряда под действием внешнего электрического поля; диффузия —

[4] ***Градиент*** - *мера возрастания или убывания в пространстве какой-л. физической величины при перемещении на единицу длины.* Многие физические величины могут не только изменяться с течением времени, но и быть различными в разных точках пространства в один и тот же момент времени. Под «**скоростью**» понимают темп изменения физической величины во времени, а под «**градиентом**» — степень её изменения в пространстве.

перенос вещества (компонента смеси) при наличии в системе градиента его концентрации; теплопроводность — перенос теплоты вследствие градиента температуры; вязкое течение — перенос импульса, связанный с градиентом средней массовой скорости.

Приведённые примеры относятся к явлениям переноса в гомогенных[1] системах, внутри которых отсутствуют поверхности раздела.

Явления переноса происходят также в гетерогенных[2] системах, состоящих из гомогенных частей (подсистем), отделённых друг от друга или естественными поверхностями раздела (как жидкость и её пар), или полупроницаемыми мембранами.

При появлении в гетерогенной системе разности (перепада) электрического потенциала, давления, температуры между подсистемами возникают необратимые потоки заряда, массы и теплоты. К подобным явлениям относятся: электрокинетические явления — перенос заряда и массы из-за перепада электрического потенциала и давления: термомеханические эффекты — перенос теплоты и массы из-за перепада температуры и давления. Явления переноса в газах изучает кинетическая теория газов.

Теплопроводность в твердых телах

Теплопроводность относится к явлениям переноса, причиной её является наличие градиента температуры между частями тела.

Теплопроводность – это передача внутренней энергии от одной части тела к другой без переноса вещества.

Молекулярно-кинетическая теория вещества объясняет этот процесс следующим образом. Так как температура – это мера средней кинетической энергии молекул, то различие температур двух участков тела свидетельствует о том, что кинетические энергии молекул в этих участках различны. Поэтому молекулы двух соприкасающихся слоев, сталкиваясь, передают свою кинетическую энергию от слоя к слою.

Уравнение теплопроводности

Количественно явление теплопроводности во всех телах описывается уравнением Фурье, согласно которому количество тепла dQ, прошедшее за время dt через некоторую площадку s, перпендикулярную направлению распространения тепла, выражается формулой:

$$dQ = -\lambda \frac{dT}{dl} S \cdot dt$$

Как следует из формулы, λ измеряется в СИ в единицах Дж/(м·с·К). Величина dT / dl характеризует быстроту изменения температуры в направлении

[1] ***Гомогенный*** - однородный по своему составу или происхождению.
[2] ***Гетерогенный*** - состоящий из различных по составу, свойствам, происхождению частей.

распространения тепла и численно равна изменению температуры тела на единице длины в этом направлении. Она называется *градиентом температуры*. Знак минус в уравнении Фурье указывает, что поток тепла направлен в сторону, противоположную градиенту температуры.

Коэффициент λ, зависящий от физической природы вещества и его состояния, называется *коэффициентом теплопроводности*. Физический смысл его можно установить из следующих соображений. Если положить в формуле (4) $s = 1$; $dt = 1$; и $dT / dl = 1$, то $dQ = \lambda$. Это означает, что *коэффициент теплопроводности численно равен количеству тепла, переносимому за 1 секунду через единицу площади, перпендикулярной направлению распространения тепла, если градиент температуры равен единице.*

Можно доказать, что $\lambda = (1/3)\, c_V\, \rho \langle v\rangle \langle l\rangle$,

где c_V — *удельная теплоемкость* газа при постоянном объеме (количество теплоты, которое необходимо для нагревания 1 кг газа на 1 К при постоянном объеме), ρ — плотность газа, $\langle v\rangle$ — средняя скорость теплового движения молекул, $\langle l\rangle$ — средняя длина свободного пробега.

ТЕОРИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

Теоретические сведения

В настоящей работе рассматривается теплопроводность металлов. Если взять металлический стержень и нагревать один конец его, то начнется перенос энергии и температура различных его участков будет повышаться. Дойдя до известного предела, температура для каждого определенного участка стержня делается постоянной. Такое состояние потока тепловой энергии, при котором температура отдельных участков тела с течением времени не меняется, является установившимся, или стационарным. При этом количество энергии, получаемой данным участком, равно количеству энергии, которое он отдает соседним.

В основу работы положен закон теплопроводности Фурье, который в интегральной форме имеет следующий вид:

$$Q = \lambda \frac{T_3 - T_1}{l} S \tau \qquad (1)$$

где S – площадь сечения стержня, м^2; l – длина стержня, м; T_2 – температура горячего слоя, ^oC; T_1 – температура холодного слоя, ^oC; τ – время в течение которого происходит перенос энергии, с.

Коэффициент пропорциональности λ и является коэффициентом теплопроводности данного вещества. Величина $\frac{T_3 - T_1}{l}$ представляет собой изменение температуры на единицу длины в направлении передачи теплоты и называется градиентом температуры.

Из формулы (1): $\lambda = \dfrac{Ql}{S\tau\left(T_3 - T_1\right)}$, Вт/(м·К).

Описание установки

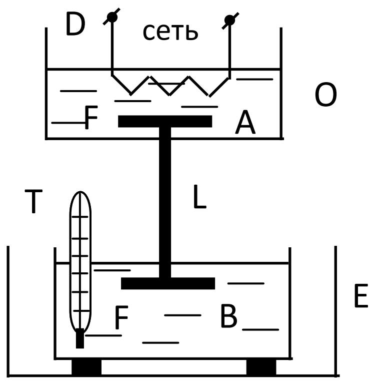


Рис. 1

Для определения коэффициента теплопроводности λ служит прибор, схематически представленный на рис.1, где O – кипятильник; D – электрический нагреватель; E – калориметр; L – металлический стержень, λ которого требуется определить в настоящей работе (его длина l и поперечное сечение S указаны на стенде около прибора); FA и FB – металлические пластинки для увеличения контакта стержня с водой в кипятильнике и калориметре.

Доведя воду в кипятильнике при помощи электрического нагревателя D до кипения и добившись стационарного потока через стержень L, с помощью термометра T измеряют в течение времени τ повышение температуры воды в калориметре E от некоторого начального значения T_1 до конечного T_2 (так как температура конца стержня, находящегося в калориметре, во время опыта повышается, то стационарность теплового потока, о которой здесь идет речь, лишь приблизительна).

За время τ в калориметр (допустим, что отсутствуют потери в окружающий воздух) поступит некоторое количество тепла Q. Это количество тепла, с одной стороны, можно выразить формулой (1), с другой стороны, если отсутствуют потери тепла, то все количество тепла Q пойдет на нагревание калориметра, пластинки F и воды. Поэтому, обозначив через m и c – массу и удельную теплоемкость калориметра; через m_1 и c_1 – массу и удельную теплоемкость пластинки FB, находящейся в калориметре E; и через $c_в$ и M – массу и удельную теплоемкость воды в калориметре, Q можно записать:

$$Q = (mc + m_1 c_1 + c_в M)\cdot(T_2 - T_1).$$

Величину ($mc + m_1 c_1 + c_в M$), Дж/К, представляющую суммарную теплоемкость системы, обозначим через C_Σ. Тогда

$$Q = C_\Sigma (T_2 - T_1). \tag{2}$$

Применяя формулу (1) для рассматриваемого количества тепла, нужно иметь в виду, что температура конца стержня, находящегося в калориметре, за время наблюдения изменяется от T_1 до T_2. Поэтому за температуру конца стержня, находящегося в калориметре, принимают среднюю его температуру:

$$T_{\text{ср}} = \frac{T_1 + T_2}{2}.$$

В формуле (1) температура $T_3 = 100^0$C - температура кипящей воды в кипятильнике. С учетом указанных замечаний формула (1) примет вид:

$$Q = \lambda \frac{T_3 - \frac{T_1 + T_2}{2}}{l} S\tau . \tag{3}$$

Приравнивая значения Q из (2) и (3), получим

$$C_\Sigma (T_2 - T_1) = \lambda \frac{T_3 - \frac{T_1 + T_2}{2}}{l} S\tau, \text{ откуда}$$

$$\lambda = \frac{C_\Sigma (T_2 - T_1) l}{\left(T_3 - \frac{T_1 + T_2}{2}\right) S\tau}. \tag{4}$$

Измерение и обработка результатов

1. Налить в кипятильник воды столько, чтобы уровень ее был ниже верхнего края кипятильника на 3 – 4 см.
2. Включить нагреватель D в сеть.
3. Через 5 мин. после начала кипения воды в кипятильнике налить в калориметр мензуркой 200 см^3 холодной водопроводной воды. Перемешав воду в калориметре мешалкой, замерить ее температуру T_1. Этот момент считать началом опыта. Поставить калориметр на подставку, которую поднять так, чтобы пластинка покрылась водой на 3 – 4 мм. Начать отсчет времени по часам.
4. Когда температура воды в калориметре повысится на 8 – 10°C, прекратить отсчет времени и записать конечную температуру T_2. В процессе нагревания воду в калориметре перемешивать, быстро поднимая и опуская калориметр.

5. Слить нагретую воду, промыть калориметр и, влив снова 200 см^3 воды, повторить опыт еще два раза. По окончании опыта выключить нагреватель D.

   ПРИМЕЧАНИЕ: вода в кипятильнике должна кипеть до конца измерений, чтобы температура T_3 была постоянной.

6. Результаты опытов занести в журнал наблюдений.

Журнал наблюдений

<table>
<tr><td rowspan="3">Номер опыта</td><td rowspan="3">Время, τ, С</td><td colspan="3">Температура, К</td><td rowspan="3">λ, Вт/(м•К)</td><td rowspan="3">$< \lambda >$, Вт/(м•К)</td></tr>
<tr><td colspan="2">В нижнем сосуде</td><td>В верхнем сосуде</td></tr>
<tr><td>T_1, К</td><td>T_2, К</td><td>T_3, К</td></tr>
<tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td rowspan="3"></td><td></td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

(l = 0.14 м – длина стержня; D = 0.017 м – диаметр стержня; C_{Σ} = 894 Дж/К).

Контрольные вопросы:

1. Что называется количеством теплоты? Единица его измерения?
2. Что называется явлением теплопроводности?
3. 3.Теплопроводность относится к явлениям переноса. Перенос какой физической величины происходит в этом случае? Приведите примеры других явлений переноса.
4. Объясните явление теплопроводности с точки зрения молекулярно-кинетической теории.
5. Какое состояние потока тепловой энергии называется стационарным?
6. Каким законом описывается явление теплопроводности? Напишите формулу этого закона и объясните смысл физических величин, входящих в него.
7. Какой физический смысл имеет коэффициент теплопроводности? От чего зависит коэффициент теплопроводности?
8. Опишите устройство калориметра.

Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики: В 3-х т. М.: Наука, 1982. Т.1.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики: Молекулярная физика и термодинамика. М.: 1981. Т.2.
3. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высш. Школа, 1985.
4. Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике. М.: Наука, 1985.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 11
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ ТЕПЛОЕМКОСТЕЙ ГАЗА

Выполнил студент _______________, группа __________, дата ____________.

Допуск ______________

Выполнение __________

Зачет ________________

Цель работы: Найти величину отношения C_P / C_V для воздуха.

Приборы и материалы

№ п\п	Наименование прибора	Цена деления	Предел измерения (x_{max})	Точность отсчета ($\Delta x_{пр}$)
1	Закрытый стеклянный баллон с двумя трубками и краном	-	-	-
2	Манометр			
3	Ручной нагнетательный насос	-	-	-

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

Теплоёмкость

Теплоёмкость *тела (обычно обозначается латинской буквой C) — физическая величина, определяющая отношение бесконечно малого количества теплоты δQ, полученного телом, к соответствующему приращению его температуры δT:*

$$C = \frac{dQ}{dT}$$

Единица измерения теплоёмкости в СИ — Дж/К.

Теплоемкость тела зависит только от его химического состава, массы, вида термодинамического процесса, в широком интервале температур – от температуры.

Понятие теплоёмкости определено как для веществ в различных агрегатных состояниях (твёрдых тел, жидкостей, газов), так и для ансамблей частиц и квазичастиц (в физике металлов, например, говорят о теплоёмкости электронного газа).

Удельная и молярная теплоёмкости

Удельной теплоемкостью вещества называется физическая величина, численно равная количеству энергии в форме теплоты, которое надо сообщить единице массы этого вещества для увеличения его температуры на 1 Кельвин (т.е. это теплоёмкость, отнесённая к единице массы вещества):

$$c = \frac{\Delta Q}{m \cdot \Delta T}, \text{ Дж/(кг·К)}$$

В общем случае удельная теплоемкость зависит от рода вещества и от вида термодинамического процесса, в котором телу сообщается количество теплоты.

Удельные теплоёмкости многих веществ приведены в справочниках (обычно для процесса при постоянном давлении). К примеру, удельная теплоёмкость жидкой воды при нормальных условиях — 4200 Дж/(кг·К); льда – 2100 Дж/(кг·К).

Количество теплоты, поглощённой телом при изменении его состояния, зависит не только от начального и конечного состояний (в частности, от их температуры), но и от способа, которым был осуществлен процесс перехода между ними. Поэтому для газов различают два вида теплоемкостей: если газ нагревают, сохраняя его объем постоянным (изохорно), говорят об удельной теплоемкости газа при постоянном объеме c_V; если же газ нагревают, сохраняя постоянным его давление (изобарно), то говорят об удельной теплоемкости газа при постоянном давлении c_P. У жидкостей и твёрдых тел разница между C_p и C_v сравнительно мала.

Часто пользуются *молярной теплоемкостью C_μ, которая, в отличие от удельной теплоемкости, отнесена не к единице массы (1 килограмму), а к массе одного моля вещества*. Очевидно, что

$$C_\mu = \mu c, \text{ Дж/(моль·К)}$$

Для газов молярную теплоемкость, рассчитанную при постоянном давлении, обозначают C_P, а рассчитанную при постоянном объеме – C_V. Следовательно, $C_P = \mu \cdot c_P$, $C_V = \mu \cdot c_V$.

Когда нагревание газа происходит при постоянном объеме, газ не совершает механической работы и все сообщаемое газу тепло идет только на увеличение его внутренней энергии ΔU, т.е.:

$$\Delta Q = m \cdot c_V \cdot \Delta T = \Delta U.$$

Если же нагревание газа происходит при постоянном давлении и, следовательно, объем газа увеличивается, то сообщаемое газу тепло ΔQ идет как на увеличение его внутренней энергии ΔU, так и на совершение газом работы ΔA над внешними телами, т.е. $\Delta Q = m \cdot c_P \cdot \Delta T = \Delta U + \Delta A$.

Из сопоставления формул следует, что $c_P > c_V$, т.е. удельная теплоемкость газа при постоянном давлении больше удельной теплоемкости того же газа при постоянном объеме. При этом, согласно уравнению Майера:

$$C_P = C_V + R.$$

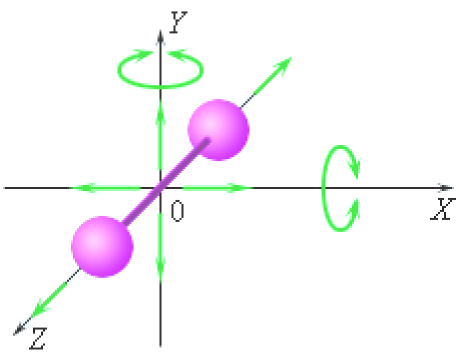
В данной работе требуется определить не абсолютные значения теплоемкостей газа, а их отношение, называемое коэффициентом Пуассона:

$$\gamma = \frac{c_P}{c_V} = \frac{C_P}{C_V}.$$

Теоретическое вычисление теплоемкости, в частности её зависимости от температуры тела, не может быть осуществлено с помощью чисто термодинамических методов и требует применения методов статистической физики.

Теплоёмкость идеального газа

Для газов вычисление теплоемкости сводится к вычислению средней энергии теплового движения отдельных молекул. Это движение складывается из поступательного и вращательного движений молекулы как целого и из колебаний атомов внутри молекулы.



Модель двухатомной молекулы.
Точка О совпадает с центром масс молекулы.

Рис. 1

На рис.1 изображена модель двухатомной молекулы. Молекула может совершать пять независимых движений: три поступательных движения вдоль осей X, Y, Z и два вращения относительно осей X и Y. Опыт показывает, что вращение относительно оси Z, на которой лежат центры обоих атомов, может быть возбуждено только при очень высоких температурах. При обычных температурах вращение около оси Z не происходит, так же как не вращается одноатомная молекула.

Каждое независимое движение называется степенью свободы. Таким образом, одноатомная молекула имеет 3 поступательные степени свободы, «жесткая» двухатомная молекула имеет 5 степеней (3 поступательные и 2 вращательные), а многоатомная молекула – 6 степеней свободы (3 поступательные и 3 вращательные). В классической статистической физике доказывается так называемая **теорема о равномерном распределении энергии по степеням свободы:**

если система молекул находится в тепловом равновесии при температуре *T*, то средняя кинетическая энергия равномерно распределена между всеми степенями свободы и для каждой степени свободы молекулы она равна 1\2 *kT*,

где k = 1,38·10^{-23} Дж/К – постоянная Больцмана.

Из этой теоремы следует, что молярные теплоемкости газа Cp и C_V и их отношение γ могут быть записаны в виде

$$C_V = \frac{i}{2}R, \quad C_p = C_V + R = \frac{i+2}{2}R, \quad \gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i}$$

где i – число степеней свободы молекулы газа.

Для газа, состоящего из **одноатомных молекул** (i = 3):

$$C_V = \frac{3}{2}R, \quad C_p = C_V + R = \frac{5}{2}R, \quad \gamma = \frac{5}{3}$$

Для газа, состоящего из **двухатомных молекул** (i = 5):

$$C_V = \frac{5}{2}R, \quad C_p = C_V + R = \frac{7}{2}R, \quad \gamma = \frac{7}{5}$$

Для газа, состоящего из **многоатомных молекул** (i = 6):

$$C_V = 3R, \quad C_p = C_V + R = 4R, \quad \gamma = \frac{4}{3}$$

Экспериментально измеренные теплоемкости многих газов при обычных условиях достаточно хорошо согласуются с приведенными выражениями. Однако, в целом классическая теория теплоемкости газов не может считаться вполне удовлетворительной. Существует много примеров значительных расхождений между теорией и экспериментом. Это объясняется тем, что классическая теория не в состоянии полностью учесть энергию, связанную с внутренними движениями в молекуле.

Теорему о равномерном распределении энергии по степеням свободы можно применить и к тепловому движению частиц в твердом теле.

Изотермический процесс

Изотермический процесс - *это процесс, происходящий в физической системе при постоянной температуре (T = const).*

При постоянной температуре dU =0, поэтому все сообщаемое системе количество теплоты расходуется на совершение работы против внешних сил.

Первый закон термодинамики для изотермического процесса записывается в виде:

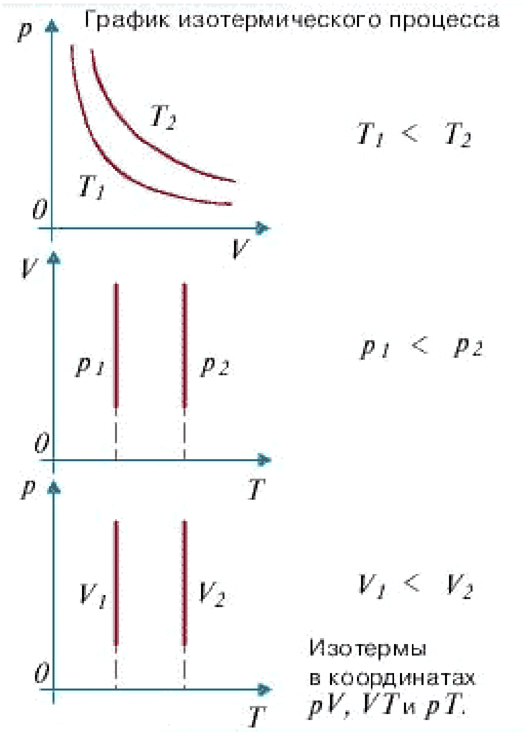
$$Q = A,$$

где подразумевается, что внутренняя энергия системы в изотермическом процессе не изменяется.

Для идеального газа изотермический процесс описывается законом Бойля — Мариотта: *для данной массы газа при постоянной температуре произведение численных значений давления газа на его объем постоянно:* ***pV=const***

Диаграмма изотермического процесса (изотерма) в координатах давление *p* — объем *V* изображается гиперболой.

График изотермического процесса



Адиабатный процесс

Основными параметрами, характеризующими состояние газа, являются давление *P*, объем *V* и температура *T*. Связь между этими параметрами для идеального устанавливается уравнением Клапейрона-Менделеева:

$$pV = \frac{m}{M} RT \,,$$

где *M* – масса одного моль газа, кг/моль; *m* – масса газа, кг; *T* – абсолютная температура газа, К; *R* = 8,31 Дж/(моль·К) – универсальная (молярная) газовая постоянная.

Если известны два из трех основных параметров газа, то третий может быть выражен через них. При изменении всех трех параметров газа начальные параметры (p_1, V_1, T_1) связаны с новыми параметрами того же количества газа (p_2, V_2, T_2) равенством $\dfrac{p_1V_1}{T_1} = \dfrac{p_2V_2}{T_2}$.

Адиабатный процесс *— это процесс, происходящий без теплообмена системы с окружающей средой*, т.е. $Q = 0$.

Адиабатный процесс можно осуществить в системе, окруженной теплоизолирующей (адиабатной) оболочкой. Пример такого процесса — рабочий такт тепловой машины, при котором газ (пар) расширяется в цилиндре с теплоизолирующими стенками и поршнем, при отсутствии необратимых превращений работы трения в теплоту. Адиабатный процесс можно реализовать и при отсутствии адиабатной оболочки; для этого он должен протекать настолько быстро, чтобы за время процесса не произошло теплообмена между системой и окружающей средой.

Первый закон термодинамики имеет вид:

$$\Delta U + A = 0 \quad \Rightarrow \quad A = -\Delta U$$

Это значит, что при адиабатном процессе система может выполнять работу над внешними телами только за счет убыли своей внутренней энергии. Если $A > 0$, то $\Delta U = -A < 0$, т.е. $U_2 < U_1$, а так как $U = \dfrac{im}{2M}RT$, то $T_2 < T_1$.

Как известно, газ совершает положительную работу, если $\Delta V > 0$.

Таким образом, *при адиабатном расширении газ совершает работу и сам охлаждается*. Наоборот, *при адиабатном сжатии* ($A < 0$) *над газом совершается работа и газ нагревается*.

При адиабатном процессе давление и объем связаны между собой уравнением:

$$p \cdot V^{\gamma} = \text{const} \ \text{ или } \ p \cdot T^{\gamma/(\gamma-1)} = \text{const},$$

где $\gamma > 1$ — показатель адиабаты (или коэффициент Пуассона). Это уравнение называется уравнением адиабаты или уравнением Пуассона.

Изменения энтропии S системы в обратимом адиабатическом процессе вследствие передачи тепла через границы системы не происходит:

$$\mathrm{d}S = \delta Q/T = 0$$

Здесь T – температура системы, δQ – теплота, полученная системой. Благодаря этому адиабатический процесс может быть составной частью обратимого цикла.

Адиабатное изменение состояния газа можно выразить графически. График этого процесса называют **адиабатой** (рис. 2). При одних и тех же начальных условиях (p_0, V_0) при адиабатном расширении давление газа уменьшается быстрее, чем при изотермическом, так как падение давления вызвано не только увеличением объема (как при изотермическом расширении), но и понижением температуры. Поэтому адиабата идет ниже изотермы и газ при адиабатном расширении совершает меньшую работу, чем при изотермическом расширении.

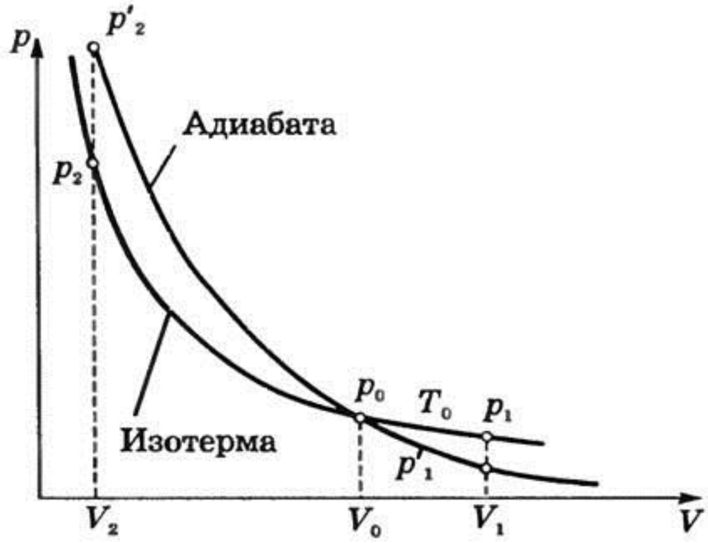


Рис. 2

При быстром сжатии (расширении) теплообмен произойти не успевает и процессы можно рассматривать как адиабатные (неравновесные). Поэтому любой газ при быстром сжатии нагревается (например, нагревание насоса при накачивании велосипедной шины). При сильном и быстром сжатии воздуха температура может повыситься настолько, что при наличии в воздухе паров бензина они воспламеняются. Это используется в дизельных двигателях для зажигания горючей смеси. Этим объясняется необходимость специального охлаждения мощных компрессоров.

Охлаждение воздуха при адиабатном расширении вызывает образование облаков.

2. ТЕОРИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

При быстром расширении или сжатии газа тепло не успевает пройти через стенки сосуда в окружающую среду, так что процесс такого расширения или сжатия близок к адиабатному. Давление газа при его сжатии растет как вследствие уменьшения объема, так и вследствие повышения его температуры, вызванного совершаемой над газом работой.

Для определения коэффициента Пуассона γ используется наполненный воздухом стеклянный сосуд (рис. 3), соединенный с ручным нагнетательным насосом и манометром М. Кран К позволяет отключить насос от баллона и соединить баллон с внешней средой.

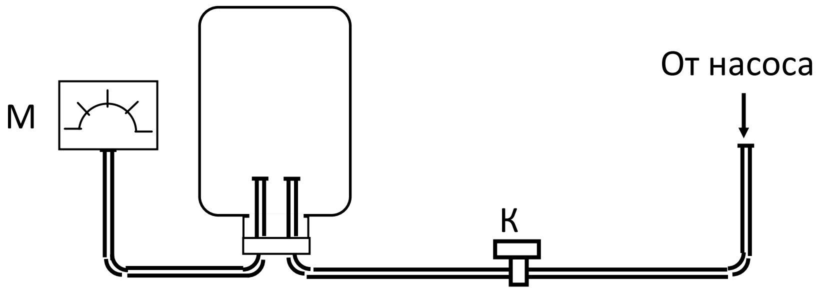


Рис. 3

Если с помощью насоса накачать в сосуд небольшое количество воздуха, то давление в нем повысится. Одновременно повысится и температура воздуха, но через несколько минут в результате теплообмена с окружающей средой температура воздуха в сосуде сравняется с температурой окружающей среды, т.е. станет равной T_1, К. Назовем это состояние первым и обозначим его точкой 1 (рис. 4).

Давление в сосуде в первом состоянии (при закрытом кране К и после того, как температура установится) $p_1 = P_{атм} + h_1$, где h_1 – разность между давлением в сосуде и атмосферным давлением, измеренная манометром и выраженная в тех же единицах измерения, что и $P_{атм}$. Удельный объем газа будет равен $v_1 = V/m$, где V – объем сосуда; m – масса газа в нем.

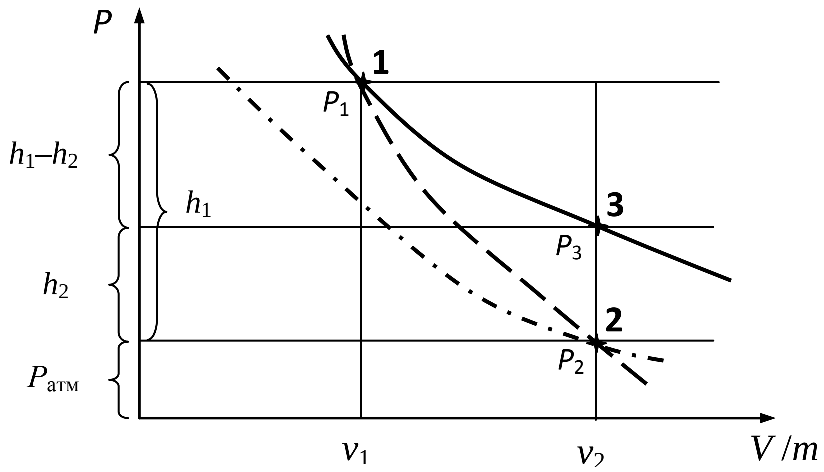


Рис. 4

Если быстро открыть кран К, то часть воздуха из сосуда выйдет наружу, в результате чего произойдет адиабатное расширение воздуха, находящегося в сосуде. Кран К нужно закрыть, как только манометр покажет, что давление в сосуде сравнялось с атмосферным. Параметрами второго состояния воздуха в сосуде будут: давление $p_2 = P_{атм}$, $T_2 < T_1$, $v_2 > v_1$. Точка 2 на рис.4, характеризующая второе состояние воздуха, будет лежать на одной адиабате с точкой 1.

Через несколько минут после закрытия крана К в результате теплообмена с окружающей средой температура воздуха в сосуде станет равной температуре окружающего воздуха $T_3 = T_к$. Удельный объем газа не изменится: $v_3 = v_2$, а давление в сосуде повысится до $p_3 = P_{атм} + h_2$.

Избыточное давление h_2 должно быть записано по показанию манометра.

Точка 3 на рис.4, характеризующая третье состояние воздуха в сосуде, лежит выше точки 2 на одной изохоре (линии постоянного объема) с ней. Точки 3 и 1 лежат на изотерме, которой соответствует температура T_1. При адиабатном расширении, т.е. при переходе газа из состояния 1 в состояние 2, справедливо уравнение Пуассона.

Из нашего опыта

$$p_1 \cdot T_к^{\gamma / 1 - \gamma} = p_2 \cdot T_2^{\gamma / \gamma - 1}. \tag{1}$$

Для изохорного процесса перехода газа из второго состояния в третье получим

$$\frac{p_2}{p_3} = \frac{T_2}{T_3} = \frac{T_2}{T_к}. \tag{2}$$

Подставив в уравнение (1) выражение $\frac{T_2}{T_к}$ из (2), получим

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{p_2}{p_3}\right)^{\gamma/1-\gamma} \text{ или } \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{1-\gamma} = \left(\frac{p_2}{p_3}\right)^{\gamma}.$$

Прологарифмировав это уравнение, найдем

$$(1-\gamma)(\lg p_1 - \lg p_2) = \gamma(\lg p_2 - \lg p_3),$$

откуда $\gamma = \dfrac{\lg p_1 - \lg p_2}{\lg p_1 - \lg p_3}$.

Заменив величины p_1, p_2, p_3 уже известными выражениями, получим

$$\gamma = \frac{\lg(P_{атм} + p_1) - \lg P_{атм}}{\lg(P_{атм} + p_1) - \lg(P_{атм} + p_2)}$$

Поскольку при больших значениях аргумента прирост логарифма пропорционален малому приросту аргумента, это уравнение можно упростить:

$$\gamma = \frac{p_1}{p_1 - p_2} \tag{3}$$

и определить коэффициент Пуассона по непосредственно измеренным в опыте величинам P_1 и P_2.

Измерения и обработка результатов

1. Ручным насосом накачать воздух в баллон так, чтобы стрелка манометра отклонилась на вторую половину шкалы.
2. Выждать несколько минут, пока давление воздуха в баллоне не перестанет уменьшаться (стрелка манометра перестанет отклоняться). Это произойдет при уменьшении температуры воздуха в баллоне до комнатной. Значение установившегося давления P_1 записать в журнал наблюдений.
3. Открыть кран К и, сбросив давление в баллоне до нуля, закрыть его.
4. В течение нескольких минут наблюдать за повышением давления в баллоне по показаниям манометра. Значение установившегося давления P_2 записать в журнал наблюдений.
5. Опыты по пунктам 1 – 4 повторить не менее пяти раз. Результаты измерений занести в таблицу.
6. Определить значение коэффициента Пуассона, сравнить его с теоретическим, рассчитанным по формуле:

$$\gamma_{\text{т}} = \frac{i+2}{i}$$

считая это значение истинным (где i = 5 – число степеней свободы молекул воздуха), и вычислить отклонение от теоретического значения $(\Delta\gamma = |\gamma_m - \langle\gamma\rangle|)$ и относительную погрешность измерения.

Журнал наблюдений

Номер измерения	p_1	p_2	$p_1 - p_2$	γ	$\langle\gamma\rangle$	$\Delta\gamma$	Относительная погрешность $\delta = (\Delta\gamma/\langle\gamma\rangle)\cdot 100\ \%$
1							
2							
3							
4							
5							

Окончательный результат:

$\gamma = \langle\gamma\rangle \pm \Delta\gamma =$ ____

Контрольные вопросы

1. Что называется теплоемкостью, удельной теплоемкостью и молярной теплоемкостью тела? Единицы их измерения?
2. От чего зависит теплоемкость тела?
3. От чего зависит удельная теплоемкость тела?
4. Сформулируйте закон равномерного распределения по степеням свободы молекул.
5. Какой процесс называется адиабатным?
6. Какой процесс называется изотермическим? Каким уравнением описывается этот процесс?
7. Назовите теплоемкости, отношения которых определяются в работе?
8. Напишите формулу уравнения Майера. Объясните, почему $C_p > C_v$?
9. Чему равно число степеней свободы молекул воздуха?
10. Напишите формулы, определяющие коэффициент Пуассона.
11. В каких пределах могут изменяться численные значения коэффициента Пуассона для различных газов?
12. Напишите формулу уравнения Пуассона. Какой процесс описывает это уравнение?
13. Почему на графике адиабата идет круче изотермы.

Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики: В 3-х т. М.: Наука, 1982. Т.1.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики: Молекулярная физика и термодинамика. М.: Наука, 1981. Т.2.
3. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высш. Школа, 1985.
4. Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике. М.: Наука, 1985.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 12
ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ МЕТОДОМ ОТРЫВА КОЛЬЦА

Выполнил студент ________________, группа __________, дата _________.

Допуск ______________

Выполнение __________

Зачет ________________

Цель работы: определить коэффициент поверхностного натяжения жидкостей.

Приборы и материалы

№ п\п	Наименование прибора	Цена деления	Предел измерения (x_{max})	Точность отсчета ($\Delta x_{пр}$)
1	Исследуемая жидкость	-	-	-
2	Сосуд	-	-	-
3	Кольцо	-	-	-
4	Динамометр			
5	Штангенциркуль			

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ
1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ
1.1 Строение жидкости

Молекулы вещества в жидком состоянии расположены почти вплотную друг к другу. В отличие от твердых кристаллических тел, в которых молекулы образуют упорядоченные структуры во всем объеме кристалла и могут совершать тепловые колебания около фиксированных центров, молекулы жидкости обладают большей свободой. Каждая молекула жидкости, также как и в твердом теле, «зажата» со всех сторон соседними молекулами и совершает тепловые колебания около некоторого положения равновесия. Однако, время от времени любая молекула может переместиться в соседнее вакантное место. Такие перескоки в жидкостях происходят довольно часто; поэтому молекулы не привязаны к определенным центрам, как в кристаллах, и могут перемещаться по всему объему жидкости. Этим объясняется текучесть жидкостей. Из-за сильного взаимодействия между близко расположенными молекулами они могут образовывать локальные (неустойчивые) упорядоченные группы, содержащие несколько молекул. Это явление называется *ближним порядком* (рис. 1).

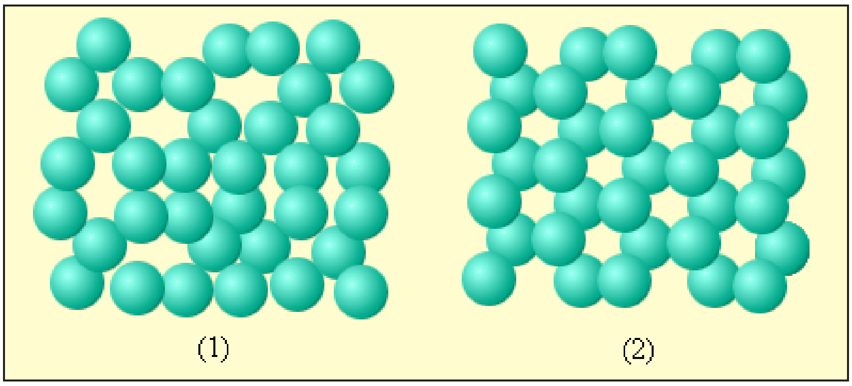


Рис.1

Пример ближнего порядка молекул жидкости и дальнего порядка молекул кристаллического вещества: 1 – вода; 2 – лед

1.2 Поверхностное натяжение

Наиболее интересной особенностью жидкостей является наличие *свободной поверхности*. Жидкости, так же как и твердые тела, обладают большой объемной упругостью, т.е. сопротивляются изменению своего объема, но, как и газы, не обладают упругостью формы. Жидкость, в отличие от газов, не заполняет весь объем сосуда, в который она налита. Поверхность жидкости, соприкасающейся с другой средой, например с ее собственным паром, с какой-либо другой жидкостью или с твердым телом (в частности, со стенками сосуда, в котором она содержится), находится в особых условиях по сравнению с остальной массой жидкости.

Возникают эти особые условия потому, что молекулы пограничного слоя жидкости, в отличие от молекул в ее глубине, окружены молекулами той же жидкости не со всех сторон. Часть «соседей» поверхностных молекул - это частицы второй среды, с которой жидкость граничит. Она, эта среда, может отличаться от жидкости как природой, так и плотностью частиц. Имея же разных соседей, молекулы поверхностного слоя и взаимодействуют с ними различным образом. Поэтому силы, действующие на каждую молекулу в этом слое, оказываются неуравновешенными: существует некоторая равнодействующая сила, направленная либо в сторону объема жидкости, либо в сторону объема граничащей с ней среды. Вследствие этого, перемещение молекулы из поверхностного слоя в глубь жидкости или в глубь среды, с которой она граничит, сопровождается совершением работы (внутри жидкости молекулы, со всех сторон окруженные точно такими же частицами, находятся в равновесии, и их перемещение истребует затраты работы). Величина и знак этой работы зависят от соотношения между силами взаимодействия молекул поверхностного слоя со «своими» же молекулами и с молекулами второй среды.

В случае, если жидкость граничит со своим собственным паром (насыщенным), т.е. в случае, когда мы имеем дело с одним веществом, сила, испытываемая молекулами поверхностного слоя, направлена внутрь жидкости. Это объясняется тем, что плотность молекул в жидкости много больше, чем в насыщенном паре над жидкостью (вдали от критической температуры), и поэтому сила притяжения, испытываемая молекулой поверхностного слоя со стороны молекул жидкости, больше, чем со стороны молекул пара.

На молекулу жидкости действуют силы притяжения со стороны окружающих молекул, расположенных от нее на расстоянии порядка 10^{-9} м (радиус молекулярного действия). Эти силы имеют значительную величину, но быстро убывают с расстоянием, так что с некоторого расстояния ими можно пренебречь. На молекулу M_1, расположенную внутри жидкости (рис. 2), действуют силы со стороны таких же молекул, и равнодействующая этих сил близка к нулю.

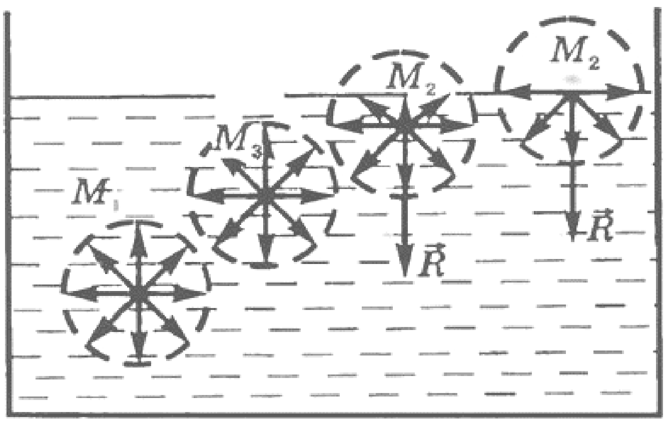


Рис. 2

Для молекул M_2 равнодействующие сил отличны от нуля и направлены внутрь жидкости, перпендикулярно к ее поверхности. Таким образом, все молекулы жидкости, находящиеся в поверхностном слое, втягиваются внутрь жидкости. Но пространство внутри жидкости занято другими молекулами, поэтому *поверхностный слой создает давление на жидкость (молекулярное давление)*. Молекулярное давление достаточно велико – порядка десяти тысяч атмосфер. Этим объясняется практически малая сжимаемость жидкостей: внешнее давление величиной даже в несколько сот атмосфер является лишь небольшой добавкой к внутреннему давлению.

Чтобы переместить молекулу M_3, расположенную непосредственно под поверхностным слоем, на поверхность, необходимо совершить работу против сил молекулярного давления. Следовательно, молекулы поверхностного слоя жидкости обладают дополнительной потенциальной энергией по сравнению с молекулами внутри жидкости. Эту энергию называют *поверхностной энергией*.

Так как любая система, предоставленная сама себе, стремится занять такое положение, в котором ее потенциальная энергия наименьшая, то жидкость обнаруживает стремление к сокращению свободной поверхности. Поверхностный слой жидкости ведет себя подобно растянутой резиновой пленке, т.е. все время стремится сократить площадь своей поверхности до минимальных размеров, возможных при данном объеме. Например, капля жидкости в состоянии невесомости имеет сферическую форму.

Свойство поверхности жидкости сокращаться можно истолковать как существование сил, стремящихся сократить эту поверхность. Молекула M_1 (рис. 3), расположенная на поверхности жидкости, взаимодействует не только с молекулами, находящимися внутри жидкости, но и с молекулами, находящимися на поверхности жидкости, расположенными в пределах сферы молекулярного действия. Для молекулы M_1 равнодействующая $\vec{R}$ молекулярных сил, направленных вдоль свободной поверхности жидкости, равна нулю, а для молекулы M_2, расположенной у границы поверхности жидкости, $\vec{R}\neq 0$ и $\vec{R}$ *направлена по нормали к границам свободной поверхности и по касательной к самой поверхности жидкости*.

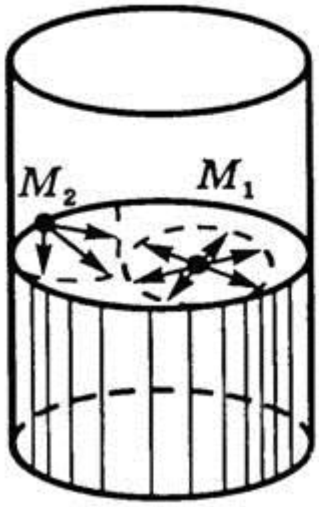


Рис. 3

Равнодействующая сил, действующих на все молекулы, находящиеся на границе свободной поверхности, и есть сила *поверхностного натяжения*. В целом она действует так, что стремится сократить поверхность жидкости.

Таким образом, поверхностный слой жидкости представляет собой как бы эластичную растянутую пленку, охватывающую всю жидкость и стремящуюся собрать ее в одну «каплю». Такая модель (эластичная растянутая пленка) позволяет определять направление сил поверхностного натяжения. Например, если пленка под действием внешних сил растягивается, то сила поверхностного натяжения будет направлена вдоль поверхности жидкости против растяжения. Однако это состояние существенно отличается от натяжения упругой резиновой пленки. Упругая пленка растягивается за счет увеличения расстояния между частицами, при этом сила натяжения возрастает, при растяжении же жидкой пленки расстояние между частицами не меняется, а увеличение поверхности достигается в результате перехода молекул из толщи жидкости в поверхностный слой. Поэтому при увеличении поверхности жидкости сила поверхностного натяжения не изменяется (она не зависит от площади поверхности).

Выделим мысленно часть поверхности жидкости, ограниченную замкнутым контуром. Тенденция этого участка к сокращению приводит к тому, что он действует на граничащие с ним участки с силами, распределенными по всему контуру. Эти силы называются силами поверхностного натяжения. Направлена сила поверхностного натяжения по касательной к поверхности жидкости перпендикулярно к участку контура, на который она действует (рис. 4).

Рис. 4

Отсюда следует, что, перемещаясь из поверхностного слоя внутрь жидкости, молекула совершает *положительную* работу. Наоборот, переход молекул из объема жидкости к поверхности сопровождается *отрицательной* работой, т. е. требует затраты внешней работы.

Однако кроме внутренних сил взаимодействия между частицами, из-за которых и возникают силы поверхностного натяжения, на жидкость обычно действуют еще и внешние силы. Это, во-первых, сила тяжести и, во-вторых, силы взаимодействия частиц жидкости с частицами твердых стенок сосуда, в котором она содержится. Поэтому действительная форма, которую принимает жидкость, определяется соотношением этих трех сил.

Рассмотрим сначала роль силы тяжести. Это сила объемная, действующая на весь объем жидкости. Так как с изменением массы жидкости ее объем изменяется быстрее, чем ее поверхность, то при достаточно большой массе роль поверхностных сил очень мала по сравнению с силами объемными; поверхностная энергия в этом случае почти не играет роли и форма жидкости определяется главным образом потенциальной энергией, обусловленной силой тяжести. Под действием силы тяжести жидкость стремится разлиться и принять форму тонкого слоя - это соответствует минимальной потенциальной энергии в поле сил тяжести.

Но если тем или иным путем исключить или существенно уменьшить действие силы тяжести, то определяющими окажутся уже силы поверхностного натяжения, даже если они малы. В таких случаях жидкость принимает форму шара.

Т.о., поверхностное натяжение имеет двойной физический смысл — энергетический (термодинамический) и силовой (механический). Энергетическое (термодинамическое) определение: *поверхностное натяжение — это удельная работа увеличения поверхности при её растяжении при условии постоянства температуры.* Силовое (механическое) определение: поверхностное натяжение — это *сила, действующая на единицу длины линии, которая ограничивает поверхность жидкости.*

Сила поверхностного натяжения направлена по касательной к поверхности жидкости, перпендикулярно к участку контура, на который она действует и пропорциональна длине этого участка.

Само ***явление поверхностного*** *натяжения* можно кратко определить как ***стремление жидкости сократить свою свободную поверхность.***

Проявления поверхностного натяжения:

- в невесомости капля принимает сферическую форму (сфера имеет наименьшую площадь поверхности среди всех тел одинакового объёма).
- струя воды «слипается» в цилиндр.
- маленькие объекты с плотностью, большей плотности жидкости, способны «плавать» на поверхности жидкости, так как сила тяготения меньше силы, препятствующей увеличению площади жидкости.
- некоторые насекомые (например, водомерки) способны передвигаться по воде, удерживаясь на её поверхности за счёт сил поверхностного натяжения.
- на поверхностях, именуемых несмачиваемыми, вода (или другая жидкость) собирается в капли.

1.3. Коэффициент поверхностного натяжения

Если при постоянной температуре обратимым путем изменить поверхность жидкости на бесконечно малую величину dS, то необходимая для этого работа

$$dA = -\sigma \cdot dS \tag{1}$$

Знак минус указывает на то, что увеличение поверхности ($dS > 0$) сопровождается отрицательной работой.

Коэффициент σ является основной величиной, характеризующей свойства поверхности жидкости, и называется *коэффициентом поверхностного натяжения* ($\sigma > 0$). Следовательно, ***коэффициент поверхностного натяжения измеряется работой, необходимой для увеличения площади поверхности жидкости при постоянной температуре на единицу.***

Очевидно, в СИ σ имеет размерность Дж/м^2.

Из сказанного ясно, что молекулы поверхностного слоя жидкости обладают избыточной по сравнению с молекулами, находящимися в объеме жидкости, потенциальной энергией. Обозначим ее U_S. Эта энергия, как всегда, измеряется работой, которую могут совершить молекулы поверхности, перемещаясь внутрь жидкости под действием сил притяжения со стороны молекул в объеме жидкости.

Поскольку энергия U_S обязана своим происхождением наличию поверхности жидкости, то она должна быть пропорциональна площади S поверхности жидкости:

$$U_S = \sigma \cdot S$$

Тогда изменение площади поверхности ***dS*** повлечет за собой изменение потенциальной энергии

$$dU_S = \sigma \cdot dS, \tag{2}$$

которое сопровождается работой

$$dA = -dU_S = -\sigma \cdot dS$$

в полном соответствии с (1).

Если, как было указано, изменение поверхности S осуществляется при постоянной температуре, т. е. изотермически (и обратимо), то, как известно, потребная для этого работа равна изменению свободной энергии ***F*** поверхности:

$$dA = -dF$$

(Если изменение поверхности жидкости произвести адиабатно, то ее температура изменится. Например, увеличение поверхности приведет к ее охлаждению). Значит, избыточная потенциальная энергия поверхности жидкости, о которой говорилось выше, является свободной энергией поверхности и, следовательно,

$$\sigma = F/S$$

т. е. ***коэффициент поверхностного натяжения жидкости*** может быть определен как ***модуль силы поверхностного натяжения, действующей на единицу длины линии, ограничивающей поверхность***.

Коэффициент поверхностного натяжения жидкости существенно зависит от того, с какой средой граничит жидкость. Естественно ожидать, что коэффициент поверхностного натяжения на границе двух жидкостей должен быть меньше, чем на свободной поверхности жидкости. Это можно объяснить тем, что силы взаимодействия между молекулами граничащих жидкостей и молекулами каждой жидкости между собой направлены в противоположные стороны.

Хорошо известно, что снижение поверхностного натяжения достигается введением в жидкость поверхностно-активных веществ, уменьшающих ее свободную поверхностную энергию (мыло, жирные кислоты). Это обусловлено тем, что силы взаимодействия между молекулами примеси и растворителя обычно не равны силам взаимодействия между молекулами чистого растворителя. Если первые из упомянутых сил меньше, чем вторые, то такие вещества называются поверхностно-активными. Так как молекулы примеси притягиваются молекулами растворителя слабее, чем молекулы самого растворителя, то молекулы растворителя из поверхностного слоя втягиваются внутрь жидкости. В результате этого в поверхностном слое увеличивается концентрация молекул примеси, вследствие чего и уменьшается поверхностное натяжение. Поверхностный слой оказывается обедненным молекулами растворителя и обогащенным молекулами примеси. Это явление носит название адсорбции. Им объясняется устойчивость жидких пленок, пены и т.д. Адсорбция является процессом, который сопровождается понижением свободной энергии поверхностного слоя жидкости. Действительно, как показывает эксперимент, коэффициент поверхностного натяжения чистой воды при комнатной температуре равен 0,0725 Дж/м^2, тогда как раствор мыла в воде при тех же условиях характеризуется коэффициентом поверхностного натяжения, равным 0,040 Дж/м^2.

Поверхностное натяжение различных жидкостей на границе с собственным паром изменяется в широких пределах: от единиц для сжиженных низкокипящих газов до нескольких тысяч мН/м для расплавленных тугоплавких веществ.

Ниже, в таблице 1, приведены значения коэффициентов поверхностного натяжения некоторых жидкостей.

Таблица 1

Жидкость	**T, ºC**	**σ, Дж/м^2**
Вода (чистая)	20	0,0725
Раствор мыла	20	0,040
Спирт	20	0,022
Эфир	25	0,017
Ртуть	20	0,470
Золото расплавленное	1130	1,102
Жидкий водород	-253	0,0021
Гелий	-269	0,00012

Из приведенных данных наглядно видно, что у легко испаряющихся жидкостей (спирт, эфир) коэффициент поверхностного натяжения более чем на порядок отличается от значения для таких жидкостей, как ртуть. Это обстоятельство отражает тот факт, что силы молекулярного взаимодействия в спирте и эфире значительно слабее, чем взаимодействие молекул ртути.

Наибольшее значение силы поверхностного натяжения обнаруживают в расплавленных металлах, наименьшее – у жидкого водорода и, особенно, у жидкого гелия. Установлено, что для разных жидкостей коэффициент поверхностного натяжения может принимать значения в интервале от единицы до двух тысяч.

Коэффициент поверхностного натяжения зависит от температуры. С увеличением температуры величина коэффициента поверхностного натяжения уменьшается и равна нулю при критической температуре.

1.4 Определение коэффициента поверхностного натяжения

Способы определения поверхностного натяжения делятся на статические и динамические. В статических методах поверхностное натяжение определяется у сформировавшейся поверхности, находящейся в равновесии. Динамические методы связаны с разрушением поверхностного слоя. Одним из таких динамических методов является метод *дю Нуи* (метод отрыва кольца), используемый в данной работе. Метод является классическим. Сущность его вытекает из названия. Металлическое кольцо поднимают из жидкости, смачивающей его, усилие отрыва и есть сила поверхностного натяжения и может быть пересчитано в поверхностную энергию.

2. ТЕОРИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

Теоретические сведения

Рассмотрим кольцо с наружным диаметром D и шириной b, касающееся поверхности жидкости (рис. 5).

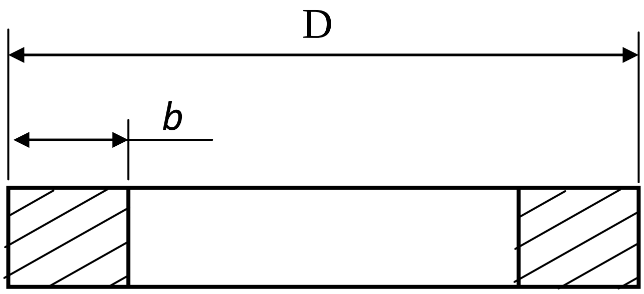


Рис. 5

При поднятии кольца над поверхностью жидкости между кольцом и поверхностью образуется пленка. Внешняя поверхность этой пленки тянет кольцо вниз с силой $\sigma\pi D$, а внутренняя поверхность – с силой $\sigma\pi(D - 2b)$.

Результирующая сила, удерживающая кольцо, равна

$$\sigma\pi D+\sigma\pi(D-2b)=2\sigma\pi(D-b).$$

В момент отрыва кольца от поверхности жидкости $F=2\sigma\pi(D-b)$, откуда

$$\sigma = \frac{F}{2\pi(D - b)} \tag{3}$$

Диаметр и ширина кольца измеряются штангенциркулем, а сила поверхностного натяжения – с помощью динамометра. Если кольцо приводится в соприкосновение с поверхностью жидкости в сосуде, а затем оно поднимается до тех пор, пока не оторвется от жидкости, то по динамометру в момент отрыва кольца можно определить величину силы F, необходимой для отрыва кольца от жидкости. Зная эту силу, коэффициент поверхностного натяжения определяют по формуле (3).

Измерения и обработка результатов

1. В нескольких местах измерить наружный диаметр кольца D . Среднее из полученных значений занести в журнал наблюдений.
2. Аналогично измерить и записать в журнал наблюдений ширину кольца b.
3. Налить в резервуар исследуемую жидкость и, аккуратно опустив кольцо до соприкосновения с жидкостью, установить стрелку динамометра на 0.

Примечание: проследить, чтобы кольцо соприкасалось с жидкостью равномерно по всему своему периметру.

4. Аккуратно вращая подъемный винт динамометра, поднять кольцо до его отрыва от жидкости. Заметить и записать в журнал наблюдений показания динамометра (количество делений n) в момент отрыва кольца от жидкости. Зная цену деления динамометра c, определить и записать в журнал наблюдений значение силы поверхностного натяжения F.
5. Повторить опыт по определению силы F два раза, занося результаты измерений в журнал наблюдений.
6. Записать температуру, при которой производились измерения.
7. Вычислить абсолютную и относительную погрешности измерения.

Журнал наблюдений

Номер измерения	D, м	b, м	n	c, Н / дел	F, Н	σ Н / м	$<\sigma>$ Н / м	Относительная погрешность δ %
1								
2								
3								

Расчет погрешностей измерений:

1). *Расчет погрешности измерения силы:*

1.1. $F_1 =$ ____; $F_2 =$ ____; $F_3 =$ ____.

1.2. $<F> = (F_1 + F_2 + F_3)/3 =$ _______________.

1.3. $\Delta F_1 = <F> - F_1 =$ ____________________

$\Delta F_2 = <F> - F_2 =$ ____________________

$\Delta F_3 = <F> - F_3 =$ ____________________

1.4. $(\Delta F_1)^2 =$ ____; $(\Delta F_2)^2 =$ ____; $(\Delta F_3)^2 =$ ____ .

1.5. $\sigma_F = \sqrt{\dfrac{(\Delta F_1)^2 + (\Delta F_2)^2 + (\Delta F_3)^2}{n(n-1)}} =$ ____________ .

1.6. $t_m =$ ____.

1.7. $\Delta F = t_m \sigma_F =$ _________________________.

1.8. $(\Delta F_{пр})^2 =$ ____.

1.9. Т.к. $\Delta F >> \Delta F_{пр}$, то $\Delta F =$ __________.

1.10. $F = <F> \pm \Delta F =$ __________.

1.11. $\delta = (\Delta F\ /\ <F>)\bullet 100\% =$ ________________.

2). *Расчет погрешности измерения диаметра кольца:*

2.1. $D_1 =$ ____; $D_2 =$ ____; $D_3 =$ ____.

2.2. $<D> = (D_1 + D_2 + D_3)/3 =$ _______________.

2.3. $\Delta D_1 = <D> - D_1 =$ ____________________

$\Delta D_2 = <D> - D_2 =$ ____________________

$\Delta D_3 = <D> - D_3 =$ ____________________.

2.4. $(\Delta D_1)^2 =$ ____; $(\Delta D_2)^2 =$ ____; $(\Delta D_3)^2 =$ ____.

2.5. $\sigma_D = \sqrt{\dfrac{(\Delta D_1)^2 + (\Delta D_2)^2 + (\Delta D_3)^2}{n(n-1)}} =$ _______________.

2.6. $t_m =$ ____. 2.7. $\Delta D = t_m \bullet \sigma_D =$ __________.

2.8. $\Delta t_{\text{пр}} =$ ____ $\ll \Delta D =$ ____.

2.9. $D = <D> \pm \Delta D =$ _________.

2.10. $\delta = (\Delta D\ /\ <D>)\cdot 100\% =$ ______________.

3). *Расчет погрешности измерения толщины кольца:*

3.1. $b_1 =$ ____; $b_2 =$ ____; $b_3 =$ ____.

3.2. $<b> = (b_1 + b_2 + b_3)\ /\ 3 =$ _______________.

3.3. $\Delta b_1 = <b> - b_1 =$ ____________________

$\Delta b_2 = <b> - b_2 =$ ____________________

$\Delta b_3 = <b> - b_3 =$ ____________________.

3.4. $(\Delta b_1)^2 =$ ____; $(\Delta b_2)^2 =$ ____; $(\Delta d_3)^2 =$ ____.

3.5. $\sigma_b = \sqrt{\dfrac{(\Delta b_1)^2 + (\Delta b_2)^2 + (\Delta b_3)^2}{n(n-1)}} =$ _______________.

3.6. t_m = ____.

3.7. $\Delta b = t_m \cdot \sigma_b$ = __________.

3.8. $\Delta t_{\text{пр}}$ = ____ << Δb = ____.

3.9. $b = \langle b \rangle \pm \Delta b$ = _________.

3.10. $\delta = (\Delta b / \langle b \rangle) \cdot 100\%$ = ______________.

4). *Расчет погрешности вычисления коэффициента поверхностного натяжения:*

4.1. Наиболее вероятное значение σ: $\sigma = \dfrac{< F >}{2\pi\left(< D > - < b >\right)}$ = ________ .

4.2. Находим частные производные:

$\partial\sigma / \partial F = 1 / [2\pi(D - b)]$;

$\partial\sigma / \partial D = -F / [2\pi(D - b)^2]$;

$\partial\sigma / \partial b = F / [2\pi(D - b)^2]$.

4.4. Абсолютная погрешность:

$$\Delta\sigma = \sqrt{\left(\partial\sigma/\partial F\right)^2\left(\Delta F\right)^2 + \left(\partial\sigma/\partial D\right)^2\left(\Delta D\right)^2 + \left(\partial\sigma/\partial b\right)^2\left(\Delta b\right)^2} =$$

____________________________.

4.5. $\langle\sigma\rangle = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$ = ____________________.

4.6. ***Окончательный результат:*** $\sigma = \langle\sigma\rangle \pm \Delta\sigma$ = ______________.

4.7. ***Относительная погрешность:***

$\delta = (\Delta\sigma / \langle\sigma\rangle) \cdot 100\%$ = _________________.

Контрольные вопросы

1. Особенности строения жидкости. Что называется «ближним порядком»?
2. Что называется явлением поверхностного натяжения?
3. Объясните двойной физический смысл явления поверхностного натяжения.

4. Объясните явление поверхностного натяжения с точки зрения молекулярно-кинетической теории.
5. Как направлена сила поверхностного натяжения?
6. Что называется коэффициентом поверхностного натяжения? От чего он зависит?
7. Опишите устройство прибора для определения силы поверхностного натяжения.
8. Выведите формулу для определения величины σ.

Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики: В 3-х т. М.: Наука, 1982. Т.1
2. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высш. Школа, 1985.
3. Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике. М.: Наука, 1985.
4. Кортнев А.В., Рублев Ю.В., Куценко А.Н. Практикум по физике.- М.: Высш. школа, 1965.
5. Майсова Н.Н. Практикум по курсу общей физики. – М.: Высш.школа, 1970.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 13

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ ПО МЕТОДУ СТОКСА

Выполнил студент _______________, группа ___________, дата _______.

Допуск ______________

Выполнение __________

Зачет ________________

Цель работы: Ознакомиться с основными законами движения вязкой жидкости и экспериментально определить коэффициент внутреннего трения жидкости.

Приборы и материалы

№ п\п	Наименование прибора	Цена деления	Предел измерения (x_{max})	Точность отсчета ($\Delta x_{пр}$)
1	Цилиндр с вязкой жидкостью	-	-	-
2	Дробинки	-	-	-
3	Секундомер			
4	Линейка			
5	Штангенциркуль			

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

1.ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

Явление внутреннего трения (вязкость)

Идеальная жидкость, т.е. жидкость, движущаяся без трения, является абстрактным понятием. Всем реальным жидкостям и газам в большей или меньшей степени присуща вязкость или внутреннее трение. Вязкость (внутреннее трение) наряду с диффузией и теплопроводностью относится к явлениям переноса и наблюдается только в движущихся жидкостях и газах. Вязкость проявляется в том, что возникающее в жидкости или газе движение после прекращения действия причин, его вызвавших, постепенно прекращается.

Вязкость *(внутреннее трение) — одно из явлений переноса, свойство текучих тел (жидкостей и газов) оказывать сопротивление перемещению одной их части относительно другой. В результате происходит рассеяние в виде тепла энергии, затрачиваемой на это перемещение.*

Механизм внутреннего трения в жидкостях и газах заключается в том, что хаотически движущиеся молекулы *переносят импульс* из одного слоя в другой, что приводит к выравниванию скоростей — это описывается введением силы трения. Вязкость твёрдых тел обладает рядом специфических особенностей и рассматривается обычно отдельно.

Молекулярно-кинетическая теория объясняет вязкость движением и взаимодействием молекул.

В жидкостях, где расстояния между молекулами много меньше, чем в газах, вязкость обусловлена в первую очередь межмолекулярным взаимодействием, ограничивающим подвижность молекул. В жидкости молекула может проникнуть в соседний слой лишь при образовании в нём полости, достаточной для перескакивания туда молекулы. На образование полости (на «рыхление» жидкости) расходуется так называемая энергия активации вязкого течения. Энергия активации уменьшается с ростом температуры и понижением давления. В этом состоит одна из причин резкого снижения вязкости жидкостей с повышением температуры и роста её при высоких давлениях. При повышении давления до нескольких тыс. атмосфер вязкость увеличивается в десятки и сотни раз. Строгая теория вязкости жидкостей, в связи с недостаточной разработанностью теории жидкого состояния, ещё не создана.

Вязкость отдельных классов жидкостей и растворов зависит от температуры, давления и химического состава.

Вязкость жидкостей зависит от химической структуры их молекул. В рядах сходных химических соединений (насыщенные углеводороды, спирты, органические кислоты и т.д.) Вязкость изменяется закономерно — возрастает с возрастанием молекулярной массы. Высокая вязкость смазочных масел объясняется наличием в их молекулах циклов. Две жидкости различной вязкости, которые не реагируют друг с другом при смешивании, обладают в смеси средним значением вязкости. Если же при смешивании образуется химическое соединение, то вязкость смеси может быть в десятки раз больше, чем вязкость исходных жидкостей.

Возникновение в жидкостях (дисперсных системах или растворах полимеров) пространственных структур, образуемых сцеплением частиц или макромолекул, вызывает резкое повышение вязкости. При течении «структурированной» жидкости работа внешней силы затрачивается не только на преодоление вязкости, но и на разрушение структуры.

В газах расстояния между молекулами существенно больше радиуса действия молекулярных сил, поэтому Вязкость газов определяется главным образом молекулярным движением. Между движущимися относительно друг друга слоями газа происходит постоянный обмен молекулами, обусловленный их непрерывным хаотическим (тепловым) движением. Переход молекул из одного слоя в соседний, движущийся с иной скоростью, приводит к переносу от слоя к слою определённого импульса. В результате медленные слои ускоряются, а более быстрые замедляются. Работа внешней силы *F*, уравновешивающей вязкое сопротивление и поддерживающей установившееся течение, полностью переходит в теплоту. Вязкость газа не зависит от его плотности (давления), так как при сжатии газа общее количество молекул, переходящих из слоя в слой, увеличивается, но зато каждая молекула менее глубоко проникает в соседний слой и переносит меньший импульс (закон Максвелла).

Вязкость — важная физико-химическая характеристика веществ. Значение вязкости приходится учитывать при перекачивании жидкостей и газов по трубам (нефтепроводы, газопроводы). Вязкость расплавленных шлаков весьма существенна в доменном и мартеновском процессах. Вязкость расплавленного стекла определяет процесс его выработки. По вязкости во многих случаях судят о готовности или качестве продуктов или полупродуктов производства, поскольку вязкость тесно связана со структурой вещества и отражает те физико-химические изменения материала, которые происходят во время технологических процессов. Вязкость масел имеет большое значение для расчёта смазки машин и механизмов и т.д.

Прибор для измерения вязкости называется *вискозиметром*.

Влияние температуры на вязкость

Вязкость веществ существенно зависит от температуры. С *ростом температуры* вязкость газов увеличивается, а *вязкость жидкостей уменьшается*. Это объясняется тем, что кинетическая энергия каждой молекулы жидкости возрастает быстрее, чем потенциальная энергия взаимодействия между ними. Поэтому все смазки всегда стараются охладить, иначе это грозит простой утечкой через узлы.

Сила вязкого трения

Явление внутреннего трения с макроскопической точки зрения связано с возникновением сил трения между слоями газа или жидкости, перемещающимися параллельно друг другу с различными по величине скоростями. На движущийся слой действует ускоряющая сила. Наоборот, медленно перемещающийся слой тормозит более быстро движущиеся слой газа (жидкости). Силы трения, которые при этом возникают, направлены по касательной к поверхности соприкосновения слоев.

Причиной вязкости является наличие градиента[1] *скорости* $\Delta U/\Delta n$ *между движущимися слоями жидкости (газа); при этом между слоями осуществляется перенос импульса.*

Рассмотрим известный опыт Ньютона. Пусть имеются две параллельные пластинки (рис. 1), между которыми находится газ (жидкость).

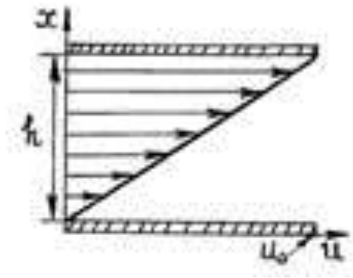


Рис. 1

Расстояние между пластинками h. Нижнюю пластинку будем удерживать неподвижно, верхнюю заставим двигаться в одном и том же направлении в своей плоскости с постоянной скоростью u_0.

Слой газа, непосредственно прилегающий к верхней пластинке, будет иметь ту же скорость u_0, что и пластинка, слой же газа, прилегающий к нижней пластинке, находится в покое. Как показывает опыт, любой промежуточный слой движется со скоростью u, пропорциональной расстоянию x от неподвижной пластинки, т. е.

$$u = ax \tag{1}$$

Постоянная a определяется из условия, что при $x=h$ $u=u_0$, т. е. $u_0 = ah$. Откуда $a = u_0/h$. Тогда выражение (1) примет вид:

$$u = \frac{u_0}{h}x \tag{2}$$

Таким образом, к верхней пластинке приложена сила F_1, лежащая в ее плоскости и имеющая то же направление, что и направление движения пластинки. Так как пластинка движется с постоянной скоростью u_0, то на пластинку должна действовать такая же по величине, но противоположно направленная сила F со стороны газа, которую назовем силой вязкого трения.

Из опыта следует, что абсолютная величина силы F_1 пропорциональна скорости u_0, с которой мы двигаем пластинку, и площади пластины, т. е.

[1] Градиент – мера возрастания или убывания в пространстве какой-либо физической величины на единицу длины.

$$F_1 = \eta \frac{u_0}{h} S$$

где η – постоянный коэффициент пропорциональности, который называют коэффициентом вязкого трения. Учитывая, что сила вязкого трения $F = -F_1$, равенство (3) перепишем в виде:

$$F_1 = -\eta \frac{u_0}{h} S \quad (4)$$

Так как из (2) следует, что $du/dx = u_0/h$, то последнее выражение можно представить так:

$$F_1 = \eta \frac{u_0}{dx} S \quad (5)$$

Это закон внутреннего вязкого трения Ньютона, который установил его экспериментально. Закон утверждает: *при стационарном (ламинарном) движении слоев жидкости или газа с различными скоростями между ними возникают касательные силы, пропорциональные градиенту скорости слоев и площади их соприкосновения.*

Физический смысл коэффициента вязкости η *заключается в том, что он численно равен силе, действующей на единицу площади поверхности, параллельной скорости течения газа или жидкости, при градиенте скорости* $du/dx = 1$.

Согласно второму закону Ньютона, $F = dp / dt$, где p – импульс элементарной массы слоя газа. Поэтому (5) можно представить в виде бесконечно малых:

$$dp = -\eta \frac{du}{dx} dS \cdot dt \quad (6)$$

Пусть изменение скорости движения газа или жидкости происходит в направлении оси X, а сама скорость течения направлена перпендикулярно этой оси (рис. 2).

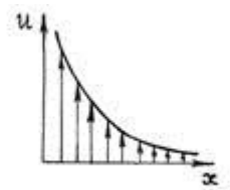


Рис. 2

Тогда закон Ньютона (6) утверждает: импульс, переносимый за время *dt* через площадку *dS,* перпендикулярной оси *X*, пропорционален времени *dt*, величине площадки *dS* и градиенту скорости du/dx .

Внутреннее трение жидкостей, как и газов, возникает при движении жидкости вследствие переноса импульса в направлении, перпендикулярном к направлению движения. Общий закон внутреннего трения — *закон Ньютона*:

$$F = -\eta S \frac{\Delta u}{\Delta n},$$

где: S – площадь соприкосновения движущихся слоев жидкости, м^2;

знак « – » указывает, что сила F направлена *против скорости u.*

Характеристиками вязкости являются: **динамический коэффициент вязкости** η и **кинематический коэффициент вязкости** ν.

η – ***динамическая вязкость****, или коэффициент внутреннего трения жидкости (Па•с)), равный силе, действующей на единицу поверхности слоя при градиенте скорости, равном единице, т.е. когда скорость слоя, отстоящего на единицу длины от данного, отличается от скорости последнего на единицу скорости.* Он количественно характеризует сопротивление жидкости (газа) смещению её слоёв. Величина, обратная, $\varphi = {}^{1}/_{\eta}$ называется текучестью.

Переход вещества из жидкого состояния в стеклообразное обычно связывают с достижением вязкости порядка $10^{11} - 10^{12}$ Па·с.

В технике, в частности, при расчёте гидроприводов и в триботехнике[2], часто приходится иметь дело с величиной:

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}, \ \text{м}^2/\text{с}.$$

Эта величина получила название *кинематической вязкости*.

Здесь ρ — плотность жидкости; η — динамическая вязкость.

Качественное отличие сил *вязкого трения* от *сухого трения* заключается в том, что тело при наличии только вязкого трения и сколь угодно малой внешней силы обязательно придет в движение (т. е. для вязкого трения не существует трения покоя). Наоборот, под действием только вязкого трения тело, вначале двигавшееся, никогда полностью не остановится, хотя движение и будет бесконечно замедляться.

[2] Триботехника – наука о контактном взаимодействии твердых тел при их относительном движении.

Вязкость газов

В кинетической теории газов коэффициент внутреннего трения вычисляется по формуле

$$\eta = \frac{1}{3}\langle u\rangle\langle\lambda\rangle\rho \ ,$$

где $< u >$ – средняя скорость теплового движения молекул, $< \lambda >$ − средняя длина свободного пробега. Из этого выражения в частности следует, что вязкость не очень разреженных газов практически не зависит от давления, поскольку плотность ρ прямо пропорциональна давлению, а $< \lambda >$ – обратно пропорциональна. Такой же вывод следует и для других кинетических коэффициентов для газов, например, для коэффициента теплопроводности. Однако этот вывод справедлив только до тех пор, пока разрежение газа не становится столь малым, что отношение длины свободного пробега к линейным размерам сосуда (число Кнудсена) не становится по порядку величины равным единице; в частности, это имеет место в сосудах Дьюара (термосах).

С повышением температуры вязкость большинства газов увеличивается, это объясняется увеличением средней скорости молекул газа u, растущей с температурой как $\sqrt{T}$.

Расплавленные металлы имеют вязкость η того же порядка, что и обычные жидкости. Особыми вязкостными свойствами обладает жидкий гелий. При температуре 2,172 K он переходит в сверхтекучее состояние, в котором вязкость η = 0. (см. Гелий. Сверхтекучесть).

2. ТЕОРИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Если в вязкой жидкости, налитой в неподвижный сосуд, движется какое-либо тело определенной формы, то слой жидкости ММ, непосредственно соприкасающийся с поверхностью этого тела (рис. 3), как бы прилипает к ней, т.е. увлекается ею с той же скоростью.

Более удаленные слои жидкости увлекаются предыдущими, но уже с меньшими скоростями, так как между смежными слоями жидкости существует вязкая, а не жесткая связь. Каждый следующий, более удаленный от ММ слой движется со скоростью, меньшей предыдущей. Таким образом, в жидкости между

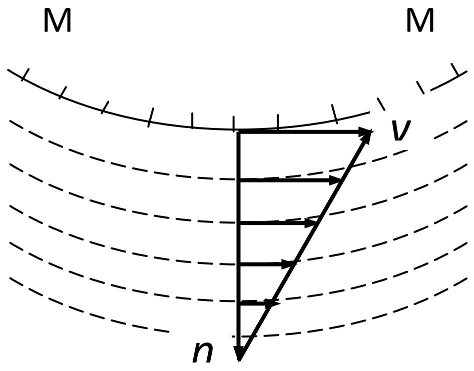


Рис. 3

её слоями действуют силы внутреннего трения, возникает градиент скорости в направлении нормали *n* к границе ММ.

Для шара, движущегося в жидкости, сила вязкого трения, действующего на него, вычислена Стоксом и при небольших скоростях оказалась равной:

$$F_1 = -6\pi\eta r v.$$

Если шарик падает в жидкости, то кроме этой силы на него действуют еще две:

сила тяжести $F_2 = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g$

и выталкивающая сила со стороны жидкости $F_3 = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_o g$,

где ρ – плотность материала шарика; ρ_o – плотность исследуемой жидкости; g – ускорение свободного падения; *r* – радиус шарика.

По второму закону Ньютона $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = m\frac{d\vec{v}}{dt}$,

или в скалярной форме:

$$\frac{m dv}{dt} = F_1 + F_2 + F_3 = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g - \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_0 g - 6\pi\eta r v = \frac{4}{3}\pi r^3 g(\rho - \rho_0) - 6\pi\eta r v. \quad (7)$$

Отсюда видно, что при $F_1 = -(F_2 + F_3)$, $\frac{dv}{dt} = 0$, т.е. $v_1 = v_0 = \text{const}$, скорость движения шарика в жидкости будет равномерной. Когда $v_1 < v_0$ и $\frac{dv}{dt} < 0$, шарик движется замедленно до тех пор, пока не установится то же равенство: $v_1 = v_0$. Таким образом, при малых скоростях шарик движется ускоренно, а при больших – замедленно, так что по прохождении им некоторого расстояния в жидкости устанавливается равномерная скорость движения v_0.

Принимая во внимание, что $v_0 = \frac{l}{t}$, где l – путь, проходимый шариком за время t при движении с постоянной скоростью, получим из формулы (7):

$$\eta = \frac{g(\rho - \rho_0)}{18l} d^2 t, \tag{8}$$

где d – диаметр шарика.

Описание установки

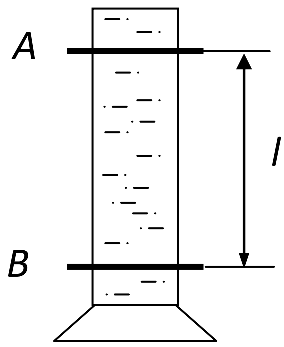


Рис. 4

Прибор для измерения коэффициента внутреннего трения жидкости состоит из стеклянного цилиндрического сосуда (рис.4), в который налита исследуемая вязкая жидкость. На цилиндр надеты два кольца A и B, расстояние между которыми равно l. Верхнее кольцо расположено с таким расчетом, чтобы шарик, проходя мимо него, имел уже установившуюся скорость.

В качестве падающего тела используются свинцовые дробинки.

Измерения и обработка результатов

1. На установке отметить в 4 – 5 см ниже уровня жидкости, точку А начала отсчета времени равномерного падения шарика. Задаться расстоянием l (около 20 – 30 см) и, отсчитав его вниз по движению шарика, отметить точку В, в которой будет заканчиваться измерение времени движения шарика.

2. Измерить диаметр шарика d микрометром, записать его в журнал наблюдений.

3. Опустить шарик в сосуд с жидкостью и измерить время его движения τ с установившейся скоростью на расстоянии l между метками А и В. Измеренное время записать в журнал наблюдений.

4. Формула (8) может быть переписана в виде $\eta = cd^2\tau$, Па•с, где $c = \dfrac{g(\rho - \rho_0)}{18l}$, кг/м^3·с^2 – величина постоянная для данной лабораторной работы, вычисляемая один раз для всех измерений.

5. Повторить несколько раз опыты по пунктам 2 и 3, занося результаты измерений в журнал наблюдений.

Журнал наблюдений

№ опыта	Температура жидкости, t °C	ρ•10^3, кг/м^3	ρ_0 •10^3, кг/м^3	d•10^{-3}, м	l, м	c, кг/м^3·с^2	τ, с	η, Па·с	$\langle\eta\rangle$ Па·с
1									
2	20	11,30	1,30						
3									

(Плотность жидкости ρ_0 = 1.3·10 ^{3} кг/м^3; плотность свинца ρ = 11.3·10^3 кг/м^3).

Контрольные вопросы

7. Что называется явлением внутреннего трения (вязкостью)?
8. Объясните причину возникновения внутреннего трения в движущейся жидкости (газе).
9. Как направлена сила внутреннего трения?
10. Каким законом описывается явление внутреннего трения? Напишите формулу этого закона и объясните смысл физических величин, входящих в него.
11. От чего зависит коэффициент вязкости жидкости?
12. Как изменяются вязкости жидкости и газа с ростом их температуры?
13. Внутреннее трение относится к явлениям переноса. Перенос какой физической величины происходит в этом случае? Приведите примеры других явлений переноса.
14. Кратко объясните смысл и содержание опыта Стокса.
15. Напишите формулу Стокса и объясните смысл величин, входящих в нее.
16. Какие силы действуют на шарик, падающий в жидкости?

Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики: В 3-х т. М.: Наука, 1982. Т.1.
2. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высш. Школа, 1985.

3. Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике. М.: Наука, 1985.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 14

ИЗМЕНЕНИЕ ЭНТРОПИИ ПРИ НАГРЕВАНИИ И ПЛАВЛЕНИИ ОЛОВА

Выполнил студент _____________, группа_________, дата_________.

Допуск _____________

Выполнение _________

Зачет _______________

Цель работы: Определить приращение энтропии при фазовом переходе первого рода на примере плавления олова.

Приборы и материалы

№ п\п	Наименование прибора	Цена деления	Предел измерения (x_{max})	Точность отсчета ($\Delta x_{пр}$)
1	Печь электрическая	-	-	-
2	Тигель с оловом	-	-	-
3	Термопара	-	-	-
4	Потенциометр			
3	Секундомер			

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

1.ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

Термодинамическая фаза. Фазовый переход

Термодинамическая фаза – *термодинамически однородная по свойствам часть термодинамической системы, отделенная от других фаз поверхностями раздела, на которых скачком изменяются некоторые свойства системы*[1].

В однокомпонентной системе разные фазы могут быть представлены различными *агрегатными состояниями* или разными полиморфными модификациями вещества. В многокомпонентной системе фазы могут иметь различный состав и структуру.

Газ всегда состоит из одной фазы, жидкость может состоять из нескольких жидких фаз разного состава, но двух разных жидкостей одного состава в равновесии сосуществовать не может. Вещество в твердом состоянии может состоять из нескольких фаз, причем некоторые из них могут иметь одинаковый состав, но различную структуру (полиморфные модификации, аллотропия).

[1] Другое определение: фаза — гомогенная часть гетерогенной системы.

Агрегатное состояние *— состояние вещества, характеризующееся определёнными качественными свойствами — способностью или неспособностью сохранять объём и форму, наличием или отсутствием дальнего и ближнего порядка и другими.*

Изменение агрегатного состояния сопровождается скачкообразным изменением свободной энергии, энтропии, плотности и других основных физических свойств. Выделяют следующие агрегатные состояния: твёрдое тело, жидкость, газ, плазма.

Набор термодинамических фаз вещества обычно значительно богаче набора агрегатных состояний, то есть одно и то же агрегатное состояние вещества может находиться в различных термодинамических фазах (лед, например, встречается в пяти различных модификациях — фазах). Именно поэтому описание вещества в терминах агрегатных состояний довольно огрублённое, и оно не может различить некоторые физические разные ситуации.

В любом случае при наличии раздела фаз подразумевается принципиальная возможность перехода вещества из одной фазы в другую.

Фазовый переход *(фазовое превращение) в термодинамике — переход вещества из одной термодинамической фазы в другую при изменении внешних условий.*

Значение температуры, давления или какой-либо другой физической величины, при котором происходят фазовые переходы в однокомпонентной системе, называют точкой перехода.

Примером фазового перехода могут служить изменения агрегатного состояния вещества или переходы, связанные с изменениями в составе, строении и свойствах вещества (например, переход кристаллического вещества из одной модификации в другую).

Поскольку разделение на термодинамические фазы — более мелкая классификация состояний, чем разделение по агрегатным состояниям вещества, то далеко не каждый фазовый переход сопровождается сменой агрегатного состояния. Однако любая смена агрегатного состояния есть фазовый переход.

Различают фазовые переходы двух родов.

Фазовый переход первого рода (например, плавление, кристаллизация и т.д.) сопровождается поглощением или выделением теплоты, называемой теплотой фазового перехода.

При фазовом переходе первого рода скачкообразно изменяются самые главные, первичные экстенсивные параметры: удельный объём, количество запасённой внутренней энергии, концентрация компонентов и т. п.

Наиболее распространённые примеры фазовых переходов первого рода: плавление и кристаллизация, испарение и конденсация, сублимация и десублимация.

Фазовые переходы первого рода характеризуются постоянством температуры, изменениями энтропии и объёма. Объяснение этому можно дать следующим образом.

Под скачкообразным изменением свойств вещества имеется в виду скачок при изменении температуры и давления. В реальности же, воздействуя на систему, мы изменяем не эти величины, а её объем и её полную внутреннюю энергию. Это изменение всегда происходит с какой-то конечной скоростью, а значит, что для того, чтобы «покрыть» весь разрыв в плотности или удельной внутренней энергии, нам требуется некоторое конечное время. В течение этого времени фазовый переход происходит не сразу во всём объёме вещества, а постепенно. При этом в случае фазового перехода первого рода выделяется (или забирается) определённое количество энергии, которая называется *скрытой теплотой фазового перехода*. Для того, чтобы фазовый переход не останавливался, требуется непрерывно отводить (или подводить) это тепло, либо компенсировать его совершением работы над системой.

Например, при плавлении телу нужно сообщить некоторое количество теплоты, чтобы вызвать разрушение кристаллической решётки. Подводимая при плавлении теплота идёт не на нагрев тела, а на разрыв межатомных связей, поэтому плавление протекает при постоянной температуре. При подобных переходах – из более упорядоченного кристаллического состояния в менее упорядоченное жидкое состояние – степень беспорядка увеличивается и, с точки зрения второго начала термодинамики, этот процесс связан с возрастанием энтропии системы. Если переход происходит в обратном направлении (кристаллизация), то система теплоту выделяет.

Фазовые переходы, не связанные с поглощением или выделением теплоты и изменением объема, называются фазовыми переходами второго рода.

Эти переходы характеризуются постоянством объема и энтропии. При этом плотность и внутренняя энергия так же не меняются, так что невооружённым глазом такой фазовый переход может быть незаметен. Скачок же испытывают их производные по температуре и давлению: теплоёмкость, коэффициент теплового расширения, различные восприимчивости и т. д.

Общая трактовка фазовых переходов II рода предложена советским ученым Л. Д. Ландау (1908—1968). Согласно этой трактовке, фазовые переходы II рода связаны с изменением симметрии: выше точки перехода система, как правило, обладает более высокой симметрией, чем ниже точки перехода.

Наиболее распространённые примеры фазовых переходов второго рода: прохождение системы через критическую точку, переход парамагнетик-ферромагнетик или парамагнетик - антиферромагнетик, переход металлов и сплавов в состояние сверхпроводимости, переход жидкого гелия в сверхтекучее состояние, переход аморфных материалов в стеклообразное состояние.

Современная физика исследует также системы, обладающие фазовыми переходами третьего или более высокого рода. В последнее время широкое распространение получило понятие квантовый фазовый переход, т.е. фазовый переход, управляемый не классическими тепловыми флуктуациями, а квантовыми, которые существуют даже при абсолютном нуле температур.

Деление фазовых переходов на два рода несколько условно, так как бывают фазовые переходы первого рода с малыми скачками параметра порядка и малыми теплотами перехода при сильно развитых флуктуациях. Это наиболее характерно для переходов между жидкокристаллическими фазами.

Плавление твердых тел

Примером фазового перехода первого рода являются плавление и кристаллизация твердых тел. Процесс плавления играет важную роль в природе (плавление снега и льда на поверхности Земли, плавление минералов в её недрах и т.д.) и в технике (производство металлов и сплавов, литьё в формы и др.).

Плавление *— это процесс перехода тела из кристаллического твёрдого состояния в жидкое.*

Главными характеристиками плавления чистых веществ являются температура плавления ($T_{пл}$) и теплота (теплота плавления $Q_{пл}$), которая необходима для осуществления процесса плавления.

В процессе плавления температура кристалла остается постоянной. Эта температура и называется *температурой плавления* $T_{пл.}$. У каждого вещества своя температура плавления. Температура плавления для данного вещества зависит от атмосферного давления. Самую высокую температуру плавления среди чистых металлов имеет вольфрам (3410 °C), самую низкую – ртуть (–38,9 °C).

Постоянство температуры объясняется тем, что при плавлении вся подводимая теплота идет на разупорядочение регулярного пространственного расположения атомов (молекул) в кристаллической решетке. Для большинства кристаллов (кроме воды, и некоторых сплавов) температура плавления растет с увеличением внешнего давления, так как для отдаления атомов друг от друга при большем давлении требуется большая энергия тепловых движений, т. е. более высокая температура.

Расплавленное вещество обладает большим запасом внутренней энергии, чем в твердом состоянии. Оставшаяся часть теплоты плавления расходуется на совершение работы по изменению объема тела при его плавлении. При плавлении объем большинства кристаллических тел увеличивается (на 3-6%), а при отвердевании уменьшается. Но, существуют вещества, у которых при плавлении объем уменьшается, а при отвердевании - увеличивается. К ним относятся, например, вода и чугун, кремний и некоторые другие. Именно поэтому лёд плавает на поверхности воды, а твердый чугун - в собственном расплаве.

Плавление начинается при достижении кристаллическим веществом $T_{пл}$. С начала плавления до его завершения температура вещества остаётся постоянной и равной $T_{пл}$, несмотря на сообщение веществу теплоты (рис. 1). Нагреть кристалл до $T > T_{пл}$ в обычных условиях не удаётся, тогда как при кристаллизации сравнительно легко достигается значительное переохлаждение расплава.

Плавление происходит с поглощением скрытой теплоты фазового перехода – *теплоты плавления* $Q_{пл.}$.

Удельная теплота плавления $q_{пл.}$ *показывает, какое количество теплоты необходимо для полного превращения 1 кг вещества из твердого состояния в жидкое, взятого при температуре плавления*: $q_{пл.} = Q_{пл.}/m$, Дж/кг.

Плавление сопровождается изменением физических свойств вещества: увеличением энтропии, что отражает разупорядочение кристаллической структуры вещества; ростом теплоёмкости, электрического сопротивления. Практически до нуля падает при плавлении сопротивление сдвигу, уменьшается скорость распространения звука (продольных волн) и т.д.

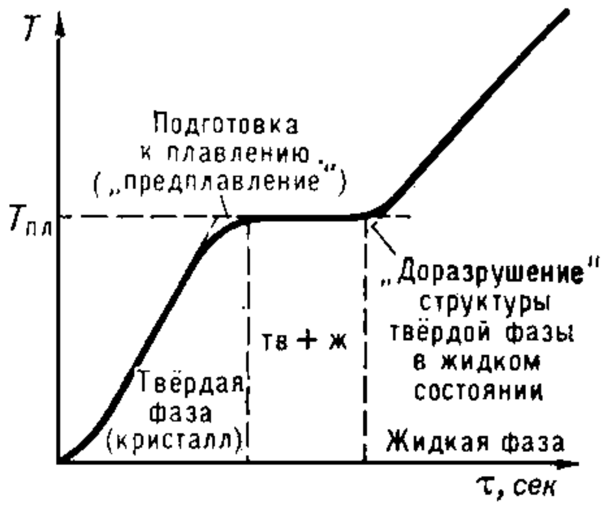


Рис. 1. Остановка температуры при плавлении кристаллического тела. По оси абсцисс отложено время τ, пропорциональное равномерно подводимому к телу количеству теплоты.

Согласно молекулярно-кинетическим представлениям, плавление осуществляется следующим образом. При подведении к кристаллическому телу теплоты увеличивается энергия колебаний (амплитуда колебаний) его атомов, что приводит к повышению температуры тела и способствует образованию в кристалле различного рода дефектов (незаполненных узлов кристаллической решётки — вакансий; нарушений периодичности решётки атомами, внедрившимися между её узлами, и др. В молекулярных кристаллах может происходить частичное разупорядочение взаимной ориентации осей молекул, если молекулы не обладают сферической формой. Постепенный рост числа дефектов и их объединение характеризуют стадию предплавления. С достижением $T_{пл}$ в кристалле создаётся критическая концентрация дефектов, начинается плавление— кристаллическая решётка распадается на легкоподвижные субмикроскопические области. Подводимая при плавлении теплота идёт не на нагрев тела, а на разрыв межатомных связей и разрушение дальнего порядка в кристаллах. В самих же субмикроскопических областях ближний порядок в расположении атомов при плавлении существенно не меняется. Этим объясняются меньшие значения теплот плавления $Q_{пл}$ по сравнению с теплотами парообразования и сравнительно небольшое изменение ряда физических свойств веществ при их плавлении. По мере возрастания температуры молекулы движутся все интенсивнее. При нагревании возрастает не только молекулярно-кинетическая энергия тела, но и потенциальная энергия взаимодействия его атомов, поскольку при увеличении амплитуды колебаний атомы отходят друг от друга на большее расстояние и сближаются на меньшее расстояние, благодаря чему энергия взаимодействия их электрических зарядов возрастает. С повышением температуры наступает, наконец, такой момент, когда поддержание порядка среди сильно раскачивающихся атомов становится невозможным, и с этого момента начинается разрушение кристаллической решетки, в результате чего исчезает и дальний порядок. Твердое тело плавится.

У аморфных тел изменение температуры со временем не имеет участка с постоянной температурой, а только точку перегиба. Увеличение температуры твердого аморфного тела сопровождается непрерывным уменьшением его вязкости.

Обратный переход вещества в твердое состояние возможен как из жидкого, так и из газообразного состояния. И в том и в другом случае такой переход осуществляется из состояния, лишенного симметрии, в состояние, в котором симметрия существует (это относится к дальнему порядку, который имеет место в кристаллах и которого нет ни в жидкостях, ни в газах). Поэтому переход в твердое состояние должен происходить скачком при определенной температуре, в отличие от перехода жидкость–пар, который может происходить непрерывно. Процесс образования твердого тела при охлаждении жидкости есть процесс образования кристалла (кристаллизация) и происходит он при определенной температуре – температуре кристаллизации. Так как при таком превращении энергия системы уменьшается, то такой переход должен сопровождаться выделением энергии в виде теплоты кристаллизации. Из закона сохранения энергии следует, что теплота плавления и теплота кристаллизации должны быть равны друг другу.

Обратимые и необратимые процессы

Первый закон термодинамики – закон сохранения энергии для тепловых процессов – устанавливает связь между *количеством теплоты* Q, полученной системой, изменением ΔU ее *внутренней энергии и работой* A, совершенной над внешними телами:

$$Q = \Delta U + A.$$

Количество теплоты, сообщенное системе, идёт на изменение её внутренней энергии и на совершение работы протии внешних сил.

Процессы, нарушающие первый закон термодинамики, никогда не наблюдались. Однако, этот закон не дает никаких сведений о том, в каком направлении развиваются процессы, удовлетворяющие принципу сохранения энергии.

Различают обратимые и необратимые термодинамические процессы.

Обратимым термодинамическим процессом называется процесс, допускающий возможность возвращения системы в первоначальное состояние без того, чтобы в окружающей среде остались какие-либо изменения.

При осуществлении обратимого процесса система переходит из одного равновесного состояния в другое. Процессы, в ходе которых система все время остается в состоянии равновесия, называются *квазистатическими*. Все квазистатические процессы обратимы. Все обратимые процессы являются квазистатическими.

Если рабочее тело тепловой машины приводится в контакт с тепловым резервуаром, температура которого в процессе теплообмена остается неизменной, то единственным обратимым процессом будет изотермический квазистатический процесс, протекающий при бесконечно малой разнице температур рабочего тела и резервуара. При наличии двух тепловых резервуаров с разными температурами обратимым путем можно провести процессы на двух изотермических участках. Поскольку адиабатический процесс также можно проводить в обоих направлениях (адиабатическое сжатие и адиабатическое расширение), то круговой процесс, состоящий из двух изотерм и двух адиабат (*цикл Карно*) является единственным обратимым круговым процессом, при котором рабочее тело приводится в тепловой контакт только с двумя тепловыми резервуарами.

Первый закон термодинамики не устанавливает направление тепловых процессов. Однако, как показывает опыт, многие тепловые процессы могут протекать только в одном направлении. Такие процессы называются необратимыми.

Необратимым термодинамическим процессом называется процесс, не допускающий возможности возвращения системы в первоначальное состояние без того, чтобы в окружающей среде остались какие-либо изменения. Такой процесс в прямом направлении протекает самопроизвольно, а для осуществления его в обратном направлении так, чтобы система вернулась в первоначальное состояние, требуется компенсирующий процесс во внешних телах, в результате которого состояние этих тел оказывается отличным от первоначальных.

Например, при тепловом контакте двух тел с разными температурами тепловой поток всегда направлен от более теплого тела к более холодному. Никогда не наблюдается самопроизвольный процесс передачи тепла от тела с низкой температурой к телу с более высокой температурой. Следовательно, процесс теплообмена при конечной разности температур является необратимым.

Все остальные круговые процессы, проводимые с двумя тепловыми резервуарами, необратимы. Необратимыми являются процессы превращения механической работы во внутреннюю энергию тела из-за наличия трения, процессы диффузии в газах и жидкостях, процессы перемешивания газа при наличии начальной разности давлений и т. д.

Все реальные процессы необратимы, но они могут сколь угодно близко приближаться к обратимым процессам. *Обратимые процессы являются идеализацией реальных процессов.*

Односторонняя направленность макроскопических процессов психологически воспринимается как однонаправленность времени.

Второй закон термодинамики

Опыт показывает, что разные виды энергии неравноценны в отношении способности превращаться в другие виды энергии. Механическую энергию можно целиком превратить во внутреннюю энергию любого тела. Для обратных превращений внутренней энергии в другие виды энергии существуют определенные ограничения: запас внутренней энергии ни при каких условиях не может превратиться целиком в другие виды энергии. С отмеченными особенностями энергетических превращений связано протекание процессов в природе.

Второй закон термодинамики связан непосредственно с необратимостью реальных тепловых процессов. Энергия теплового движения молекул качественно отличается от всех других видов энергии – механической, электрической, химической и т. д. Энергия любого вида, кроме энергии теплового движения молекул, может полностью превратиться в любой другой вид энергии, в том числе и в энергию теплового движения. Последняя может испытать превращение в любой другой вид энергии лишь частично. Поэтому любой физический процесс, в котором происходит превращение какого-либо вида энергии в энергию теплового движения молекул, является необратимым процессом, то есть он не может быть осуществлен полностью в обратном направлении. Общим свойством всех необратимых процессов является то, что они протекают в термодинамически неравновесной системе и в результате этих процессов *замкнутая система приближается к состоянию термодинамического равновесия.*

Направление самопроизвольно протекающих процессов устанавливает второй закон (начало) термодинамики. Он может быть сформулирован в виде запрета на определенные виды термодинамических процессов.

Этот закон представляет собой результат обобщения огромного числа опытных данных.

<u>Формулировки второго начала термодинамики:</u>

1) по Карно: *наибольший* КПД *тепловой машины не зависит от рода рабочего тела и вполне определяется предельными температурами, между которыми машина работает.*

2) по Клаузиусу: *невозможен процесс единственным результатом*[1] *которого является передача энергии в форме теплоты от тела, менее нагретого, к телу, более нагретому.*

Второе начало термодинамики не запрещает переход теплоты от менее нагретого тела к более нагретому, такой переход осуществляется в холодильной машине, но при этом внешние силы совершают работу над системой, т.е. этот переход не является единственным результатом процесса.

3) по Кельвину: *невозможен круговой процесс, единственным результатом которого является превращение теплоты, полученной от нагревателя, в эквивалентную ей работу.*

На первый взгляд может показаться, что такой формулировке противоречит процесс изотермического расширения идеального газа. Действительно, все полученное идеальным газом от какого-то тела тепло превращается полностью в работу. Однако получение тепла и превращение его в работу не единственный конечный результат процесса; кроме того, в результате процесса происходит изменение объема газа.

4) по Оствальду: *осуществление вечного двигателя второго рода невозможно.*

Вечным двигателем второго рода называется периодически действующее устройство, которое совершает работу только за счет охлаждения одного источника теплоты.

Примером такого двигателя мог бы служить судовой двигатель, получающий тепло из моря и использующий его для движения судна. Такой двигатель был бы практически вечным, т.к. запас энергии в окружающей среде практически безграничен.

Все формулировки второго закона термодинамики *эквивалентны.*

Эквивалентность этих формулировок легко показать. В самом деле, допустим, что постулат Клаузиуса неверен, то есть существует процесс, единственным результатом которого была бы передача тепла от более холодного тела к более горячему. Тогда возьмем два тела с различной температурой (нагреватель и холодильник) и проведем несколько циклов тепловой машины, забрав тепло Q_1 у нагревателя, отдав Q_2 холодильнику и совершив при этом работу $A = Q_1 - Q_2$. После этого воспользуемся процессом Клаузиуса и вернем тепло Q_2от холодильника нагревателю. В результате получается, что мы совершили работу только за счет отъёма теплоты от нагревателя, то есть постулат Томсона тоже неверен.

[1] Необходимо обратить внимание на слова “единственным результатом»; запреты второго начала снимаются, если процессы, о которых идет речь, не является единственными.

С другой стороны, предположим, что неверен постулат Томсона. Тогда можно отнять часть тепла у более холодного тела и превратить в механическую работу. Эту работу можно превратить в тепло, например, с помощью трения, нагрев более горячее тело. Значит, из неверности постулата Томсона следует неверность постулата Клаузиуса. Таким образом, постулаты Клаузиуса и Томсона эквивалентны.

Второе начало термодинамики является постулатом, не доказываемым в рамках термодинамики. Оно было создано на основе обобщения опытных фактов и получило многочисленные экспериментальные подтверждения.

С точки зрения статистической физики второе начало термодинамики имеет статистический характер: оно справедливо для наиболее вероятного поведения системы. Существование флуктуаций препятствует точному его выполнению, однако вероятность сколь-нибудь значительного нарушения крайне мала.

Энтропия

Энтропия (от греч. entropía — поворот, превращение), понятие, впервые введенное в термодинамику Р. Клаузиусом (1865) для определения меры необратимого рассеяния энергии, позволило строго математически сформулировать второй закон термодинамики. Энтропию можно определить с помощью двух эквивалентных подходов – статистического и термодинамического.

Термодинамический подход

Энтропия, функция состояния S термодинамической системы*[2]*, изменение которой dS для бесконечно малого обратимого изменения состояния системы равно отношению количества теплоты полученного системой в этом процессе (или отнятого от системы), к абсолютной температуре T:

$$dS = \frac{\delta Q}{T}, \tag{1}$$

где dS – приращение энтропии; δQ[3] – минимальная теплота, подведенная к системе; T – абсолютная температура процесса.

Величина dS является полным дифференциалом, т.е. ее интегрирование по любому произвольно выбранному пути дает разность между значениями энтропии в начальном (A) и конечном (B) состояниях:

$$S_B - S_A = \int_A^B \frac{\delta Q}{T}. \tag{2}$$

[2] то есть каждому состоянию соответствует определённое значение энтропии.

[3] Знаком δQ обозначено то, что количество теплоты не является полным дифференциалом, так как зависит не только от начального и конечного состояния системы, но и от пути перехода.

Теплота не является функцией состояния, поэтому интеграл от δQ зависит от выбранного пути перехода между состояниями A и B.

Энтропия измеряется в Дж/(моль·К).

Выражения (1) и (2) справедливы только для обратимых процессов.

Для необратимых процессов выполняется неравенство:

$$S_B - S_A > \int_A^B \frac{\delta Q}{T}, \tag{3}$$

из которого следует возрастания энтропии в этих процессах.

<u>Свойства энтропии:</u>

1. Энтропия - величина аддитивная, т.е. энтропия системы из нескольких тел является суммой энтропий каждого тела: $S = \sum S_i$.
2. В равновесных процессах без передачи тепла энтропия не меняется. Поэтому равновесные адиабатические процессы ($\delta Q = 0$) называется изоэнтропийным.
3. Энтропия определяется только с точностью до произвольной постоянной.

Действительно, согласно формуле (2) измеренной является лишь разность энтропий в двух состояниях.

Абсолютное значение энтропии можно установить с помощью *третьего начала термодинамики (теоремы Нернста): энтропия любого тела стремится к нулю при стремлении к абсолютному нулю его температуры:* $\lim S = 0$ *при* $T \to 0$ К.

Т.о., за начальную точку отсчета энтропии принимают $S_0 = 0$ при $T \to 0$ К.

Энтропия – функция, устанавливающая связь между макро- и микро-состояниями; единственная функция в физике, которая показывает направленность процессов. Энтропия – в естественных науках мера беспорядка системы, состоящей из многих элементов. В частности, в статистической физике – мера вероятности осуществления какого-либо макроскопического состояния; в теории информации – мера неопределённости какого-либо опыта (испытания), который может иметь разные исходы, а значит, и количество информации; в исторической науке, для экспликации феномена альтернативности истории (инвариантности и вариативности исторического процесса). Энтропия в информатике – степень неполноты, неопределённости знаний.

Понятие энтропии как показал впервые Э. Шрёдингер (1944), существенно и для понимания явлений жизни. Живой организм с точки зрения протекающих в нём физико-химических процессов можно рассматривать как сложную открытую систему, находящуюся в неравновесном, но стационарном состоянии. Для организмов характерна сбалансированность процессов, ведущих к росту энтропии и процессов обмена, уменьшающих её. Однако жизнь не сводится к простой совокупности физико-химических процессов, ей свойственны сложные процессы саморегулирования. Поэтому с помощью понятия энтропии нельзя охарактеризовать жизнедеятельность организмов в целом.

ЗАКОН ВОЗРАСТАНИЯ ЭНТРОПИИ

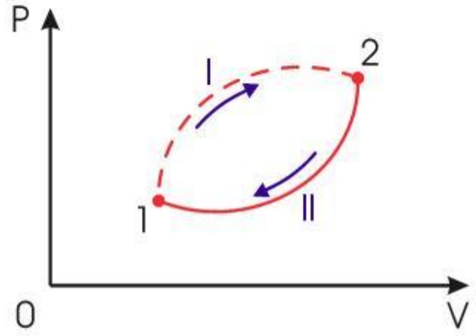


Рис.2.
Необратимый круговой термодинамический процесс

Применим неравенство (3) для описания необратимого кругового термодинамического процесса, изображенного на рис 2.

Пусть процесс $1 \xrightarrow[\mathrm{I}]{} 2$ будет необратимым, а процесс $2 \xrightarrow[\mathrm{II}]{} 1$ - обратимым. Тогда неравенство (3) для этого случая примет вид:

$$\int\limits_{1 \xrightarrow[\mathrm{I}]{} 2} \frac{\delta Q}{T} + \int\limits_{2 \xrightarrow[\mathrm{II}]{} 1} \frac{\delta Q}{T} < 0 \qquad (4)$$

Так как процесс $2 \xrightarrow[\mathrm{II}]{} 1$ является обратимым, для него можно воспользоваться соотношением (2), которое дает:

$$\int\limits_{2 \xrightarrow[\mathrm{II}]{} 1} \frac{\delta Q}{T} = S_1 - S_2 \qquad (5)$$

Подстановка этой формулы в неравенство (4) позволяет получить выражение:

$$S_2 - S_1 > \int\limits_{1 \xrightarrow[\text{необр}]{} 2} \frac{\delta Q}{T} \qquad (6)$$

Сравнение выражений (2) и (6) позволяет записать следующее неравенство:

$$S_2 - S_1 \geq \int\limits_{1 \longrightarrow 2} \frac{\delta Q}{T} \qquad (7)$$

в котором знак равенства имеет место в случае, если процесс $1 \to 2$ является обратимым, а знак больше, если процесс $1 \to 2$ – необратимый.

Неравенство (7) может быть также записано и в дифференциальной форме:

$$dS \geq \frac{\delta Q}{T} \tag{8}$$

Если рассмотреть адиабатически изолированную термодинамическую систему, для которой $\delta Q = 0$, то выражение (8) примет вид: $\Delta S = S_2 - S_1 \geq 0$

или в интегральной форме:

$$\mathrm{d}S \geq 0 \tag{9}$$

Из формулы (9) следует: $S_2 \geq S_1$.

Полученные неравенства выражают собой *закон возрастания энтропии*, который можно сформулировать следующим образом:

В адиабатически изолированной термодинамической системе энтропия не может убывать: она или сохраняется, если в системе происходят только обратимые процессы, или возрастает, если в системе протекает хотя бы один необратимый процесс.

Записанное утверждение является ещё одной формулировкой второго начала термодинамики.

Таким образом, изолированная термодинамическая система стремится к максимальному значению энтропии, при котором наступает *состояние термодинамического равновесия.*

Термодинамическому равновесию адиабатической системы соответствует состояние с максимумом энтропии. Энтропия может иметь не один, а несколько максимумов, при этом система будет иметь несколько состояний равновесия. Равновесие, которому соответствует наибольший максимум энтропии называется абсолютно устойчивым (стабильным). Из условия максимальности энтропии адиабатические системы в состоянии равновесия вытекает важное следствие: температура всех частей системы в состоянии равновесия одинакова.

Рост энтропии является общим свойством всех самопроизвольно протекающих необратимых процессов в изолированных термодинамических системах. В состоянии равновесия энтропия принимает максимальное значение. В состоянии с максимальной энтропией макроскопические необратимые процессы невозможны.

При обратимых процессах в изолированных системах энтропия не изменяется.

Необходимо отметить, что если система не является изолированной, то в ней возможно уменьшение энтропии. Примером такой системы может служить, например, обычный холодильник, внутри которого возможно уменьшение энтропии. Но для таких открытых систем это локальное понижение энтропии всегда компенсируется возрастанием энтропии в окружающей среде, которое превосходит локальное ее уменьшение.

Статистический подход

В 1878 году Л. Больцман дал *вероятностную* трактовку понятия энтропии. Он предложил рассматривать энтропию как *меру статистического беспорядка* в замкнутой термодинамической системе. При этом Л. Больцман исходил из общего положения: *природа стремится от состояний менее вероятных к состояниям более вероятным.*

Все самопроизвольно протекающие процессы в замкнутой системе, приближающие систему к состоянию равновесия и сопровождающиеся ростом энтропии, направлены в сторону увеличения вероятности состояния. Всякое состояние макроскопической системы, содержащей большое число частиц, может быть реализовано многими способами.

Термодинамическая вероятность W состояния системы – это число способов, которыми может быть реализовано данное состояние макроскопической системы, или число микросостояний, осуществляющих данное макросостояние.

По определению термодинамическая вероятность $W >> 1$.

Например, если в сосуде находится 1 моль газа, то возможно огромное число N способов размещения молекулы по двум половинкам сосуда: $N = 2^{N_\text{A}}$ где N_A – *число Авогадро*. Каждый из них является микросостоянием. Только одно из микросостояний соответствует случаю, когда все молекулы соберутся в одной половинке (например, правой) сосуда. Вероятность такого события практически равна нулю. Наибольшее число микросостояний соответствует равновесному состоянию, при котором молекулы равномерно распределены по всему объему. Поэтому **равновесное состояние является наиболее вероятным.** Равновесное состояние с другой стороны является состоянием наибольшего беспорядка в термодинамической системе и состоянием с максимальной энтропией.

Согласно Больцману, энтропия S системы и термодинамическая вероятность W связаны между собой следующим образом:

$$\boldsymbol{S = k \ln W},$$

где $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – *постоянная Больцмана*.

Таким образом, *энтропия определяется логарифмом числа микросостояний*, с помощью которых может быть реализовано данное макросостояние.

Следовательно, энтропия может рассматриваться как мера вероятности состояния термодинамической системы.

Вероятностная трактовка второго закона термодинамики допускает самопроизвольное отклонение системы от состояния термодинамического равновесия. Такие отклонения называются **флуктуациями**[4]. В системах, содержащих большое число частиц, значительные отклонения от состояния равновесия имеют чрезвычайно малую вероятность. Наличие флуктуаций показывает, что закон возрастания энтропии выполняется только статистически: в среднем для большого промежутка времени.

Расчет изменения энтропии для различных процессов

Основными процессами в термодинамике являются:

- **изохорный**, протекающий при постоянном объеме;
- **изобарный**, протекающий при постоянном давлении;
- **изотермический**, происходящий при постоянной температуре;
- **адиабатный**, при котором теплообмен с окружающей средой отсутствует.

Изохорный процесс

При изохорном процессе выполняется условие V = const.

Из уравнения состояния идеального газа ($pV = RT$) следует:

$$p / T = R / V = \text{const},$$

т. е. давление газа прямо пропорционально его абсолютной температуре:

$$p_2 / p_1 = T_2 / T_1.$$

Изменение энтропии в изохорном процессе определяется по формуле:

$$s_2 - s_1 = \Delta s = c_v \ln (p_2 / p_1) = c_v \ln (T_2 / T_1)$$

Изобарный процесс

Изобарным называется процесс, протекающий при постоянном давлении p = const. Из уравнения состояния идеального газа следует:

$$V / T = R / p = \text{const}.$$

Изменение энтропии будет равно:

$$s_2 - s_1 = \Delta s = c_p \ln (T_2 / T_1).$$

Изотермический процесс

При изотермическом процессе температура рабочего тела остается постоянной T = const, следовательно:

[4] Флуктуация – случайное отклонение величины, характеризующей систему из большого числа частиц, от её среднего значения.

$$pV = RT = \text{const}$$

Изменение энтропии равно:

$$s_2 - s_1 = \Delta s = R\ln(p_1/p_2) = R\ln(V_2 / V_1).$$

Адиабатный процесс

Адиабатным называется процесс изменения состояния газа, который происходит без теплообмена с окружающей средой ($Q = 0$).

Уравнение кривой адиабатного процесса (адиабаты) в p-V диаграмме имеет вид:

$$pV^k = \text{const}.$$

В этом выражении k носит название **показателя адиабаты** (так же ее называют коэффициентом Пуассона).

Изменение энтропии равно:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = 0, \quad \text{т.е. } S_2 = S_1.$$

Фазовые переходы

При обратимом фазовом переходе температура остается постоянной, а теплота фазового перехода при постоянном давлении равна $\Delta H_{фп}$, поэтому изменение энтропии равно:

$$\Delta S = \frac{1}{T}\int \delta Q_{ф.п.} = \frac{\Delta H_{ф.п.}}{T_{ф.п.}}.$$

При плавлении и кипении теплота поглощается, поэтому энтропия в этих процессах возрастает: $S_{тв} < S_{ж} < S_{г}$. При этом энтропия окружающей среды уменьшается на величину $\Delta S_{ф.п.}$, поэтому изменение энтропии Вселенной равно 0, как и полагается для обратимого процесса в изолированной системе.

Второе начало термодинамики и «тепловая смерть Вселенной»

Клаузиус, рассматривая второе начало термодинамики, пришёл к выводу, что энтропия Вселенной как замкнутой системы стремится к максимуму, и в конце концов во Вселенной закончатся все макроскопические процессы. Это состояние Вселенной получило название «тепловой смерти» – общемирового хаоса, в котором невозможен более никакой процесс. С другой стороны, Больцман высказал мнение, что нынешнее состояние Вселенной – это гигантская флуктуация, из чего следует, что большую часть времени Вселенная все равно пребывает в состоянии термодинамического равновесия («тепловой смерти»).

По мнению Ландау, ключ к разрешению этого противоречия лежит в области общей теории относительности: поскольку Вселенная является системой, находящейся в переменном гравитационном поле, закон возрастания энтропии к ней неприменим.

Поскольку второе начало термодинамики (в формулировке Клаузиуса) основано на предположении о том, что Вселенная является замкнутой системой, возможны и другие виды критики этого закона. В соответствии с современными физическими представлениями мы можем говорить лишь о наблюдаемой части Вселенной. На данном этапе человечество не имеет возможности доказать ни то, что Вселенная есть замкнутая система, ни обратное.

Измерение энтропии

В реальных экспериментах очень трудно измерить энтропию системы. Техники измерения базируются на термодинамическом определении энтропии и требуют экстремально аккуратной калориметрии.

Для упрощения мы будем исследовать механическую систему, термодинамические состояния которой будут определены через её объем V и давление P. Для измерения энтропии определенного состояния мы должны сперва измерить теплоёмкость при постоянных объёме и давлении (обозначенную C_V и C_P соответственно), для успешного набора состояний между первоначальным состоянием и требуемым.

Тепловые ёмкости связаны с энтропией S и с температурой T согласно формуле:

$$C_X = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_X$$

где нижний индекс X относится к постоянным объёму и давлению. Мы можем проинтегрировать для получения изменения энтропии:

$$\Delta S = \int \frac{C_X}{T}\,dT$$

Таким образом, мы можем получить значение энтропии любого состояния (P,V) по отношению к первоначальному состоянию (P_0,V_0). Точная формула зависит от нашего выбора промежуточных состояний. Для примера, если первоначальное состояние имеет такое же давление, как и конечное состояние, то

$$S(P,V) = S(P_0,V_0) + \int\limits_{T(P_0,V_0)}^{T(P,V)} \frac{C_p(P,V(T,P))}{T}\,dT\,.$$

В добавление, если путь между первым и последним состояниями лежит сквозь любой фазовый переход первого рода, скрытая теплота, ассоциированная с переходом, должна также учитываться.

Энтропия первоначального состояния должна быть определена независимо. В идеальном варианте выбирается первоначальное состояние как состояние при экстремально высокой температуре, при которой система существует в виде газа. Энтропия в этом состоянии подобна энтропии классического идеального газа плюс взнос от молекулярных вращений и колебаний, которые могут быть определены спектроскопически.

2.ТЕОРИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

Теоретические сведения

В данной работе необходимо измерить температуру фазового перехода – температуру плавления олова, что позволит определить приращение энтропии.

Так как для обратимых процессов приращение энтропии $\mathrm{d}S = \delta Q/T$, а изменение энтропии при переходе системы из состояния a в состояние b

$$\Delta S = \int_a^b \frac{\delta Q}{T},$$

то изменение энтропии при нагревании и плавлении олова определяется как сумма изменения энтропии при нагревании до температуры плавления и при плавлении олова:

$$\Delta S = \int_{T_к}^{T_п} \frac{\delta Q_1}{T} + \int_1^2 \frac{\delta Q_2}{T} = \int_{T_к}^{T_п} \frac{cm\,\mathrm{d}T}{T} + \frac{\lambda m}{T_п} \quad \text{или}$$

$$\Delta S = cm\ \ln\frac{T_п}{T_к} + \frac{\lambda m}{T_п}, \qquad (10)$$

где δQ – бесконечно малое количество теплоты, передаваемой системе при температуре T;

δQ_1 и δQ_2 – бесконечно малые количества теплоты, полученные оловом при нагревании и при плавлении;

$T_к$ – начальная (комнатная) температура; $T_п$ – температура плавления;

$\lambda = 59{\cdot}10^{-3}$ Дж/кг – удельная теплота плавления;

$c = 0{,}23{\cdot}10^{-3}$ Дж/(кг·К) – удельная теплоемкость,

$m = 0{,}20$ кг – масса олова.

Измерения и обработка результатов

1. С разрешения преподавателя одновременно включить в сеть потенциометр и электрическую печь.
2. Включить тумблер "Диаграмма" на потенциометре. Одновременно включить секундомер.
3. Нагрев производить до температуры t = 250°С. Отмечать значения температуры через каждые 60 секунд. Результаты измерений заносить в журнал наблюдений.
4. В момент повышения температуры до 250°С отключить электрическую печь. Выключить тумблер "Диаграмма" и отключить потенциометр от сети.

5. Результаты измерений нанести на график в координатах "Температура, T, К" и "Время, τ, с".
6. Вычислить приращение энтропии при нагревании и плавлении олова по формуле (10).

ПРИМЕЧАНИЕ: для остывания олова в установке требуется длительное время, поэтому правую часть графика строить по данным, снятым для левой части. По среднему значению найти температуру плавления олова.

Журнал наблюдений

Время, с	1	2	3	4	5	6	7	…	30
Температура, К								…	
ΔS, Дж/кг									

<u>График</u>

Контрольные вопросы

1. Что называется фазой вещества? Назовите известные современной науке фазы вещества.
2. Что называется фазовым переходом I рода? Приведите примеры таких фазовых переходов.
3. Приведите определения обратимых и необратимых термодинамических процессов. Существуют ли в реальности обратимые термодинамические процессы?
4. Что называется энтропией? Единица ее измерения? Физический смысл энтропии?

5. Объясните смысл утверждения: «энтропия является функцией состояния термодинамической системы».
6. Сформулируйте принцип возрастания энтропии.
7. Выведите формулу изменения энтропии при нагревании и плавлении олова.
8. Опишите устройство установки, используемой в работе.

Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики: В 3-х т. М.: Наука, 1982. Т.1.
2. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высш. Школа, 1985.
3. Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике. М.: Наука, 1985.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 15

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ КАПЕЛЬНЫМ МЕТОДОМ

Выполнил студент _________________, группа____________ дата _________.

Допуск ______________

Выполнение __________

Зачет ________________

Цели работы:

Определить коэффициент поверхностного натяжения жидкости.

Приборы и материалы

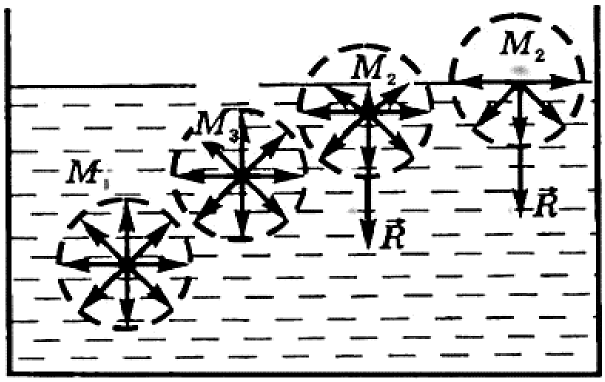
№ п\п	Наименование прибора	Цена деления	Предел измерения (x_{max})	Точность отсчета ($\Delta x_{пр}$)
1	Сосуд с дистиллированной водой	-	-	-
2	пипетка	-	-	-
3	бюретка			
4	штатив с муфтой и лапкой	-	-	-
5	емкость для сбора капель	-	-	-
6	сосуд с неизвестной жидкостью	-	-	-

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

2. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

Наиболее характерным свойством жидкости, отличающим ее от газа, является то, что на границе с газом жидкость образует свободную поверхность, наличие которой приводит к возникновению явлений особого рода, называемых поверхностными. Своим возникновением они обязаны особым физическим условиям, в которых находятся молекулы вблизи свободной поверхности.

На каждую молекулу жидкости действуют силы притяжения со стороны окружающих ее молекул, расположенных от нее на расстоянии порядка 10^{-9} м (радиус молекулярного действия). На молекулу M_1, расположенную внутри жидкости (рис. 1), действуют силы со стороны таких же молекул, и равнодействующая этих сил близка к нулю.



Для молекул M_2 равнодействующие сил отличны от нуля и направлены внутрь жидкости, перпендикулярно к ее поверхности. Таким образом, все молекулы жидкости, находящиеся в поверхностном слое, втягиваются внутрь жидкости. Но пространство внутри жидкости занято другими молекулами, поэтому ***поверхностный слой создает давление на жидкость (молекулярное давление)***.

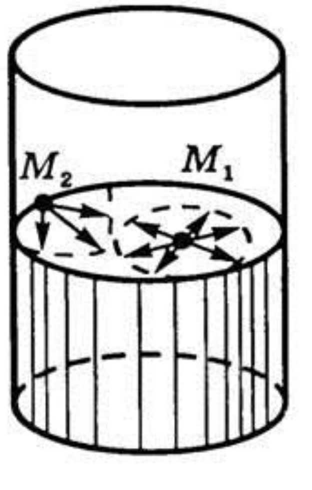
Чтобы переместить молекулу M_3, расположенную непосредственно под поверхностным слоем, на поверхность, необходимо совершить работу против сил молекулярного давления. Следовательно, молекулы поверхностного слоя жидкости обладают дополнительной потенциальной энергией по сравнению с молекулами внутри жидкости. Эту энергию называют ***поверхностной энергией***.

Очевидно, что величина поверхностной энергии тем больше, чем больше площадь свободной поверхности. Пусть площадь свободной поверхности изменилась на ΔS, при этом поверхностная энергия изменилась на $\Delta W_p = \sigma \cdot \Delta S$, где σ – коэффициент поверхностного натяжения. Отсюда,

$$\sigma = \Delta W_p / \Delta S.$$

Так как, для этого изменения необходимо совершить работу $A = \Delta W_p$, то $A = \sigma \cdot \Delta S$. Единицей коэффициента поверхностного натяжения в СИ является джоуль на квадратный метр $[Дж/м^2]$.

Коэффициент поверхностного натяжения – величина, численно равная работе, совершенной молекулярными силами при изменении площади свободной поверхности жидкости на $1\,м^2$ при постоянной температуре.

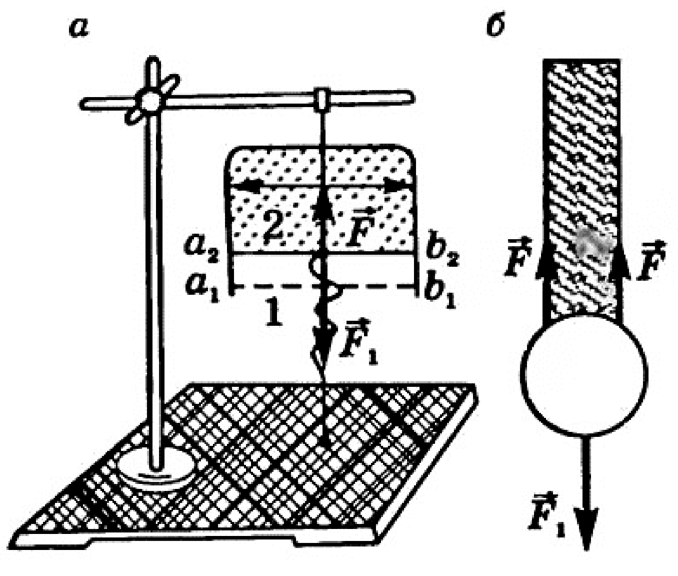


Так как, любая система, предоставленная сама себе, стремится занять такое положение, в котором ее потенциальная энергия наименьшая, то жидкость обнаруживает стремление к сокращению свободной поверхности. Поверхностный слой жидкости ведет себя подобно растянутой резиновой пленке, т.е. все время стремится сократить площадь своей поверхности до минимальных размеров, возможных при данном объеме. *Например, капля жидкости в состоянии невесомости имеет сферическую форму*. Свойство поверхности жидкости сокращаться, можно истолковать как существование сил, стремящихся сократить эту поверхность. Молекула M_1 (рис. 2), расположенная на поверхности жидкости, взаимодействует не только с молекулами, находящимися внутри жидкости, но и с молекулами, находящимися на поверхности жидкости, расположенными в пределах сферы молекулярного действия. Для молекулы M_1 равнодействующая $\vec{R}$ молекулярных сил, направленных вдоль свободной поверхности жидкости, равна нулю, а для молекулы M_2, расположенной у границы поверхности жидкости, $\vec{R} \neq 0$ и $\vec{R}$ направлена по нормали к границам свободной поверхности и по касательной к самой поверхности жидкости.

Равнодействующая сил, действующих на все молекулы, находящиеся на границе свободной поверхности, и есть ***сила поверхностного натяжения***. В целом она действует так, что стремится сократить поверхность жидкости.

Можно предположить, что сила поверхностного натяжения $\vec{F}$ прямо пропорциональна длине l границы поверхностного слоя жидкости, ведь на всех участках поверхностного слоя жидкости молекулы находятся в одинаковых условиях: $F \sim l$.

Действительно, рассмотрим вертикальный прямоугольный каркас (рис. 3, а, б), подвижная сторона которого уравновешена. После извлечения рамки из раствора мыльной пленки подвижная часть перемещается из положения *1*



в положение *2*. Учитывая, что пленка представляет собой тонкий слой жидкости и имеет две свободные поверхности, найдем работу, совершаемую при перемещении поперечины на расстояние $h = a_1 \times a_2$: $A = 2F \times h$, где F – сила, действующая на каркас со стороны каждого поверхностного слоя. С другой стороны, $A = \sigma \times \Delta S = \sigma \times 2l \times h$.
Следовательно, $2F \times h = \sigma \times 2l \times h \Rightarrow F = \sigma \times l$, откуда
$\sigma = F \times l$.
Согласно этой формуле единицей коэффициента поверхностного натяжения в СИ является ньютон на метр $[Н/м]$.

Коэффициент поверхностного натяжения σ численно равен силе поверхностного натяжения, действующей на единицу длины границы свободной поверхности жидкости. Коэффициент поверхностного натяжения зависит от природы жидкости, от температуры и от наличия примесей. При увеличении температуры он уменьшается.

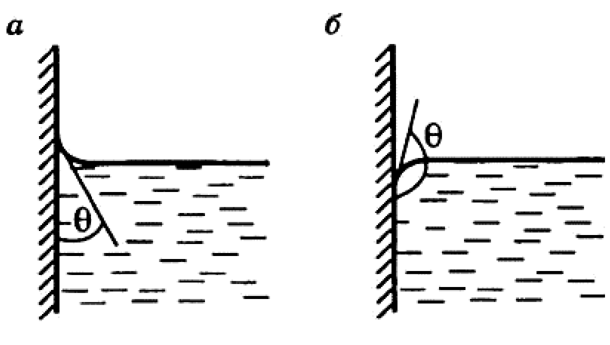
В случае соприкосновения с твердым телом силы сцепления молекул жидкости с молекулами твердого тела начинают играть существенную роль. Поведение жидкости будет зависеть от того, что больше: сцепление между молекулами жидкости или сцепление молекул жидкости с молекулами твердого тела.

Смачивание – явление, возникающее вследствие взаимодействия молекул жидкости с молекулами твердых тел. Если силы притяжения между молекулами жидкости и твердого тела больше сил притяжения между молекулами жидкости, то жидкость называют ***смачивающей***; если силы притяжения жидкости и твердого тела меньше сил притяжения между молекулами жидкости, то жидкость называют ***несмачивающей*** это тело.

Одна и та же жидкость может быть смачивающей и несмачивающей по отношению к разным телам. *Так, вода смачивает стекло и не смачивает жирную поверхность, ртуть не смачивает стекло, а смачивает медь*.

Смачивание или несмачивание жидкостью стенок сосуда, в котором она находится, влияет на форму свободной поверхности жидкости в сосуде. Если большое количество жидкости налито в сосуд, то форма ее поверхности определяется силой тяжести, которая обеспечивает плоскую и горизонтальную поверхность. Однако у самых стенок явление смачивания и несмачивания приводят к искривлению поверхности жидкости, так называемые краевые эффекты.

Количественной характеристикой краевых эффектов служит **краевой угол θ** – ***угол между плоскостью касательной к поверхности жидкости и поверхностью твердого тела***. Внутри краевого угла всегда находится жидкость (рис. 4, а, б). При смачивании он будет острым (рис. 4, а), а при несмачивании – тупым (рис. 4, б). В школьном курсе физики рассматривают только полное смачивание ($\theta = 0^0$) или полное несмачивание ($\theta = 180^0$).



Силы, связанные с наличием поверхностного натяжения и направленные по касательной к поверхности жидкости, в случае выпуклой поверхности дают результирующую, направленную внутрь жидкости (рис. 5, а). В случае вогнутой поверхности результирующая сила направлена, наоборот, в сторону газа, граничащего с жидкостью (рис. 5, б).

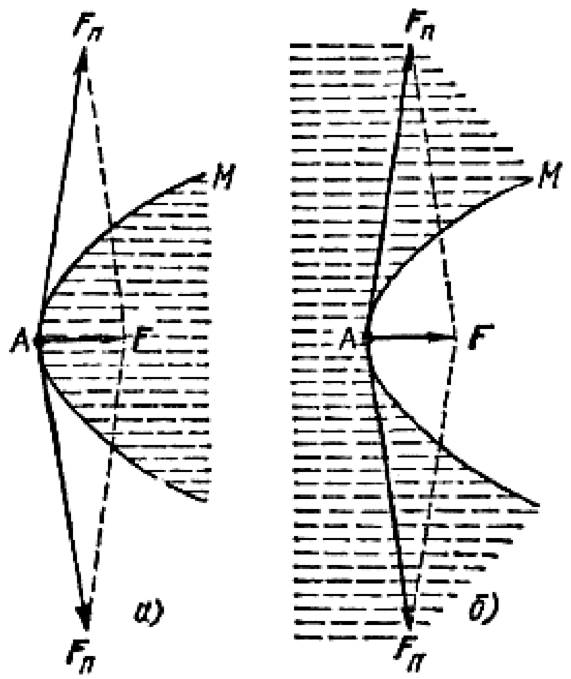
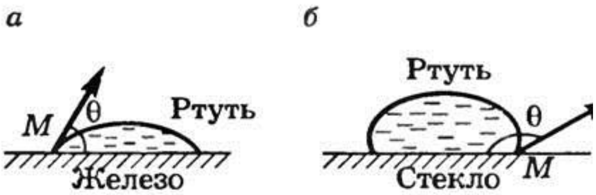


Рис. 5

Если смачивающая жидкость находится на открытой поверхности твердого тела (рис. 6, а), то происходит ее растекание по этой поверхности. Если на открытой поверхности твердого тела находится несмачивающая жидкость, то она принимает форму, близкую к шаровой (рис. 6, б).

Смачивание имеет важное значение как в быту, так и в промышленности. Хорошее смачивание необходимо при крашении, стирке, обработке фотоматериалов, нанесении лакокрасочных покрытий, при склеивании материалов, при пайке, во флотационных процессах (обогащение руд ценной породой). И, наоборот, при сооружении гидроизоляционных устройств необходимы материалы, не смачиваемые водой.



Искривление поверхности жидкости у краев сосуда особенно отчетливо видно в узких трубках, где искривляется вся свободная поверхность жидкости. В трубках с узким сечением эта поверхность представляет собой часть сферы, ее называют ***мениском***. У смачивающей жидкости образуется вогнутый мениск

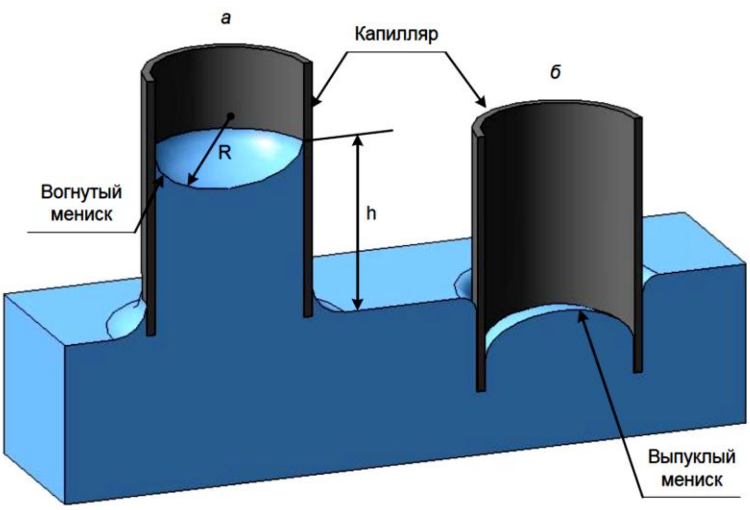
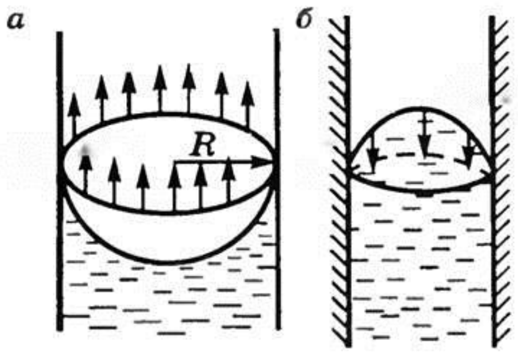


Рис. 7

(рис. 7, а), а у несмачивающей – выпуклый (рис. 7, б). Так как площадь поверхности мениска больше, чем площадь поперечного сечения трубки, то под действием молекулярных сил искривленная поверхность жидкости стремится выпрямиться.



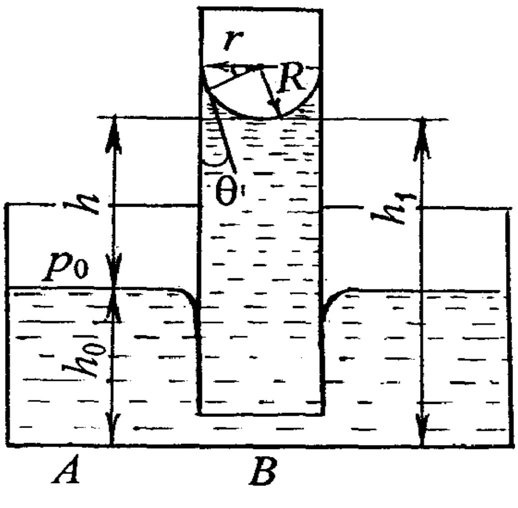
Силы поверхностного натяжения создают ***дополнительное (лапласово) давление*** под искривленной поверхностью жидкости. Искривление поверхностного слоя приводит к появлению дополнительного давления на жидкость Δp, зависящего от поверхностного натяжения σ и кривизны поверхности:

$$\Delta p = \sigma\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right),$$

где R_1 и R_2 – радиусы кривизны двух взаимоперпендикулярных сечений поверхности (если поверхность сферическая, то $R_1 = R_2$). $\Delta p = 2\,\sigma/R$. Для цилиндрической поверхности ($R_1 = l$; $R_2 = \infty$) избыточное давление $\Delta p = \sigma R$.

Если поверхность жидкости *вогнутая*, то сила поверхностного натяжения направлена из жидкости (рис. 8, а), и давление под вогнутой поверхностью жидкости меньше, чем под плоской, на $p = 2\sigma R$. Если поверхность жидкости *выпуклая*, то сила поверхностного натяжения направлена внутрь жидкости (рис. 8, б), и давление под выпуклой поверхностью жидкости больше, чем под плоской, на ту же величину.

Если поместить узкую трубку (***капилляр***) одним концом в жидкость, налитую в широкий сосуд, то вследствие наличия силы лапласова давления жидкость в капилляре поднимается (если жидкость смачивающая) или опускается (если жидкость несмачивающая) (рис. 9), так как под плоской поверхностью жидкости в широком сосуде избыточного давления нет.



Явления изменения высоты уровня жидкости в капиллярах по сравнению с уровнем жидкости в широких сосудах называются капиллярными явлениями. Жидкость в капилляре поднимается или опускается на такую высоту h, при которой сила гидростатического давления столба жидкости уравновешивается силой избыточного давления, т.е. $2\sigma/R = \rho g h$. Откуда:

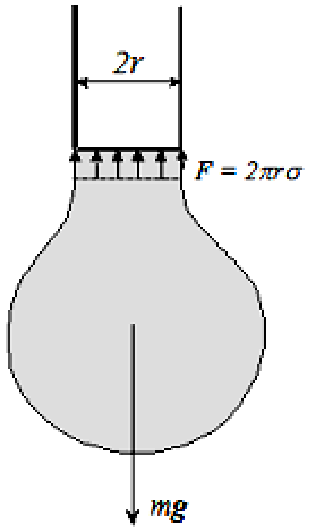
$$h = 2\sigma/R\rho g.$$

Если смачивание не полное ($\theta \neq 0^0$, $\theta \neq 180°$), то радиусы капилляра и мениска не равны и связаны соотношением $R = r/\cos\theta$, тогда: $h = 2\sigma\cos\theta/r\rho g$.

2. ТЕОРИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

Коэффициент поверхностного натяжения жидкости определяется методом капель. Исследуемая жидкость налита в стеклянную трубку, заканчивающуюся капилляром малого радиуса r, из которого вытекает жидкость в виде капель.

Рассмотрим процесс образования капель. Вытеканию жидкости из капилляра препятствует поверхностная пленка, состоящая из молекул жидкости. Под воздействием силы тяжести пленка прогибается, растягивается, увеличивается, стремясь приобрести сферическую форму . В некоторый момент у капли появляется перетяжка («***шейка***»), радиус которой можно приблизительно считать равным радиусу капилляра r (рис 9).



По окружности этой перетяжки действуют силы поверхностного натяжения, препятствующие отрыву капли. Силу поверхностного натяжения F при отрыве капли можно подсчитать, зная радиус шейки r:

$$F = 2\pi r\sigma \tag{1}$$

В момент отрыва капли ее вес P равен силе поверхностного натяжения F, т.е.

$$P = 2\pi r\sigma \tag{2}$$

Отсюда легко получить

$$\sigma = \frac{P}{2\pi r}. \tag{3}$$

На практике вес одной капли определяют через объём нескольких капель и плотность жидкости.

$$P = mg = \rho V_к g = \rho \frac{V}{N} g, \tag{4}$$

где m и $V_к$ – масса и объем одной капли исследуемой жидкости, ρ – плотность исследуемой жидкости; N – количество капель исследуемой жидкости, содержащихся в объеме V. Тогда:

$$\sigma = \frac{\rho V g}{2\pi r N} \tag{5}$$

ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ:

1. Налейте в бюретку исследуемую жидкость (1 – дистиллированная вода, 2 – технический спирт);
2. Отрегулируйте с помощью крана скорость истечения жидкости: число капель, отрывающихся в минуту, должно быть порядка $15 - 20$.
3. Определите N – количество капель воды, занимающих некоторый объем V между соседними метками на трубке. Для этого, когда уровень воды сравняется с одной из верхних меток, начните считать капли. Счет прекратите, когда уровень жидкости сравняется с соседней нижней меткой.
4. Повторите эксперимент не менее 3 раз, изменяя объём вытекающей жидкости (измениться число капель N).
5. Занесите данные в таблицу и предъявите преподавателю.

№ опыта	Темпера-тура жидкости $t\ {}^0C.$	Радиус капилляра $r.$	Число капель N	Обьём капель V	Плотность жидкости ρ	Коэфициент поверхностного натяжения		Доверитель-ный интервал
						σ_i	σ_{cp}	$\Delta\sigma$

Контрольные вопросы

17. Опишите механизм возникновения поверхностного натяжения жидкостей.
18. Дайте определение коэффициента поверхностного натяжения. Каков его физический смысл?
19. Чем обусловлено поверхностное натяжение жидкостей?
20. Выведите выражение для работы, которую нужно совершить, чтобы изменить площадь поверхности жидкости.
21. От чего зависит коэффициент поверхностного натяжения?
22. В чем заключаются явления смачивания и несмачивания?
23. Опишите причины капиллярных явлений.
24. Выведите рабочие формулы для определения коэффициента поверхностного натяжения жидкости для метода капель.
25. Дайте описание установки для измерений и порядок проведения эксперимента.

ЛИТЕРАТУРА

6. Физический практикум: Механика и молекулярная физика / под ред. проф. В.И. Иверoновой. – М.: Наука, 1967.
7. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т.2. Термодинамика и молекулярная физика. – М: Физматлит, 2005-544.
8. Савельев И.В. Курс общей физики. Т.3. Термодинамика и молекулярная физика. – Спб; М; Краснодар: Лань. 2005.
9. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высш. Школа, 2005.
10. Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике. М.: Наука, 1985.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 16

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ КАЧЕНИЯ

Выполнил студент ________________, группа____________ дата _________.

Допуск ______________

Выполнение __________

Зачет ________________

Цели работы:

1. изучить физические причины возникновения сил сухого трения;
2. экспериментально определить коэффициент трения качения.

Приборы и материалы

№ п\п	Наименование прибора	Цена деления	Предел измерения (x_{max})	Точность отсчета ($\Delta x_{пр}$)
1	алюминиевый желоб	-	-	-
2	шарик подшипника	-	-	-
3	секундомер			

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

3. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

Сухим (внешним) трением называют механическое сопротивление, возникающее при относительном перемещении двух соприкасавшихся тел в плоскости их контакта. Сила сопротивления относительному перемещению, направленная противоположно ему, называется силой трения. В зависимости от характера относительного перемещения различают: ***трение скольжения*** и ***трение качения***.

Трение скольжения возникает при скольжении одной твердой поверхности по другой. Из опыта известно, что относительное перемещение тел может вызвать лишь достаточно большая сила, при меньших же значениях внешних сил тела остаются в относительном покое. Это означает, что при попытке вызвать относительное движение одного тела по поверхности другого в плоскости соприкосновения тел возникают сила, препятствующая этому перемещению. Эта сила сопротивления называется

силой трения покоя и может изменяться от нуля (при отсутствии внешних усилий) до некоторого предельного значения. Пока внешняя сила не превосходит максимально возможного значения силы трения покоя, в плоскости контакта возникают практически обратимые очень малые относительные перемещения (порядка нескольких микронов), пропорциональные приложенной силе. При внешних силах, больших сил трения покоя, начинается необратимое относительное перемещение в зоне контакта и сила трения покоя «превращается» в силу трения скольжения.

Вследствие наличия микро и макронеровностей на каждой из соприкасающихся поверхностей касание двух твердых тел происходит лишь на отдельных участках, в так называемых "пятнах", сосредоточенных на выступах поверхностей тел. Размеры их зависят от природы тел, условий трения. Более жесткие выступы внедряются в деформируемое контртело, образуя пятна реального контакта, на которых возникают силы, обусловленные химическими связями, взаимодиффузией и др.

Диаметр эквивалентного по площади пятна касания составляет от 1 до 50 микронов в зависимости от природы поверхности, вида обработки и режима трения. При относительном скольжении тел пятна касания существуют ограниченное время. Пятна разрушаются и затем вновь образуются. Т.е. процесс трения представляет собой обьемное деформирование тонких поверхностных слоев тел, сопровождающееся разрушением мостиков между трущимися поверхностями в зоне реального контакта.

Экспериментально установлен закон для сил трения скольжения (закон Кулона):

$$F_{mp} = kN \tag{1}$$

где, k – коэффициент трения скольжения; N – нормальная составляющая реакции поверхности.

Коэффициент трения скольжения является безразмерной величиной, зависящей от свойств поверхностей, которую можно считать постоянной для заданной пары материалов.

Трение качения возникает при качении одного твердого тела по поверхности другого. Эта разновидность сухого трения широко применяется в технике вследствие малости сил трения качения по сравнению с силами трения скольжения для той же пары материалов. Основными

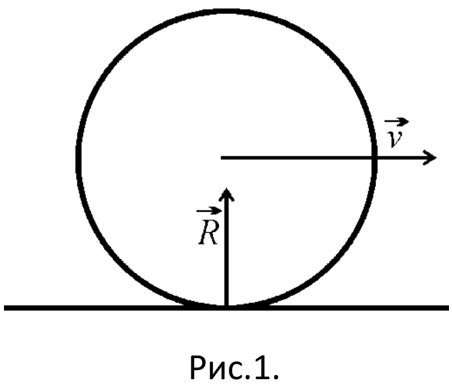
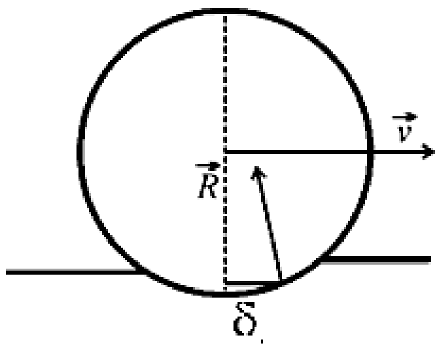


Рис.1.

причинами, вызывающими трение качения, являются, потери на упругий гистерезис, связанный со сжатием под нагрузкой перед катящимся телом и выпрямлением материала основания за катящимся телом, а также работа, необходимая для передеформирования материала, связанная с формированием валика перед катящимся телом. *При качении тела, например цилиндра, по горизонтальной твердой поверхности с течением времени скорость цилиндра уменьшается, следовательно, на него со стороны горизонтальной поверхности, действует силы сопротивления движению. Но это уже не силы трения скольжения, т.к. проскальзывания цилиндра нет.*

Существенное значение имеет характер распределения деформации поверхности, по которой катится тело, и, соответственно, сил реакции поверхности. Предположим, что деформации симметричны относительно вертикального диаметра тела (рис.1). В этом случае симметричны и силы реакции, а их равнодействующая в силу симметрии направлена вертикально вверх вдоль диаметра.

Так как горизонтальная составляющая реакции поверхности равна нулю, то, по 2–му закону Ньютона, отсутствует ускорение, тело будет катиться с постоянной скоростью бесконечно долго, что противоречит опыту. Для того чтобы возникла горизонтальная составляющая реакции, направленная против движения, необходимо, чтобы деформации поверхности были несимметричны относительно вертикального диаметра тела (рис.2).



В этом случае интенсивность давления впереди вертикального диаметра больше, и равнодействующая распределенных сил реакции $\vec{R}$ приложена впереди него, образуя тупой угол с направлением движения.

Точка приложения реакции $\vec{R}$ смещена на расстояние δ от вертикального диаметра (δ является "плечом" нормальной составляющей реакции). Раскладывая $\vec{R}$ на вертикальную (нормальную) R_y и горизонтальную R_x составляющие (рис. 3), легко заметить что, горизонтальная составляющая реакции направлена против

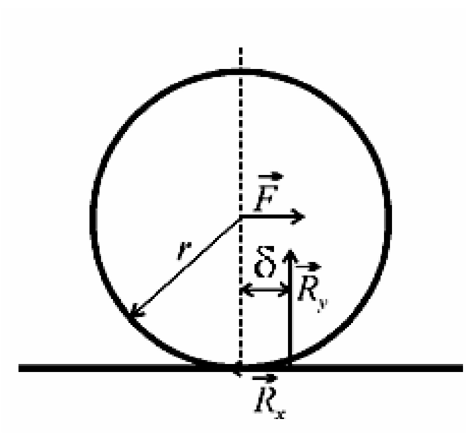


Рис. 3.

движения, уменьшая скорость поступательной части движения, вместе с тем эта составляющая должна вызвать увеличение угловой скорости вращения тела и, как следствие, вызвать проскальзывание. Этому препятствует вторая, вертикальная составляющая реакции R_y, момент которой уменьшает угловую скорость вращения.

Для определения сил трения качения экспериментальным путем к оси катка прикладывают силу $\vec{F}$, достаточную для его равномерного качения по поверхности. Равномерное движение означает, что внешняя сила уравновешена горизонтальной составляющей реакции $F = R_x$ (рис.3) и равны нулю линейное и угловое ускорения катка.

Равенство же нулю углового ускорения свидетельствует о том, что сумма моментов сил, приложенных к катку, также равна нулю. Относительно центра катка момент внешней силы F и силы тяжести mg равны нулю, т.к. линии действия сил проходят через центр. Суммарный момент составляющих реакции так же равен нулю, следовательно:

$$R_x \times r = R_y \times \delta \qquad (2)$$

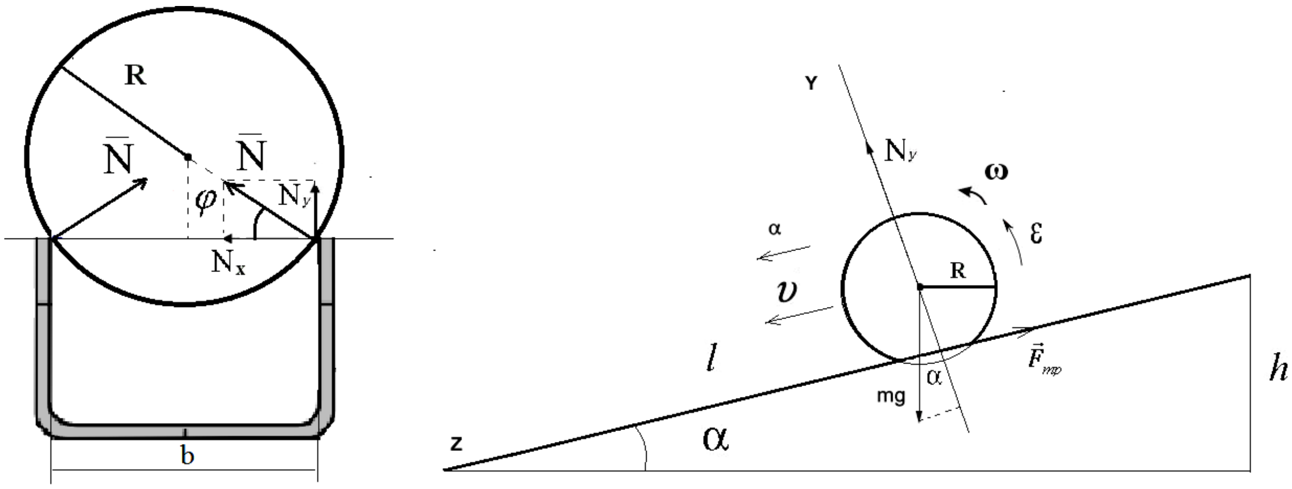
Учтем, что горизонтальная составляющая реакции равна внешней силе F, величину которой мы и приравниваем силе трения качения. Кроме того, вертикальная составляющая реакции $R_y = N$ уравновешивает силу тяжести катка. С учетом сказанного соотношение (2) можно переписать в виде (переобозначив $R_x = F_{тр}$):

$$F_{тр} = \delta \frac{N}{R} \qquad (3)$$

Это и есть основной закон для сил трения качения. Коэффициент δ ("плечо" нормальной составляющей реакции), называют ***коэффициентом трения качения***. В отличие от коэффициента трения скольжения он является размерной величиной, имеет размерность длины. Коэффициент трения качения δ определяется природой и состоянием поверхностей тел и условиями качения.

2. ТЕОРИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

В лабораторной работе требуется определить коэффициент трения качения с помощью стального шарика подшипника, катящегося по алюминиевому наклонному жёлобу.



Рассмотрим силы, действующие на шарик рис.4.

Сила трения качения, в соответствии с изложенным выше, равна:

$$F_{тр} = \frac{2N\delta}{R}. \tag{4}$$

Составляющие силы реакции N направленные вдоль оси Y уравновешивают составляющую силы тяжести:

$$2N_y = mgcos\alpha. \tag{5}$$

Сила реакции N может быть найдена из уравнения:

$$2N_y = 2Nsin\varphi,$$

тогда

$$2N = \frac{mg}{sin\varphi} \tag{6}$$

Учитывая, что$cos\varphi = \frac{b}{2R}$, получим:

$$sin\varphi = \sqrt{1 - cos^2\varphi} = \frac{\sqrt{4R^2 - b^2}}{2R}. \tag{7}$$

И для силы реакции опоры N, ответственной за трение качения, имеем:

$$2N = \frac{2mgRcos\alpha}{\sqrt{4R^2 - b^2}}. \tag{8}$$

Подставив выражение (8) в (4) получим:

$$F_{mp} = \frac{2mg\delta cos\alpha}{\sqrt{4R^2 - b^2}}. \quad (9)$$

Применим для скатывающегося шарика подшипника закон сохранения энергии:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} - A_{mp}, \quad (10)$$

где m – масса шарика; R – радиус шарика; ω – угловая скорость; v – линейная скорость; h – высота скатывания; l – длинна желоба (пройденный путь); J – момент инерции шара; $\frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}$ – кинетическая энергия катящегося шара; A_{mp} – работа силы трения качения.

Работа силы трения качения равна:

$$A_{mp} = -F_{mp}l \quad (11)$$

Момент инерции шара относительно центра масс определяется как:

$$J = \frac{2}{5}mR^2. \quad (12)$$

Связь линейной и угловой скоростей в отсутствии проскальзывания задаётся известным выражением:

$$v = \omega R. \quad (13)$$

Подставляя выражения (9), (11), (12), (13) в выражение (10) получим:

$$mgh = \frac{7mv^2}{10} + \frac{2mg\delta l cos\alpha}{\sqrt{4R^2 - b^2}}. \quad (14)$$

Принимая начальную скорость шарика равной нулю, можно записать:

$$v = at. \quad (15)$$

$$l = \frac{at^2}{2}, \quad (16)$$

где t – время движения.

Из выражения (16) и (15) следует, что:

$$v = \frac{2l}{t}. \quad (17)$$

Тогда подставляя выражение (17) в (14) получим:

$$gh = \frac{28l^2}{10t^2} + \frac{2g\delta l cos\alpha}{\sqrt{4R^2 - b^2}}, \qquad (19)$$

откуда:

$$\delta = \left(gh - 2{,}8\frac{l^2}{t^2}\right)\frac{\sqrt{4R^2 - b^2}}{2glcos\alpha}. \qquad (20)$$

Учитывая, что $cos\alpha = h/l$, окончательно получим:

$$\delta = \left(gh - 2{,}8\frac{l^2}{t^2}\right)\frac{\sqrt{4R^2 - b^2}}{2gh}. \qquad (21)$$

ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ:

1. Ознакомиться с лабораторной установкой.
2. Измерить время скатывания шарика.
3. Изменить угол наклона профиля (изменить высоту).
4. Повторить эксперимент (измерения провести не менее 3 раз).
5. Отключить приборы от электросети.
6. Занести данные измерений в таблицу и предъявить преподавателю.

№	Масса шарика m (кг)	Радиус шарика R (м)	Ширина прифиля b (м)	Длинна пути l (м)	Высота скатывания h (м)	Время скатывания t (сек)	Коэффициент трения качения δ (см)		
							δ_i (см)	$\delta_{ср}$ (см)	$\Delta\delta$ (см)
1									
2									
3									

Контрольные вопросы

26. Что такое сила трения?
27. Какие силы трения вам известны?
28. Причины возникновения сил трения покоя и скольжения.
29. Что называется коэффициентом трения скольжения? Его размерность?
30. Зависит ли коэффициент трения скольжения от массы тела, от скорости тела?
31. Объясните возникновение силы трения качения при движении тела без проскальзывания?

32. Почему возникает эффект трения качения?
33. Дайте определение коэффициента трения качения. Его размерность?
34. В чем отличие трения качения от трения скольжения?
35. От чего зависит коэффициент трения качения?
36. Выведите рабочую формулу расчета коэффициента трения качения.

ЛИТЕРАТУРА

11. Физический практикум: Механика и молекулярная физика / под ред. проф. В.И. Иверoновой. – М.: Наука, 1967.
12. Савельев И.В. Курс общей физики. Т.1. Механика. Молекулярная физика. – Спб; М; Краснодар: Лань. 2005.
13. Стрелков С.П. Механика. – М.: Наука. 1975, гл. 8.
14. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высш. Школа, 2005.
15. Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике. М.: Наука, 1985.