

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МУРМАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «МГТУ»)

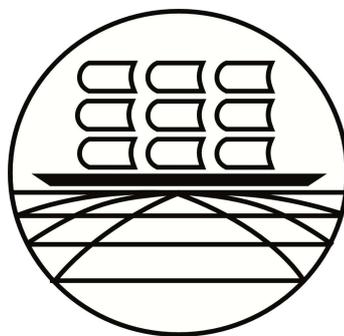
«ММРК имени И.И. Месяцева» ФГБОУ ВО «МГТУ»

УТВЕРЖДАЮ
Начальник ММРК им. И.И. Месяцева
ФГБОУ ВО «МГТУ»

И.В. Артеменко

(подпись)

«31» августа 2019 г.



МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ ОБУЧАЮЩИХСЯ

учебной дисциплины ЕН.01 Математика
программы подготовки специалистов среднего звена (ППССЗ)
специальности 35.02.09 Ихтиология и рыбоводство
по программе базовой подготовки
форма обучения: очная

Мурманск
2019

Рассмотрено и одобрено на заседании

Методическим объединением преподавателей дисциплин математического и общего естественнонаучного цикла по специальностям, реализуемым ММРК имени И.И. Месяцева, и дисциплин профессионального цикла специальности 09.02.03 Программирование в компьютерных системах

Разработано

на основе ФГОС СПО 32.02.09 Ихтиология и рыбоводство, утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 07 мая 2014г. № 458.

Председатель МК

Е.А. Чекашова

Протокол от 29 мая 2019 г.

Автор (составитель): Голованова А.В., преподаватель, «ММРК имени И.И. Месяцева» ФГБОУ ВПО «МГТУ»

Ф. , ученая степень, звание, должность, квалиф. категория

Эксперт (рецензент) Банникова Д.В., преподаватель «ММРК имени И.И. Месяцева» ФГБОУ ВПО «МГТУ»

Ф. , ученая степень, звание, должность, квалиф. категория

Содержание

Введение.....	7
Тематический план видов самостоятельной работы обучающихся.....	9
№1 Применение производной к исследованию функции.	11
№2 Практическое применение производной.....	13
№3. Геометрические приложения определенного интеграла.....	19
№4 Применение определенного интеграла к решению физических задач	21
№5. Применение дифференциальных уравнений.....	22
№6 Приложения степенных рядов	24
№ 7. Множества и операции над ними	24
№ 8. Комбинаторика. Правила комбинаторики. Решение комбинаторных задач.....	26
№ 9. Вероятность и ее свойства. Повторные испытания.	27
№ 10. Случайная величина.....	30
№ 11. Равномерное, показательное и нормальное распределение непрерывной случайной величины.....	32
№ 12. Погрешности арифметических действий.....	33
ПРИЛОЖЕНИЕ 1	38
ПРИЛОЖЕНИЕ 2	40

Введение

1.1. Методические указания по самостоятельной работе обучающихся по учебной дисциплины «Математика» разработаны в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом среднего профессионального образования по специальности 35.02.09 Ихтиология и рыбоводство базовой подготовки, утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 07 мая 2014г. № 458.

1.2. Цели и задачи практической (лабораторной) работы - требования к результатам освоения:

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен:

уметь:

У1 - решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности.

знать:

31 - значение математики в профессиональной деятельности и при освоении ППССЗ;

32 - основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности;

33 – основные понятия и методы математического анализа, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики;

34 - основы интегрального и дифференциального исчисления.

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование компетенций в соответствии с ФГОС СПО (табл. 1).

Таблица 1 Компетенции, формируемые дисциплиной Математика в соответствии с ФГОС СПО.

Код компетенции	Содержание компетенции	Требования к знаниям, умениям, практическому опыту
ОК 1.	Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.	У1, 31-34
ОК 2.	Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.	У1, 31- 34
ОК 3.	Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.	У1, 31- 34
ОК 4.	Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.	У1, 31- 34
ОК 5.	Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.	У1, 31- 34
ОК 6.	Работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.	У1, 31-33
ОК 7.	Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), за результат выполнения заданий.	У1, 31- 34
ОК 8.	Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно	У1, 31- 34

	планировать повышение квалификации.	
ОК 9.	Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.	У1, 31- 34
ПК 1.1.	Проводить гидрологические исследования на рыбохозяйственных водоемах.	У1, 31- 34
ПК 1.2.	Оценивать состояние ихтиофауны.	У1, 31- 34
ПК 1.3.	Систематизировать и обрабатывать ихтиологический материал.	У1, 31- 34
ПК 1.4.	Отбирать и обрабатывать гидробиологические и гидрохимические пробы.	У1, 31- 34
ПК 2.1.	Формировать, содержать и эксплуатировать ремонтно-маточное стадо.	У1, 31- 34
ПК 2.2.	Выращивать посадочный материал.	У1, 31- 34
ПК 2.3.	Выращивать товарную продукцию.	У1, 31- 34
ПК 2.4.	Разводить живые корма.	У1, 31- 34
ПК 2.5.	Организовать перевозку гидробионтов.	У1, 31- 34
ПК 2.6.	Эксплуатировать гидротехнические сооружения и технические средства рыбоводства и рыболовства.	У1, 31- 34
ПК 2.7.	Проводить диагностику, терапию и профилактику заболеваний гидробионтов.	У1, 31- 34
ПК 3.1.	Организовывать и выполнять работы по поддержанию численности и рациональному использованию ресурсов гидробионтов во внутренних водоемах.	У1, 31- 34
ПК 3.2.	Выполнять работы по охране и рациональному использованию ресурсов среды обитания гидробионтов.	У1, 31- 34
ПК 3.3.	Организовывать и регулировать любительское и спортивное рыболовство.	У1, 31- 34
ПК 3.4.	Обеспечивать охрану водных биоресурсов и среды их обитания от незаконного промысла.	У1, 31- 34
ПК 4.1.	Планировать работу участка.	У1, 31- 34
ПК 4.2.	Организовывать выполнение работ и оказание услуг в области рыбоводства.	У1, 31- 34
ПК 4.3.	Контролировать ход выполнения работ исполнителями.	У1, 31- 34
ПК 4.4.	Оценивать результаты деятельности исполнителей.	У1, 31- 34

2. Тематический план видов самостоятельной работы обучающихся

Наименование разделов и тем	Содержание самостоятельной работы обучающихся	Самостоятельная работа обучающегося, час	Консультации, час
Раздел 1.	Математический анализ.		4
Тема 1.1.	Дифференциальное исчисление.		
	Самостоятельная работа		
	№1. Применение производной для исследования функций.	2	
	№2. Практическое применение производной.	2	
Тема 1.2.	Интегральное исчисление.		
	Самостоятельная работа		
	№3. Геометрические приложения определенного интеграла.	2	
	№4. Применение определенного интеграла к решению физических задач.	2	
Тема 1.3.	Дифференциальные уравнения.		
	Самостоятельная работа		
	№5. Применение дифференциальных уравнений.	2	
Тема 1.4.	Последовательности и ряды		
	Самостоятельная работа		
	№6. Приложения степенных рядов.	2	
Раздел 2.	Основы дискретной математики		
	Самостоятельная работа		
	№7. Множества и операции над ними	2	
Раздел 3	Основы теории вероятностей и математической статистики		2
Тема 3.1.	Самостоятельная работа		
	№8. Комбинаторика. Правила комбинаторики. Решение комбинаторных задач.	2	
	№9. Вероятность и ее свойства. Повторные испытания.	2	

Тема 3.2.	Самостоятельная работа		
	№10.Случайная величина.	2	
	№11. Равномерное, показательное и нормальное распределение непрерывной случайной величины.	2	
Раздел 4.	Основные численные методы.		2
	Самостоятельная работа		
	№12.Погрешности арифметических действий.	2	
	Всего	24	8

Порядок выполнения самостоятельной работы обучающихся

Раздел 1. Математический анализ

Тема 1.1. Дифференциальное исчисление

№1 Применение производной к исследованию функции.

Цель: Закрепить навыки применения производной к исследованию функции.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание:

1. Составить конспект [1] § 25 «Исследование функции при помощи производных».
2. Самостоятельно выполнить практическое задание на построение графика функции.

Порядок выполнения задания.

1. Повторить теоретический материал по учебнику.
2. Составить краткий конспект.
3. Выполнить практическое задание по вариантам, используя разобранный пример как образец решения:

Исследовать функцию с помощью производной и построить ее график:

1. $y = 5 + 12x - x^3$	6. $y = x^4 - 8x^2$	11. $y = -2 + 3x - x^3$
2. $y = 2x^3 + 3x^2 - 4$	7. $y = 3x^5 - 5x^3 + 2$	12. $y = x^4 - 2x^2 - 3$
3. $y = 9 + 8x^2 - x^4$	8. $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2$	13. $y = 6x^2 - x - 5$
4. $y = \frac{1}{2}x^4 - x^2$	9. $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 10$	14. $y = 3x^2 - x^3$
5. $y = 2x - \frac{1}{6}x^3$	10. $y = 5x^3 - 3x^5$	15. $y = x^3 - 6x^2 - 15x - 2$

Теоретический материал

Общая схема построения графиков функций

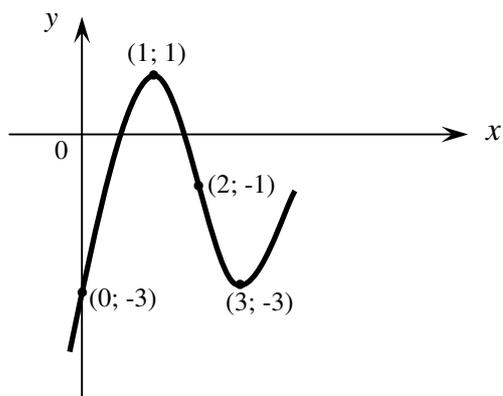
1. Найти область определения функции.
2. Выяснить, не является ли функция четной, нечетной или периодической.
3. Найти точки пересечения графика с осями координат (если это не вызывает затруднений).
4. Найти асимптоты графика функции.
5. Найти промежутки монотонности функции и ее экстремумы.
6. Найти промежутки выпуклости графика функции и точки перегиба.
7. Найти дополнительные точки графика.
8. Построить график, используя полученные результаты исследования.

Пример:

Исследовать функцию с помощью производной и построить ее график: $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 3$

Решение:

1. Функция определена на всей числовой оси, то есть $D(y) = R$.
2. Данная функция не является ни четной, ни нечетной; кроме того, она не является периодической.
3. Найдем точку пересечения графика с осью Oy : полагая $x = 0$, получим $y = -3$. Точки пересечения графика с осью Ox в данном случае найти затруднительно.
4. Очевидно, что график функции не имеет асимптот.
5. Найдем производную: $y' = 3x^2 - 12x + 9$. Далее, имеем $(3x^2 - 12x + 9 = 0) \Leftrightarrow (x^2 - 4x + 3 = 0) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1, \\ x = 3. \end{cases}$ Точки $x = 1$ и $x = 3$ делят область определения функции на три промежутка: $-\infty < x < 1$, $1 < x < 3$ и $3 < x < +\infty$. В промежутках $-\infty < x < 1$ и $3 < x < +\infty$ $y' > 0$, то есть функция возрастает, а в промежутке $1 < x < 3$ $y' < 0$, то есть функция убывает. При переходе через точку $x = 1$ производная меняет знак с плюса на минус, а при переходе через точку $x = 3$ - с минуса на плюс. Значит, $y_{\max} = y(1) = 1$, $y_{\min} = y(3) = -3$.
6. Найдем вторую производную: $y'' = 6x - 12$; $6x - 12 = 0$, $x = 2$. Точка $x = 2$ делит область определения функция на два промежутка $-\infty < x < 2$ и $2 < x < +\infty$. В первом из них $y'' < 0$, а во втором $y'' > 0$, то есть в промежутке $-\infty < x < 2$ кривая выпукла вверх, а в промежутке $2 < x < +\infty$ выпукла вниз. Таким образом, получаем точку перегиба $(2; -1)$.
7. Используя полученные данные, строим искомый график (рис. 1).



Вопросы для изучения:

1. Исследование функции на монотонность.
2. Исследование функции на экстремум с помощью первой производной.
3. Исследование функции на экстремум с помощью второй производной.
4. Исследование функции на вогнутость, выпуклость точки перегиба.

5. Нахождение асимптот графика функции.
6. Общая схема исследования и построения графиков функций.

Форма контроля – отчет по выполненной работе. Содержание отчета: название работы, цель, конспект, задания и их решения, ответы на контрольные вопросы, общий вывод по проделанной работе.

Вопросы для самоконтроля.

1. В чем заключаются необходимый и достаточный признаки существования экстремума?
2. Перечислите порядок операций для отыскания экстремумов функции с помощью первой производной.
3. В чем различие между нахождением максимума и минимума функции и нахождением ее наибольшего и наименьшего значений?
4. Как определяется по знаку второй производной выпуклость или вогнутость кривой?
5. Что называется точкой перегиба и каковы необходимый и достаточный признаки ее существования? Сформулируйте правило нахождения точки перегиба.
6. Как найти асимптоты графика функции?
7. Какой схемой рекомендуется пользоваться при построении графика функции?

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков М.И. Математика: учебник/(начальное и среднее профессиональное образование) М.: Кнорус, 2013. – 400с.
2. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике. [В 2 ч.]. Ч. 1 / Д. Т. Письменный. - 15-е изд. - Москва : Айрис-пресс, 2017. - 279, [1] с.: ил. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-8112-6617-3 (ч. 1). - ISBN 978-5-8112-4000-5: 335-00.

Дополнительная:

3. Филимонова Е.В. Математика: Учебное пособие для средних специальных учебных заведений. - Ростов н/Д: Феникс, 2008. – 416 с.
4. Омельченко В.П., Курбатова Э.В. Математика: учеб.пособие. – Ростов н/Д: Феникс, 2009. – 380 с.

№2 Практическое применение производной

Цель: Рассмотреть практическое применение производной. Закрепить навык решения задач физического содержания с применением производной.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание:

1. Составить конспект «Практическое применение производной» [1] Занятие 7 «Прикладные задачи» с.187-192.

2. Решить предложенные задачи.

Порядок выполнения задания.

1. Изучить теоретические вопросы по данной теме, используя рекомендованную литературу и данный теоретический материал.

2. Составить краткий конспект материала учебника [1] - с.187-192, занятие 7 «Прикладные задачи».

3. Рассмотреть образцы решения задач в методических указаниях.

4. Решить самостоятельно задачи:

1. Тело движется вертикально вверх по закону: $S = 40t - \frac{gt^2}{2}$, (путь в метрах, время – в секундах, ускорение свободного падения, принять 10 м/с^2). Найти максимальную высоту подъема данного тела.

2. Найти модуль силы, действующей на тело массой 300г, в момент времени 1 с, если тело движется прямолинейно и его скорость изменяется по закону $V = \frac{1}{1+t}$, где v – скорость, м/с, t – время в с.

3. Известно, что тело массой 5 кг движется прямолинейно по закону $s(t) = t^2 + 2$. Найдите кинетическую энергию тела через 2 с после начала движения.

4. Найдите силу F , действующую на материальную точку с массой 10 кг, движущуюся прямолинейно по закону $x(t) = 2t^3 - t^2$ при $t = 2$ с.

5. Закон изменения температуры тела в зависимости от времени задаётся уравнением $T = 0,2t^2$. С какой скоростью изменяется температура тела в момент времени 5с ?

6. Изменение силы тока в зависимости от времени задано уравнением $I = 2t^2 - 5t$. Найдите скорость изменения силы тока в момент времени 10 с.

7. Маховик вращается вокруг оси по закону $\varphi(t) = t^4 - 1$. Найдите его угловую скорость ω в момент времени t и $t=2$ с.

8. При вращении проволочной рамки в однородном магнитном поле пронизывающий рамку магнитный поток изменяется в зависимости от времени по закону $\Phi = 10^{-2} \cos 10 \pi t$. Вычислив производную Φ_t , написать формулу зависимости ЭДС от времени $\mathcal{E} = \mathcal{E}(t)$.

9. Заряд q на пластинах конденсатора изменяется по закону $q = 10^{-6} \cos 10^4 \pi t$. Записать закон зависимости силы тока от времени $i = i(t)$, вычислив производную $q(t)$.

Вопросы для изучения:

1.Использование производной в физике

2.Решение задач на наибольшее и наименьшее значение с помощью производной.

Теоретический материал.

1. Использование производной в физике

1.1 Скорость материальной точки

Пусть зависимость пути s от времени t в данном прямолинейном движении материальной точки выражается уравнением $s = f(t)$ и t_0 - некоторый момент времени. Рассмотрим другой момент времени t , обозначим $\Delta t = t - t_0$ и вычислим приращение пути: $\Delta s = f(t_0 + \Delta t) - f(t_0)$. Отношение $\Delta s / \Delta t$ называют средней скоростью движения за время Δt , протекшее от исходного момента t_0 . Скоростью называют предел этого отношения при $\Delta t \rightarrow 0$.

Среднее ускорение неравномерного движения в интервале $(t; t + \Delta t)$ - это величина $a = \Delta v / \Delta t$. Мгновенным ускорением материальной точки в момент времени t будет предел среднего ускорения: $a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$, то есть первая производная по времени ($v'(t)$).

Задача 1: Зависимость пройденного телом пути от времени задается уравнением $s = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ ($C = 0,1$ м/с, $D = 0,03$ м/с²). Определить время после начала движения, через которое ускорение тела будет равно 2 м/с².

Решение:

$$v(t) = s'(t) = B + 2Ct + 3Dt^2; \quad a(t) = v'(t) = 2C + 6Dt = 0,2 + 0,18t = 2;$$

$$1,8 = 0,18t; \quad t = 10 \text{ с.}$$

Задача 2. Маховик за t секунд поворачивается на угол $\varphi = 3 + 8t - t^2$. Найти:

1. угловую скорость ω маховика в некоторый момент времени (например, при $t_0 = 3$ с).

2. угловое ускорение в момент времени (например, при $t_0 = 3$ с).

3. момент времени t , когда вращение прекратится.

Маховик представляет собой массивный диск, отлитый из чугуна, на обод которого напрессован стальной зубчатый венец, предназначенный для вращения коленчатого вала стартером при пуске двигателя.

Так как при вращательном движении угловой скоростью называется скорость ω изменения угла поворота φ за время t , то угловая скорость равна производной угла поворота φ по времени t . $\omega = \varphi'(t)$ - угловая скорость. Угловое ускорение ε равно производной от угловой скорости ω по времени t . $\varepsilon = \omega'(t)$ - угловое ускорение.

Решение. $\omega = \varphi'(t)$, $\varepsilon = \omega'(t)$.

1. $\omega = 8 - 2t$, тогда $\omega(3) = 8 - 2 \cdot 3 = 2 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right)$

2. $\varepsilon = -2$, $\varepsilon(3) = -2 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}^2} \right)$

$$3. 8 - 2t = 0, t = 4 \text{ с.}$$

Ответ:

$$\omega(3) = 2 \text{ рад/с}, \varepsilon(3) = -2 \text{ рад/с}^2, t = 4 \text{ с.}$$

1.2. Теплоемкость вещества при данной температуре

Для повышения различных температур T на одно и то же значение, равное $T_1 - T$, на 1 кг. данного вещества необходимо разное количество теплоты $Q_1 - Q$, причем отношение

$$\frac{Q_1 - Q}{T_1 - T} = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

для данного вещества не является постоянным. Таким образом, для данного вещества количество теплоты Q есть нелинейная функция температуры T : $Q = f(T)$. Тогда $\Delta Q = f(t + \Delta T) - f(T)$. Отношение

$$\frac{\Delta Q}{\Delta T} = \frac{f(T + \Delta T) - f(T)}{\Delta T}$$

называется средней теплоемкостью на отрезке $[T; T + \Delta T]$, а предел этого выражения при $\Delta T \rightarrow 0$ называется теплоемкостью данного вещества при температуре T .

Задача 3. Закон изменения температуры тела T задан соотношением $T = 0,2t^2$, где T – температура в градусах, t – время в секундах. С какой скоростью нагревается это тело в момент 10 секунд?

Решение. Скорость нагревания тела есть производная температуры тела по времени, то

$$v(t) = T'(t), \quad T'(t) = (0,2t^2)' = 0,4t,$$

Определим скорость нагревания тела при $t=10$: $v(10) = 0,4 \cdot 10 = 4$ (град. в сек.).

Ответ: 4 градуса в секунду.

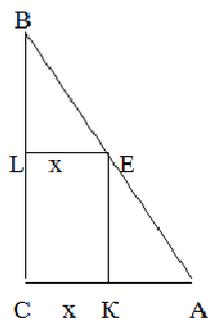
1.3. Мощность

Изменение механического движения тела вызывается силами, действующими на него со стороны других тел. Чтобы количественно характеризовать процесс обмена энергией между взаимодействующими телами, в механике вводится понятие работы силы. Чтобы охарактеризовать скорость совершения работы, вводят понятие мощности: $N = \frac{dA}{dt}$.

2. Использование производной при решении задач на оптимизацию

Задача 1. Из куска железа в форме прямоугольного треугольника с катетами 2 м и 4 м необходимо вырезать прямоугольник наибольшей площади со сторонами, параллельными катетам треугольника.

Решение.



$\triangle ABC \sim \triangle BLE$,

$$\frac{AC}{LE} = \frac{BC}{BL}, \quad \frac{2}{x} = \frac{4}{4-LC} \Rightarrow LC = 4 - 2x, \quad S = x(4 - 2x) = 4x - 2x^2, \quad S' = 4 - 4x = 0, x = 1,$$

$$S'' = -4 < 0 - \text{т. max}$$

$S = 2 \cdot 1 = 2(\text{см}^2)$ – наибольшая площадь.

Ответ: соответствующие стороны прямоугольника: 1 см, 2 см.

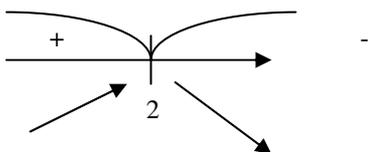
Задача 2. Число 4 представьте в виде суммы двух неотрицательных слагаемых так, чтобы произведение этих чисел было наибольшим.

Решение. 1) Пусть первое число равно x , тогда второе число равно $4-x$. По условию задачи произведение этих чисел должно быть наибольшим, составим функцию: $f(x) = x(4-x)$,

2) Найдем производную: $f'(x) = 4 - 2x$,

3) Найдем нули производной: $x = 2$,

4)

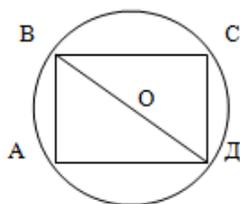


1) Т. к. в точке $x = 2$ производная функции меняет знак с «+» на «-», то в этой точке функция достигает максимума.

Ответ: 2 и 2.

Задача 3. Из круглого бревна вырезают балку с прямоугольным сечением наибольшей площади. Найдите размеры сечения балки, если радиус сечения бревна 20 см.

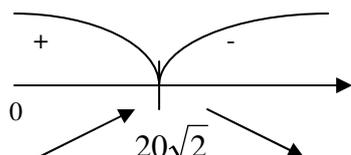
Решение. 1) Пусть $AB = x$ см, тогда $AD = \sqrt{40^2 - x^2}$. Площадь сечения должна быть наибольшей, т.е. $S = x \cdot \sqrt{1600 - x^2}$.



$$2) S = \sqrt{1600x^2 - x^4};$$

$$3) S' = \frac{3200x - 4x^3}{2\sqrt{1600x^2 - x^4}} = \frac{1600x - 2x^3}{\sqrt{1600x^2 - x^4}};$$

4) Найдем нули производной: $1600x - 2x^3 = 0$; $x=0$ или $x=20\sqrt{2}$. $x=0$ не удовлетворяет условию задачи.



5) Так как в точке $x=20\sqrt{2}$ производная функции меняет свой знак с «+» на «-», т в этой точке функция достигает своего максимального значения.

Ответ: $20\sqrt{2}$ и $20\sqrt{2}$.

Форма контроля – отчет по выполненной работе. Содержание отчета: название работы, цель, конспект, задания и их решения, ответы на контрольные вопросы, общий вывод по проделанной работе.

Вопросы для самоконтроля.

1. Для решения каких задачи используется производная в физике?
2. Как используют производную при решении задач на оптимизацию?

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков М.И. Математика: учебник/(начальное и среднее профессиональное образование) М.: Кнорус, 2013. – 400с.
2. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике. [В 2 ч.]. Ч. 1 / Д. Т. Письменный. - 15-е изд. - Москва : Айрис-пресс, 2017. - 279, [1] с.: ил. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-8112-6617-3 (ч. 1). - ISBN 978-5-8112-4000-5: 335-00.

Дополнительная:

3. Филимонова Е.В. Математика: Учебное пособие для средних специальных учебных заведений. - Ростов н/Д: Феникс, 2008. – 416 с.
4. Омельченко В.П., Курбатова Э.В. Математика: учеб.пособие. – Ростов н/Д: Феникс, 2009. – 380 с.

Тема 1.2. Интегральное исчисление.

№3. Геометрические приложения определенного интеграла

Цель: закрепить навыки применения определенного интеграла для решения задач.

Оснащение: методические указания; рекомендуемая литература.

Задание:

1. Составить конспект «Геометрические приложения определенного интеграла». [2] § 41, п.41.2-41.5.

2. Выполнить предложенные задания по вариантам.

Задания для самостоятельного решения:

1. Найти длину дуги кривой.

1) $y = 1 + \ln \cos x$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$ 2) $y = x^{\frac{2}{3}} + 1$, $0 \leq x \leq 1$ 3) $y = x^{\frac{2}{3}}$, $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$

2. Найти объем тела, полученного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями.

1) $x^2 - y = 0$, $y = 1$ 2) $x^2 + y = 0$, $y = -1$ 3) $x - y^2 = 0$, $x = 1$

4) $y = 4x^3$, $x = 0$, $y = -4$ 5) $y = 4x^3$, $x = 1$, $y = 0$ 6) $y = -4x^3$, $x = -1$, $y = 0$

Порядок выполнения задания.

1. Изучить материал по учебнику.

2. Составить конспект «Геометрические приложения определенного интеграла». [2] § 41, п.41.2-41.5.

3. Выполнить задания по вариантам, используя предложенный образец решения.

Вопросы для изучения:

1. Вычисление длины дуги плоской кривой

2. Вычисление объема тела.

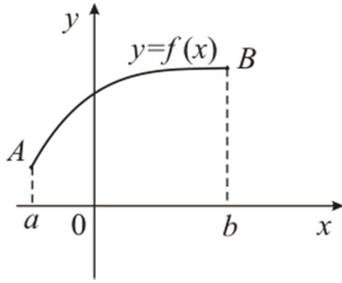
3. Вычисление площади поверхности вращения.

Теоретический материал

1. Вычисление длины дуги плоской:

Если кривая задана уравнением $y = f(x)$, функция $f(x)$ имеет непрерывную первую производную при всех $x \in [a, b]$, то длина дуги $\overset{\frown}{AB}$ (рис. 4) этой кривой, заключенной между точками $A(a, f(a))$ и $B(b, f(b))$, вычисляется по формуле:

$$l_{\overset{\frown}{AB}} = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx. \quad (1)$$



Пример. Найти длину дуги кривой: $y = x^{3/2}$, $0 \leq x \leq 1$;

Решение: Так как кривая задана в декартовой системе координат уравнением $y = f(x)$, то

для вычисления длины дуги воспользуемся формулой (1). Найдем y' : $y' = \frac{3}{2}x^{1/2}$ и

подставим в (1):

$$\begin{aligned}
 l_{AB} &= \int_0^1 \sqrt{1 + \left(\frac{3}{2}x^{1/2}\right)^2} dx = \int_0^1 \sqrt{1 + \frac{9x}{4}} dx = \left. \begin{array}{l} t = 1 + \frac{9x}{4}, dt = \frac{9}{4} dx, dx = \frac{4}{9} dt, \\ x = 0 \rightarrow t = 1, \\ x = 1 \rightarrow t = 1 + \frac{9}{4} = \frac{13}{4}. \end{array} \right| = \\
 &= \frac{4}{9} \int_1^{13/4} t^{1/2} dt = \left. \begin{array}{l} \text{формула 3} \\ \text{таблицы} \\ \text{интегралов} \end{array} \right\} = \frac{4}{9} \frac{t^{3/2}}{\frac{3}{2} + 1} \Big|_1^{13/4} = \frac{8}{27} t^{3/2} \Big|_1^{13/4} = \frac{8}{27} \left(\left(\frac{13}{4}\right)^{3/2} - 1 \right) = \\
 &= \frac{8}{27} \left(\frac{13\sqrt{13}}{8} - 1 \right) \approx 1,440 \text{ (единиц длины)}.
 \end{aligned}$$

2. Вычисление объемов тел вращения

Если тело образовано вращением вокруг оси OX криволинейной трапеции, ограниченной кривой $y = f(x)$, осью OX и прямыми $x = a$, $x = b$ (рис. 2), то его объем

вычисляется по формуле: $V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx$. (2)

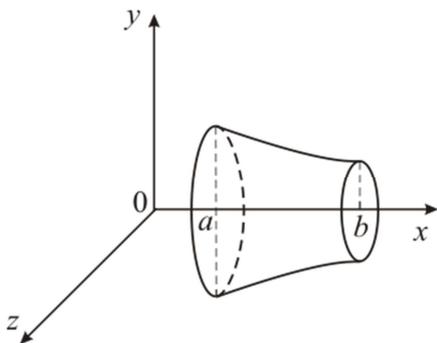


Рис. 2

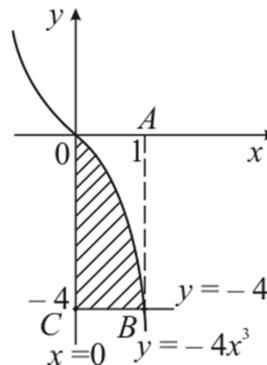


Рис. 3

Пример. Найти объем тела, полученного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями: $y = -4x^3$, $x = 0$, $y = -4$.

Решение. Построим криволинейную трапецию, вращением которой получается тело вращения (рис. 3).

Чтобы получить объем тела вращения из объема V_1 тела, полученного вращением фигуры $OABC$, вычтем объем V_2 тела, полученного вращением фигуры OAB . Тогда искомый объем $V = V_1 - V_2$. По формуле (2) найдем V_1 и V_2 :

$$V_1 = \pi \int_0^1 (-4)^2 dx = \pi 16x \Big|_0^1 = 16\pi \text{ (ед.}$$

объема); $V_2 = \pi \int_0^1 (-4x^3)^2 dx = 16\pi \int_0^1 x^6 dx = 16\pi \frac{x^7}{7} = \frac{16\pi}{7}$ (ед. объема);

$$V = V_1 - V_2 = 16\pi - \frac{16\pi}{7} = \frac{96}{7}\pi \approx 43,085 \text{ (ед. объема).}$$

Форма контроля – отчет по выполненной работе. Содержание отчета: название работы, цель, конспект, задания и их решения, ответы на контрольные вопросы, общий вывод по проделанной работе.

Вопросы для самоконтроля.

1. Назовите формулу для вычисления длины дуги плоской кривой
2. Назовите формулу для вычисления объема тела.
3. Назовите формулу для вычисления площади поверхности вращения.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков М.И. Математика: учебник/(начальное и среднее профессиональное образование) М.: Кнорус, 2013. – 400с.
2. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике. [В 2 ч.]. Ч. 1 / Д. Т. Письменный. - 15-е изд. - Москва : Айрис-пресс, 2017. - 279, [1] с.: ил. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-8112-6617-3 (ч. 1). - ISBN 978-5-8112-4000-5: 335-00.

Дополнительная:

3. Филимонова Е.В. Математика: Учебное пособие для средних специальных учебных заведений. - Ростов н/Д: Феникс, 2008. – 416 с.
4. Омельченко В.П., Курбатова Э.В. Математика: учеб.пособие. – Ростов н/Д: Феникс, 2009. – 380 с.

№4 Применение определенного интеграла к решению физических задач

Цель: научиться применять определенный интеграл для физических решения задач.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание: Составить конспект «Применение определенного интеграла к решению физических задач». [2] § 41, п.41.6.

Порядок выполнения задания.

1. Изучить теоретический материал по учебнику.
2. Составить краткий конспект материала.

Вопросы для изучения:

1. Вычисление работы переменной силы
2. Вычисление пути, пройденным телом.
3. Вычисление давления жидкости на вертикальную пластину.

Форма контроля – отчет по выполненной работе. Содержание отчета: название работы, цель, конспект, задания и их решения, ответы на контрольные вопросы, общий вывод по проделанной работе.

Вопросы для самоконтроля.

1. Как вычисляется работа переменной силы
2. Как вычисляется путь, пройденным телом.
3. Как вычисляется сила давления жидкости на вертикальную пластину.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков М.И. Математика: учебник/(начальное и среднее профессиональное образование) М.: Кнорус, 2013. – 400с.
2. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике. [В 2 ч.]. Ч. 1 / Д. Т. Письменный. - 15-е изд. - Москва : Айрис-пресс, 2017. - 279, [1] с.: ил. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-8112-6617-3 (ч. 1). - ISBN 978-5-8112-4000-5: 335-00.

Дополнительная:

3. Филимонова Е.В. Математика: Учебное пособие для средних специальных учебных заведений. - Ростов н/Д: Феникс, 2008. – 416 с.
4. Омельченко В.П., Курбатова Э.В. Математика: учеб.пособие. – Ростов н/Д: Феникс, 2009. – 380 с.

Тема 1.3. Дифференциальные уравнения.

№5. Применение дифференциальных уравнений.

Цель: познакомиться с применением дифференциальных уравнений в науке и технике.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание:

Составить конспект «Применение дифференциальных уравнений». [2] гл.10 § 47, п.47.2. с.325-327.

Порядок выполнения задания.

1. Изучить материал по учебнику [2] гл.10 § 47, п.47.2. с.325-327.
2. Составить краткий конспект данного материала по предложенному плану.

Вопросы для изучения:

1. Примеры задач, приводящих к дифференциальным уравнениям
2. Дифференциальное уравнение размножения бактерий.
3. Дифференциальное уравнение радиоактивного распада.
4. Уравнение движения точки
5. Движение точки под действием постоянной силы.
6. Движение точки под действием периодической силы.
7. Движение точки под действием силы, пропорциональной скорости
8. Гармонические колебания.

Форма контроля – отчет по выполненной работе. Содержание отчета: название работы, цель, конспект, ответы на контрольные вопросы, общий вывод по проделанной работе.

Вопросы для самоконтроля.

1. Перечислите примеры задач, приводящих к дифференциальным уравнениям
2. Назовите дифференциальные уравнения, описывающие движение точки под действием различных сил.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков М.И. Математика: учебник/(начальное и среднее профессиональное образование) М.: Кнорус, 2013. – 400с.
2. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике. [В 2 ч.]. Ч. 1 / Д. Т. Письменный. - 15-е изд. - Москва : Айрис-пресс, 2017. - 279, [1] с.: ил. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-8112-6617-3 (ч. 1). - ISBN 978-5-8112-4000-5: 335-00.

Дополнительная:

3. Филимонова Е.В. Математика: Учебное пособие для средних специальных учебных заведений. - Ростов н/Д: Феникс, 2008. – 416 с.
4. Омельченко В.П., Курбатова Э.В. Математика: учеб.пособие. – Ростов н/Д: Феникс, 2009. – 380 с.

Тема 1.4. Последовательности и ряды

№6 Приложения степенных рядов

Цель: Ознакомиться с материалом по теме «Приложения степенных рядов»

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература, сеть Интернет.

Задание: Подготовить доклад по теме «Приложения степенных рядов» по источникам из сети интернет.

Порядок выполнения задания.

1. Ознакомиться с рекомендациями по выполнению докладов (прил.2)
2. Подготовить доклад по теме «Приложения степенных рядов» по источникам из сети интернет.

Вопросы для изучения:

Приложения степенных рядов.

Форма контроля – выступление с докладом

Вопросы для самоконтроля.

Приложения степенных рядов.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков М.И. Математика: учебник/(начальное и среднее профессиональное образование) М.: Кнорус, 2013. – 400с.
2. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике. [В 2 ч.]. Ч. 1 / Д. Т. Письменный. - 15-е изд. - Москва : Айрис-пресс, 2017. - 279, [1] с.: ил. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-8112-6617-3 (ч. 1). - ISBN 978-5-8112-4000-5: 335-00.

Дополнительная:

3. Филимонова Е.В. Математика: Учебное пособие для средних специальных учебных заведений. - Ростов н/Д: Феникс, 2008. – 416 с.
4. Омельченко В.П., Курбатова Э.В. Математика: учеб.пособие. – Ростов н/Д: Феникс, 2009. – 380 с.

Раздел 2. Основы дискретной математики

№ 7. Множества и операции над ними

Цель: Закрепить основные понятия по теме «Множества и операции над ними», сформировать навык решения задач по данной теме.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание: Составить конспект по теме: «Множества и операции над ними». [5] п.5.1 с.227-235, выполнить задания 1-5, с.235-236.

Порядок выполнения задания.

1. Составить конспект по теме: «Множества и операции над ними». [5] п.5.1 с.227-235,
2. Выполнить задания 1-5, с.235-236.

Вопросы для изучения:

1. Понятие множества.
2. Способы задания множеств.
3. Операции над множествами. Диаграммы Эйлера-Венна.
4. Основные тождества алгебры множеств.
5. Разбиение множеств на классы.

Форма контроля – отчет по выполненной работе. Содержание отчета: название работы, цель, конспект, задания и их решения, ответы на контрольные вопросы, общий вывод по проделанной работе.

Вопросы для самоконтроля.

1. Что такое множество?
2. Дайте определения для множеств: числовое, конечное, бесконечное, пустое, дискретное, подмножество.
3. Какие множества называются равными?
4. Какие операции над множествами вам известны?
5. Что такое диаграммы Эйлера-Венна?

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков М.И. Математика: учебник/(начальное и среднее профессиональное образование) М.: Кнорус, 2013. – 400с.
2. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике. [В 2 ч.]. Ч. 1 / Д. Т. Письменный. - 15-е изд. - Москва : Айрис-пресс, 2017. - 279, [1] с.: ил. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-8112-6617-3 (ч. 1). - ISBN 978-5-8112-4000-5: 335-00.

Дополнительная:

3. Филимонова Е.В. Математика: Учебное пособие для средних специальных учебных заведений. - Ростов н/Д: Феникс, 2008. – 416 с.
4. Омельченко В.П., Курбатова Э.В. Математика: учеб.пособие. – Ростов н/Д: Феникс, 2009. – 380 с.
5. Математика: учебник для студентов образовательных учреждений СПО/С.Г. Григорьев, С.В. Иволгина; под редакцией В.А. Гусева – 11-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия». 2015. – 416 с.

Раздел 3. Основы теории вероятностей и математической статистики
Тема 3.1 Вероятность случайного события. Теоремы сложения и умножения
вероятностей.

№ 8. Комбинаторика. Правила комбинаторики. Решение комбинаторных задач.

Цель: повторить основные понятия комбинаторики и закрепить навыки решения комбинаторных задач.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание:

1. Составить конспект по теме: «Комбинаторика. Правила комбинаторики. Решение комбинаторных задач. [1] гл. 4, Занятие 1,2,3 с.66-76.
2. Ответить на вопросы и выполнить задания [1] с. 72, с.76-77.

Порядок выполнения задания.

1. Составить конспект по теме: «Комбинаторика. Правила комбинаторики. Решение комбинаторных задач. [1] гл. 4, Занятие 1,2,3 с.66-76. Ответить на вопросы и выполнить задания с.72, с.76-77.

Вопросы для изучения:

1. Основные комбинаторные конструкции.
2. Правила комбинаторики.
3. Число орбит.
2. Бином Ньютона.

Форма контроля – отчет по выполненной работе. Содержание отчета: название работы, цель, конспект, задания и их решения, ответы на контрольные вопросы, общий вывод по проделанной работе.

Вопросы для самоконтроля.

1. Что такое сочетания, перестановки, размещения.
2. Чем различаются эти конструкции? Что у них общего?
2. Запишите формулы для вычислений числа сочетаний, перестановок, размещений.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков М.И. Математика: учебник/(начальное и среднее профессиональное образование) М.: Кнорус, 2013. – 400с.
2. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике. [В 2 ч.]. Ч. 1 / Д. Т. Письменный. - 15-е изд. - Москва : Айрис-пресс, 2017. - 279, [1] с.: ил. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-8112-6617-3 (ч. 1). - ISBN 978-5-8112-4000-5: 335-00.

Дополнительная:

3. Филимонова Е.В. Математика: Учебное пособие для средних специальных учебных заведений. - Ростов н/Д: Феникс, 2008. – 416 с.
4. Омельченко В.П., Курбатова Э.В. Математика: учеб.пособие. – Ростов н/Д: Феникс, 2009. – 380 с.
5. Математика: учебник для студентов образовательных учреждений СПО/С.Г. Григорьев, С.В. Иволгина; под редакцией В.А. Гусева – 11-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия». 2015. – 416 с.
6. Письменный Д.Т. Конспект по теории вероятностей и математической статистики/Д.Т. Письменный. - .2-е изд., испр. – М.: Айрис-пресс, 2005. – 256 с. – (Высшее образование).

№ 9. Вероятность и ее свойства. Повторные испытания.

Цель: научиться использовать формулу Бернулли для повторных испытаний при решении задач по теории вероятностей.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание:

1. Составить конспект по теме: «Вероятность и ее свойства. Повторные испытания. [1] гл. 11, Занятие 1,2 с.219-225. Ответить на вопросы с.222,225.
2. Решить предложенные задания по вариантам.

Порядок выполнения задания.

1. Составить конспект по теме: «Вероятность и ее свойства. Повторные испытания. [1] гл. 11, Занятие 1,2 с.219-225. Ответить на вопросы с.222,225.
2. Решить предложенные задания по вариантам, предварительно рассмотрев теоретический материал и образцы решений.

Вопросы для изучения:

1. Классическое определение вероятности. Свойства вероятности.
2. Повторные испытания. Формула Бернулли.

Теоретический материал

Формула Бернулли

1. Вероятность того, что событие А наступит ровно m раз при проведении n независимых испытаний, каждый из которых имеет ровно два исхода вычисляется по формуле Бернулли

$$P_n(m) = C_n^m p^m (1-p)^{n-m}, m = 0, 1, 2, \dots, n$$

Пример 1: Вероятность выигрыша по одному лотерейному билету равна 0,2. Найти вероятность, что из 6 приобретенных билетов 2 окажутся выигрышными.

Решение: $p=0,2$ $n=6$ $m=2$

$$P_n(m) = C_n^m p^m (1-p)^{n-m} = C_6^2 0,2^2 (1-0,2)^{6-2} = \frac{6!}{4! \cdot 2!} \cdot 0,04 \cdot 0,8^4 \approx 0,246$$

2. Вероятность наступления события А хотя бы один раз при проведении n независимых испытаний, удовлетворяющих схеме Бернулли, равна $P_n(m \geq 1) = 1 - q^n$, $q = 1 - p$

Пример 2: Прибор состоит из шести элементов, работающих независимо друг от друга. Вероятность безотказной работы каждого элемента за определенное время равна 0,6. Для безотказной работы прибора необходимо, чтобы хотя бы один элемент был исправен. Какова вероятность, что за данное время прибор будет работать безотказно?

Решение: $p = 0,6$ тогда $q=0,4$ $n=6$ $m \geq 1$ $P_6(m \geq 1) = 1 - 0,4^6 \approx 0,9959$

3. Вероятность наступления события А хотя бы один раз при проведении n независимых испытаний, удовлетворяющих схеме Бернулли, наступит не менее m_1 и не более m_2 раз

вычисляется по формуле $P_n(m_1 \leq m \leq m_2) = \sum_{m_1}^{m_2} P_n(m)$

Пример 3: Найти вероятность осуществления от двух до четырех разговоров по телефону при наблюдении пяти независимых вызовов, если вероятность того, что разговор состоится, равна 0,7.

Решение: $p = 0,7$ $n=5$ $2 \leq m \leq 4$

$$P_5(2 \leq m \leq 4) = C_5^2 \cdot 0,7^2 (1-0,7)^{5-2} + C_5^3 \cdot 0,7^3 (1-0,7)^{5-3} + C_5^4 \cdot 0,7^4 (1-0,7)^{5-4} \approx 0,801$$

4. Наивероятнейшее значение m_0 числа наступления события А при проведении n повторных независимых испытаний, удовлетворяющих схеме Бернулли, вычисляется по формуле

$$np - q \leq m_0 \leq np + p$$

$$np - (1 - p) \leq m_0 \leq np + p$$

Пример 4: Магазин получил 50 деталей. Вероятность наличия нестандартной детали в партии равна 0,05. Найти наиболее вероятное число нестандартных деталей в партии.

Решение: $p = 0,05$ $n=50$ m_0 -?

$$q = 1 - p = 1 - 0,05 = 0,95$$

$$50 \cdot 0,05 - 0,95 \leq m_0 \leq 50 \cdot 0,05 + 0,05$$

$$1,55 \leq m_0 \leq 2,55$$

$$m_0 = 2$$

Задания по вариантам:

Используя формулу Бернулли, решить следующие задачи:

1. Вероятность того, что расход электроэнергии на протяжении одних суток не превысит установленной нормы равна 0,75. Найти вероятность того, что в ближайшие 6 суток расход электроэнергии в течение 4 суток не превысит нормы.
2. Найти вероятность осуществления от одного до трех разговоров по телефону при наблюдении шести независимых вызовов, если вероятность того, что разговор состоится, равна 0,6.
3. Прибор состоит из пяти элементов, включенных в цепь параллельно и работающих независимо друг от друга. Вероятность безотказной работы каждого элемента за время T равна 0,5. Для безаварийной работы прибора достаточно, чтобы хотя бы один элемент был исправен. Какова вероятность того, что за время T прибор будет работать безотказно?
4. Вероятность выигрыша по одному лотерейному билету $=0,3$. Какова вероятность того, что из семи приобретенных билетов три билета окажутся выигрышными?
5. Магазин получил 40 деталей. Вероятность наличия нестандартной детали в партии равна 0,04. Найти наиболее вероятное число нестандартных деталей в этой партии.
6. Вероятность изготовления на автоматическом станке стандартной детали равна 0,8. Найдя вероятности возможного числа появления бракованных деталей среди 5 отобранных, найти наивероятнейшее число появления бракованных деталей из 5 отобранных, указав его вероятность.
7. Сколько раз необходимо подбросить игральную кость, чтобы наивероятнейшее выпадение тройки было равно 10?
8. Для данного участника игры вероятность набросить кольцо на колышек $=0,3$. Какова вероятность того, что при шести бросках 3 кольца окажутся на колышке?
9. На самолете имеются 4 одинаковых двигателя. Вероятность нормальной работы каждого двигателя в полете равна p . Найти вероятность того, что в полете могут возникнуть неполадки в одном двигателе.
10. Вероятность отказа каждого прибора при испытании равна 0,4. Что вероятнее ожидать: отказ двух приборов при испытании четырех или отказ трех приборов при испытании шести, если приборы испытываются независимо друг от друга?
11. Вероятность того, что на некотором предприятии расход электроэнергии не превысит суточной нормы равна 0,8. Какова вероятность того, что в течение пяти рабочих дней из семи перерасхода электроэнергии не будет?

Форма контроля – отчет по выполненной работе. Содержание отчета: название работы, цель, конспект, задания и их решения, ответы на контрольные вопросы, общий вывод по проделанной работе.

Вопросы для самоконтроля.

1. Дайте классическое определение вероятности, приведите примеры.
2. Запишите формулы для повторных испытаний.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков М.И. Математика: учебник/(начальное и среднее профессиональное образование) М.: Кнорус, 2013. – 400с.
2. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике. [В 2 ч.]. Ч. 1 / Д. Т. Письменный. - 15-е изд. - Москва : Айрис-пресс, 2017. - 279, [1] с.: ил. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-8112-6617-3 (ч. 1). - ISBN 978-5-8112-4000-5: 335-00.
Дополнительная:
3. Филимонова Е.В. Математика: Учебное пособие для средних специальных учебных заведений. - Ростов н/Д: Феникс, 2008. – 416 с.
4. Омельченко В.П., Курбатова Э.В. Математика: учеб.пособие. – Ростов н/Д: Феникс, 2009. – 380 с.
5. Математика: учебник для студентов образовательных учреждений СПО/С.Г. Григорьев, С.В. Иволгина; под редакцией В.А. Гусева – 11-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия». 2015. – 416 с.
6. Письменный Д.Т. Конспект по теории вероятностей и математической статистики/Д.Т. Письменный. - .2-е изд., испр. – М.: Айрис-пресс, 2005. – 256 с. – (Высшее образование).

Тема 3.1 Случайная величина, ее функция распределения. Числовые характеристики случайных величин.

№ 10. Случайная величина

Цель: закрепить понятие случайной величины, её характеристик, закона распределения непрерывных случайных величин.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание:

1. Составить конспект по теме: Случайная величина». [1] гл.11 Занятие 3. с.227-229.
2. Выполнить задания [3] стр.336-338 № 41, 43, 56/

Порядок выполнения задания.

1. На основании литературы, рекомендованной к выполнению самостоятельной работы, необходимо изучить теоретические вопросы по данной теме согласно плану.
2. Составить конспект по теме: «Случайная величина». [1] гл.11 Занятие 3. с.227-229.
3. Выполнить задания [3] стр.336-338 № 41,43,56

Вопросы для изучения:

1. Случайная величина, закон её распределения.
2. Числовые характеристики случайных величин .

Форма контроля – отчет по выполненной работе. Содержание отчета: название работы, цель, задания и их решения, ответы на контрольные вопросы, общий вывод по проделанной работе.

Вопросы для самоконтроля.

1. Приведите пример какой-нибудь случайной величины.
2. Что называется распределением случайной величины?
3. Какое распределение называется биномиальным?
4. Дайте определение математического ожидания случайной величины.
5. Что называется дисперсией случайной величины?
6. В чем состоит закон больших чисел?
7. Определение непрерывной случайной величины
8. Различие между дискретной и непрерывной случайной величиной
9. Можно ли построить ряд распределения для непрерывной случайной величины.
10. Функция распределения вероятностей и ее свойства.
11. Что называют случайной величиной?
12. Что такое закон распределения случайной величины?
13. Какими численными характеристиками обладает случайная величина?
14. Что такое функция распределения? Какими свойствами она обладает?
15. Что называют многоугольником распределения?

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков М.И. Математика: учебник/(начальное и среднее профессиональное образование) М.: Кнорус, 2013. – 400с.
2. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике. [В 2 ч.]. Ч. 1 / Д. Т. Письменный. - 15-е изд. - Москва : Айрис-пресс, 2017. - 279, [1] с.: ил. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-8112-6617-3 (ч. 1). - ISBN 978-5-8112-4000-5: 335-00.

Дополнительная:

3. Филимонова Е.В. Математика: Учебное пособие для средних специальных учебных заведений. - Ростов н/Д: Феникс, 2008. – 416 с.
4. Омельченко В.П., Курбатова Э.В. Математика: учеб.пособие. – Ростов н/Д: Феникс, 2009. – 380 с.
5. Математика: учебник для студентов образовательных учреждений СПО/С.Г. Григорьев, С.В. Иволгина; под редакцией В.А. Гусева – 11-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия». 2015. – 416 с.
6. Письменный Д.Т. Конспект по теории вероятностей и математической статистики/Д.Т. Письменный. - .2-е изд., испр. – М.: Айрис-пресс, 2005. – 256 с. – (Высшее образование).

№ 11. Равномерное, показательное и нормальное распределение непрерывной случайной величины

Цель: изучить материал по теме «Равномерное, показательное и нормальное распределение непрерывной случайной величины».

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание:

1. Составить конспект по теме: [4] п. 7.12. с.341-349., выполнить практическое задание с.349.

Порядок выполнения задания.

1. На основании литературы, рекомендованной к выполнению самостоятельной работы, необходимо изучить теоретические вопросы по данной теме согласно плану.
2. Составить конспект по теме: [4] п. 7.12. с.341-349.
3. Выполнить практическое задание с.349.

Вопросы для изучения: Равномерное, показательное и нормальное распределение непрерывной случайной величины.

Форма контроля – отчет по выполненной работе. Содержание отчета: название работы, цель, задания и их решения, ответы на контрольные вопросы, общий вывод по проделанной работе.

Вопросы для самоконтроля.

1. Равномерное, показательное и нормальное распределение непрерывной случайной величины.

2. Решите задачу: Пусть вес пойманной рыбы подчиняется нормальному закону с параметрами: $\mu=375$, $\sigma=25$ г. Найти вероятность того, что вес пойманной рыбы будет от 300 г до 425 г. (0,9759).

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков М.И. Математика: учебник/(начальное и среднее профессиональное образование) М.: Кнорус, 2013. – 400с.
2. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике. [В 2 ч.]. Ч. 1 / Д. Т. Письменный. - 15-е изд. - Москва : Айрис-пресс, 2017. - 279, [1] с.: ил. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-8112-6617-3 (ч. 1). - ISBN 978-5-8112-4000-5: 335-00.
Дополнительная:
3. Филимонова Е.В. Математика: Учебное пособие для средних специальных учебных заведений. - Ростов н/Д: Феникс, 2008. – 416 с.
4. Омельченко В.П., Курбатова Э.В. Математика: учеб.пособие. – Ростов н/Д: Феникс, 2009. – 380 с.
5. Математика: учебник для студентов образовательных учреждений СПО/С.Г. Григорьев, С.В. Иволгина; под редакцией В.А. Гусева – 11-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия». 2015. – 416 с.
6. Письменный Д.Т. Конспект по теории вероятностей и математической статистики/Д.Т. Письменный. - 2-е изд., испр. – М.: Айрис-пресс, 2005. – 256 с. – (Высшее образование).

Раздел 4. Основные численные методы

№ 12. Погрешности арифметических действий

Цель: закрепить умения вычислять погрешности результатов арифметических действий.

Оснащение: методические указания; рекомендуемая литература.

Задание:

1. Составить конспект по теме: «Погрешности простейших арифметических действий». [4] п. 6.1-6.2 с.245-252.
2. Выполнить расчетное задание по приведенному образцу согласно варианту.

Задание.

Вычислите с помощью МК значение величины Z при заданных значениях параметров a , b и c , используя «ручные» расчетные таблицы для пошаговой регистрации результатов вычислений по правилам подсчета цифр.

Номер варианта	Z	a	b	c
----------------	-----	-----	-----	-----

1	$\frac{\sqrt{ab}}{b-2c}$	3,4	6,22	0,149
2	$\frac{(b-c)^2}{2a+b}$	4,05	6,723	0,03254
3	$\frac{\ln b - a}{a^2 + 12c}$	0,7219	135,347	0,013
4	$\frac{b - \sin a}{a + 3c}$	3,672	4,63	0,0278
5	$\frac{10c + \sqrt{b}}{a^2 - b}$	1,24734	0,346	0,051
6	$\frac{(a-c)^2}{\sqrt{a} + 3b}$	11,7	0,0937	5,081
7	$\frac{a - \sin b}{b^2 + 6c}$	1,75	1,21	0,041
8	$\frac{\sqrt{b-c}}{\ln a + b}$	18,0354	3,7251	0,071
9	$\frac{\ln c - 10a}{\sqrt{bc}}$	0,113	0,1056	89,4
10	$\frac{\ln(b+c)}{b-ac}$	0,0399	4,83	0,072
11	$\frac{\sqrt{a+b}}{3a-c}$	1,574	1,40	1,1236
12	$\frac{ab-4c}{\ln a + b}$	12,72	0,34	0,0290
13	$\frac{a - \cos b}{13c + b}$	3,49	0,845	0,0037
14	$\frac{ac+b}{\sqrt{b-c}}$	0,0976	2,371	1,15874
15	$\frac{a + \cos c}{2a + b}$	0,11587	4,25	3,00971

Порядок выполнения задания.

1. Составить конспект по теме: «Погрешности простейших арифметических действий». [5] п. 6.1-6.2 с.245-252.
2. Выполнить расчетное задание по приведенному образцу согласно варианту.

Приближенные вычисления по заданной формуле правилам подсчета цифр

При вычислении данным методом явного учёта погрешностей не ведётся, правила подсчёта цифр показывают лишь, какое количество значащих цифр или десятичных знаков в результате можно считать надёжными.

Правила метода:

1. При сложении и вычитании приближенных чисел следует считать верными столько десятичных знаков после запятой, сколько их в приближенном данном с наименьшим числом знаков после запятой.
2. При умножении и делении приближенных чисел нужно выбрать число с наименьшим количеством значащих цифр и округлить остальные числа так, чтобы в них было лишь на одну значащую цифру больше, чем в наименее точном числе.
3. При определении количества верных цифр в значениях функций от приближённых значений аргумента следует грубо оценить значение модуля производной функции. Если это значение не превосходит единицы или близко к ней, то в значении функции можно считать верными столько знаков после запятой, сколько их имеет значение аргумента. Если же модуль производной функции превосходит единицу, то количество верных десятичных знаков в значении функции меньше, чем в аргументе на величину, равную разряду оценки производной.
4. В записи промежуточных результатов следует сохранять на одну цифру больше, чем описано в правилах 1-3. В окончательном результате эта запасная цифра округляется.

Правила подсчёта цифр носят оценочный характер, но практическая надёжность этих правил достаточно высока.

При исследовании данного метода используется расчётная таблица – расписка формул.

Пример: Вычислить значение функции $A = \frac{e^a + \sqrt{b}}{\ln(a + b^2)}$, $a = 2,156$, $b = 0,927$.

a	2,156	пояснения при подсчете верных цифр
b	0,927	
e^a	8,637	$e^a = e^{2.156} = 8,63652$, оценим производную $(e^a)' = e^a \approx 2^{2.156} \approx 5... < 10$, значит (используя правило 3), надо сохранить на один знак меньше, чем в значении аргумента + 1 запасная цифра.
\sqrt{b}	0,9628	$\sqrt{b} = 0,9628083$, оценим производную $(\sqrt{b})' = \frac{1}{2\sqrt{b}} = \frac{1}{2\sqrt{0.927}} < 1$, (используя правило 3) сохраняем три цифры как в аргументе + 1 запасная цифра.
$e^a + \sqrt{b}$	9,600	$e^a + \sqrt{b} = 8,637 + 0,9628 = 9,5998$, (по правилу 1) результат округляется до трёх знаков после запятой, т.е. 9,600.
b^2	0,8593	$b^2 = 0,927^2 = 0,859329$, (по правилу 2) результат округляем до трех цифр, как аргумент + 1 запасная цифра.
$a + b^2$	3,0153	$a + b^2 = 2.156 + 0.8593 = 3.0153$, (используя правило 1) округляем результат до трех цифр + 1 запасная цифра.
$\ln(a + b^2)$	1,1037	$\ln(a + b^2) = \ln(3.0153) \approx 1.10369933$, оценим производную $(\ln(a + b^2))' = \frac{1}{a + b^2} = \frac{1}{3.0153} < 1$, (используя правило 3) сохраняем три цифры как в аргументе + 1 запасная цифра.

A	8,698	$A = \frac{e^a + \sqrt{b}}{\ln(a + b^2)} = \frac{9,600}{1,1037} \approx 8,698,$ при округлении результата использовали правило 2.
A	8,70	8-запасная цифра, По правилу 4, запасная цифра в окончательном результате округляется $8,698 \approx 8,70$

Вопросы для изучения:

1. Абсолютная и относительная погрешность вычислений.
2. Правила подсчета цифр при приближенных вычислениях.

Форма контроля – отчет по выполненной работе. Содержание отчета: название работы, цель, задания и их решения, ответы на контрольные вопросы, общий вывод по проделанной работе.

Вопросы для самоконтроля.

1. Что такое абсолютная погрешность приближенного значения величины?
2. Что такое относительная погрешность приближенного значения величины?
3. Какое влияние на погрешность арифметических действий оказывают погрешности исходных данных?
4. В какой зависимости находится абсолютная погрешность значения функции одной переменной от абсолютной погрешности значения аргумента?
5. Какова последовательность действий на каждом промежуточном этапе расчетной таблицы в вычислениях по правилам подсчета цифр.

Рекомендуемая литература.

1. Башмаков М.И. Математика: учебник/(начальное и среднее профессиональное образование) М.: Кнорус, 2013. – 400с.
2. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике. [В 2 ч.]. Ч. 1 / Д. Т. Письменный. - 15-е изд. - Москва : Айрис-пресс, 2017. - 279, [1] с.: ил. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-8112-6617-3 (ч. 1). - ISBN 978-5-8112-4000-5: 335-00.

Дополнительная:

3. Филимонова Е.В. Математика: Учебное пособие для средних специальных учебных заведений. - Ростов н/Д: Феникс, 2008. – 416 с.
4. Омельченко В.П., Курбатова Э.В. Математика: учеб.пособие. – Ростов н/Д: Феникс, 2009. – 380 с.
5. Математика: учебник для студентов образовательных учреждений СПО/С.Г. Григорьев, С.В. Иволгина; под редакцией В.А. Гусева – 11-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия». 2015. – 416 с.

6. Письменный Д.Т. Конспект по теории вероятностей и математической статистики/Д.Т. Письменный. - 2-е изд., испр. – М.: Айрис-пресс, 2005. – 256 с. – (Высшее образование).

Методические указания по написанию конспекта

Конспект — это краткое, связанное и последовательное изложение констатирующих и аргументирующих положений текста.

В качестве примера приведем возможную классификацию видов конспектов:

1. **План-конспект.** При создании такого конспекта сначала пишется план текста, далее на отдельные пункты плана «наращиваются» комментарии. Это могут быть цитаты или свободно изложенный текст.
2. **Тематический конспект.** Такой конспект является кратким изложением данной темы, раскрываемой по нескольким источникам.
3. **Текстуальный конспект.** Этот конспект представляет собой монтаж цитат одного текста.

Как составлять конспект

1. Определите цель составления конспекта.
2. Читая изучаемый материал в первый раз, подразделяйте его на основные смысловые части, выделяйте главные мысли, выводы.
3. Если составляется план-конспект, сформулируйте его пункты и определите, что именно следует включить в план-конспект для раскрытия каждого из них.
4. Наиболее существенные положения изучаемого материала (тезисы) последовательно и кратко излагайте своими словами или приводите в виде цитат.
5. В конспект включаются не только основные положения, но и обосновывающие их выводы, конкретные факты и примеры (без подробного описания).
6. Составляя конспект, можно отдельные слова и целые предложения писать сокращенно, выписывать только ключевые слова, вместо цитирования делать лишь ссылки на страницы конспектируемой работы, применять условные обозначения.
7. Чтобы форма конспекта как можно более наглядно отражала его содержание, располагайте абзацы «ступеньками» подобно пунктам и подпунктам плана, применяйте разнообразные способы подчеркивания, используйте карандаши и ручки разного цвета.

Правила конспектирования

1. Записать название конспектируемого произведения (или его части) и его выходные данные.
2. Осмыслить основное содержание текста, дважды прочитав его.
3. Составить план — основу конспекта.

4. Конспектируя, оставить место (широкие поля) для дополнений, заметок, записи незнакомых терминов и имен, требующих разъяснений.

Помнить, что в конспекте отдельные фразы и даже отдельные слова имеют более важное значение, чем в подробном изложении.

5. Запись вести своими словами, это способствует лучшему осмыслению текста.

6. Применять определенную систему подчеркивания, сокращений, условных обозначений.

7. Соблюдать правила цитирования — цитату заключать в кавычки, давать ссылку на источник с указанием страницы.

Методические указания по написанию доклада

Доклад — вид самостоятельной научно — исследовательской работы, где автор раскрывает суть исследуемой проблемы; приводит различные точки зрения, а также собственные взгляды на нее.

Этапы работы над докладом.

- Подбор и изучение основных источников по теме (как и при написании реферата рекомендуется использовать не менее 8 — 10 источников).
- Составление библиографии.
- Обработка и систематизация материала. Подготовка выводов и обобщений.
- Разработка плана доклада.
- Написание.
- Публичное выступление с результатами исследования.

В докладе соединяются три качества исследователя: умение провести исследование, умение преподнести результаты слушателям и квалифицированно ответить на вопросы.

Отличительной чертой доклада является научный, академический стиль.

Академический стиль — это совершенно особый способ подачи текстового материала, наиболее подходящий для написания учебных и научных работ. Данный стиль определяет следующие нормы:

- предложения могут быть длинными и сложными;
- часто употребляются слова иностранного происхождения, различные термины;
- употребляются вводные конструкции типа «по всей видимости», «на наш взгляд»;
- авторская позиция должна быть, как можно менее выражена, то есть должны отсутствовать местоимения «я», «моя (точка зрения)»;
- в тексте могут встречаться штампы и общие слова.

Общая структура такого доклада может быть следующей:

1. Формулировка темы исследования (причем она должна быть не только актуальной, но и оригинальной, интересной по содержанию).
2. Актуальность исследования (чем интересно направление исследований, в чем заключается его важность, какие ученые работали в этой области, каким вопросам

в данной теме уделялось недостаточное внимание, почему учащимся выбрана именно эта тема).

3. Цель работы (в общих чертах соответствует формулировке темы исследования и может уточнять ее).
4. Задачи исследования (конкретизируют цель работы, «раскладывая» ее на составляющие).

Требования к оформлению письменного доклада такие же, как и при написании реферата.

- Титульный лист
- Оглавление (в нем последовательно указываются названия пунктов доклада, указываются страницы, с которых начинается каждый пункт)
- Введение (формулируется суть исследуемой проблемы, обосновывается выбор темы, определяются ее значимость и актуальность, указываются цель и задачи доклада, дается характеристика используемой литературы)
- Основная часть (каждый раздел ее доказательно раскрывает исследуемый вопрос)
- Заключение (подводятся итоги или делается обобщенный вывод по теме доклада)
- Список литературы

Особенности представления доклада:

- Продолжительность выступления обычно не превышает 10-15 минут. Поэтому при подготовке доклада из текста работы отбирается самое главное.
- В докладе должно быть кратко отражено основное содержание всех глав и разделов исследовательской работы.
- Заучите значение всех терминов, которые употребляются в докладе.
- Не бойтесь аудитории — ваши слушатели дружески настроены.
- Выступайте в полной готовности — владейте темой настолько хорошо, насколько это возможно.
- Сохраняйте уверенный вид — это действует на аудиторию и преподавателей.
- Делайте паузы так часто, как считаете нужным.
- Не торопитесь и не растягивайте слова. Скорость вашей речи должна быть примерно 120 слов в минуту.
- Подумайте, какие вопросы вам могут задать слушатели, и заранее сформулируйте ответы.

- Если вам нужно время, чтобы собраться с мыслями, то, наличие заранее подготовленных карт, схем, диаграммы, фотографии и т.д. поможет вам выиграть драгоценное время для формулировки ответа, а иногда и даст готовый ответ.

При соблюдении этих правил у вас должен получиться интересный доклад, который, несомненно, будет высоко оценен преподавателем.