

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

**«МУРМАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ»**

Кафедра МИС и ПО

Б1.О.05.01 МАТЕМАТИКА

*Методические указания к самостоятельной работе
по направлению подготовки 13.03.01 «Теплоэнергетика и теплотехника» (уровень бакалавриата),
профиль подготовки «Энергообеспечение предприятий»*

Мурманск
2020

Оглавление

| | |
|---|---------|
| Введение | Стр. 3 |
| Тематический план | Стр. 4 |
| Тема 1. Линейная и векторная алгебра | Стр. 5 |
| Тема 2. Аналитическая геометрия | Стр. 5 |
| Тема 3. Элементы теории функции одной действительной переменной (ФОП) | Стр. 6 |
| Тема 4. Дифференциальное исчисление функции одной переменной | Стр. 7 |
| Тема 5. Интегральное исчисление функций одной переменной | Стр. 8 |
| Тема 6. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных | Стр. 8 |
| Тема 7. Дифференциальные уравнения | Стр. 9 |
| Тема 8. Теория вероятностей | Стр. 10 |
| Тема 9. Математическая статистика | Стр. 12 |
| Рекомендуемая литература | Стр. 13 |

ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Математика» является базовой дисциплиной естественно-научного цикла учебного плана. Целью изучения дисциплины «Математика» является подготовка бакалавров в соответствии с рабочим учебным планом направления 13.03.01 Теплоэнергетика и теплотехника, что предполагает освоение обучающимися теоретических знаний, их интеллектуальное развитие, формирование математического мышления, необходимого человеку для полноценной жизни в обществе, формирование представлений об идеях и методах математики, о математике как форме описания и методе познания действительности, обеспечение математическим аппаратом естественнонаучных, общепрофессиональных и специальных дисциплин, формирование навыков самообразования.

Самостоятельной работе по изучению математики в вузе отводится значительная доля учебного времени. В качестве самостоятельной работы в течение всего курса обучения предусматривается:

- 1) изучение теоретического материала при подготовке к занятиям;
- 2) выполнение домашних заданий по всем темам практических занятий;
- 3) выполнение расчетно-графических работ, предусмотренных рабочей программой дисциплины;
- 4) закрепление теоретического материала при подготовке к сессии.

Данные методические указания предназначены для помощи студентам в процессе их самостоятельной работы по изучению части курса математики. Эти указания должны дать студентам представление о структуре предлагаемого к изучению курса, а также о содержании материала, объеме часов, выделяемых на самостоятельную работу. По каждой теме студентам предлагаются методические указания, требования, предъявляемые к нему, после изучения данной темы, список рекомендуемой учебной литературы и вопросы для самопроверки.

ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

| Содержание разделов (модулей), тем дисциплины | Количество часов, выделяемых на самостоятельную работу по формам обучения | |
|--|---|---------|
| | очная | заочная |
| 1. Линейная и векторная алгебра. | 8 | 36 |
| 2. Аналитическая геометрия. | 10 | 36 |
| 3. Элементы теории функции одной действительной переменной (ФОП). | 10 | 42 |
| 4. Дифференциальное исчисление ФОП | 20 | 36 |
| 5. Интегральное исчисление ФОП | 28 | 42 |
| 6. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных (ФНП) | 24 | 24 |
| 7. Дифференциальные уравнения | 24 | 19 |
| 8. Теория вероятностей | 12 | 24 |
| 9. Математическая статистика | 16 | 24 |
| Итого: | 152 | 283 |

СОДЕРЖАНИЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ИЗУЧЕНИЮ ТЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Тема 1 Линейная и векторная алгебра

При изучении темы особое внимание необходимо уделить операциям над матрицами, вычислению определителей, решению систем линейных уравнений матричным и методом Крамера, Изучив данную тему, студент должен:

знать:

- определение обратной матрицы;
- матричную форму записи систем линейных алгебраических уравнений;
- основные понятия и определения векторной алгебры: вектор, его модуль и направляющие косинусы, проекция вектора на ось и координаты вектора;
- линейные операции над векторами и их свойства;
- скалярное, векторное, смешанное произведения векторов и их приложения;
- условия линейной независимости векторов в пространстве;
- свойства линейных преобразований;

уметь:

- выполнять операции над матрицами: сложение, вычитание, умножение на скаляр и перемножение соответственных матриц;
- вычислять определители;
- решать системы линейных уравнений методом Крамера и при помощи обратной матрицы;
- производить линейные операции над векторами графически и в координатной форме;
- вычислять скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, применять их при решении задач;

владеть методами линейной и векторной алгебры

Вопросы для самопроверки..

1. Перечислите основные виды матриц.
2. Перечислите свойства операций над матрицами.
3. Сформулируйте правило нахождения обратной матрицы.
4. Сформулируйте правила вычисления определителей 1-го и 2-го порядков.
5. Перечислите свойства определителей.
6. Запишите формулы Крамера.
7. Дайте определения проекции вектора на ось.
8. Дайте определение скалярного произведения двух векторов.
9. Дайте определение векторного произведения двух векторов.
10. Дайте определение смешанного произведения трех векторов.

Тема 2. Аналитическая геометрия

При изучении темы особое внимание необходимо уделить уравнениям прямой на плоскости, классификации кривых 2-го порядка, уравнению плоскости, уравнениям прямой в пространстве и их взаимному расположению.

Изучив данную тему, студент должен:

знать:

- декартову и полярную систему координат в пространстве;
- общее и нормальное уравнения прямой на плоскости, уравнение прямой с угловым ко-

ээффициентом;

- определения кривых 2-го порядка: эллипс, гипербола, парабола;
- основные характеристики кривых 2-го порядка: фокусы, полуоси (для эллипса и гиперболы), директриса (для параболы), эксцентриситет;
- преобразование уравнений линий при параллельном переносе системы координат;
- общее и нормальное уравнения плоскости;
- общие, канонические и параметрические уравнения прямой в пространстве;

уметь:

- определять декартовы и полярные координаты точек на плоскости;
- находить уравнение прямой на плоскости, проходящей через данную точку с данным угловым коэффициентом, проходящей через две заданные точки;
- находить угол между прямыми и расстояние от точки до прямой на плоскости;
- приводить уравнения кривых 2-го порядка к каноническому виду и находить их основные характеристики;
- решать простые геометрические задачи с использованием уравнения прямой и уравнений кривых 2-го порядка;
- находить уравнение плоскости, проходящей через данную точку с заданным нормальным вектором, проходящей через три заданные точки;
- находить расстояние от точки до плоскости;
- находить уравнения прямой, проходящей через данную точку с данным направляющим вектором, проходящей через две заданные точки в пространстве;
- находить угол между прямыми, между плоскостями, между прямой и плоскостью.

владеть аналитической геометрией.

Вопросы для самопроверки.

1. Опишите связь между декартовыми и полярными координатами точки на плоскости.
2. Запишите уравнения наклонной, вертикальной и горизонтальной прямых на плоскости.
3. Запишите каноническое уравнение эллипса и укажите его основные характеристики.
4. Запишите каноническое уравнение гиперболы и укажите ее основные характеристики.
5. Запишите канонические уравнения параболы и укажите ее основные характеристики.
6. Опишите способы задания плоскости в пространстве.
7. Опишите способы задания прямой в пространстве.
8. Сформулируйте правило определения взаимного расположения прямой и плоскости.

Тема 3. Элементы теории функции одной переменной

При изучении темы особое внимание необходимо уделить основными понятиям математического анализа (функция, предел, непрерывность), различию между ограниченными, бесконечно малыми и бесконечно большими функциям, вычислению пределов.

Изучив данную тему, студент должен:

знать:

- определение функции, области ее определения и области значений, способы задания и важнейшие свойства функций;
- определения пределов последовательности и функции;
- основные свойства пределов;
- связь между ограниченными, бесконечно малыми и бесконечно большими функциями;
- основные соотношения эквивалентности;
- определение непрерывности функции в точке;
- классификацию точек разрыва функции;

уметь:

- устанавливать свойства функции, находить обратную функцию;
- вычислять пределы и устранять неопределенности;
- использовать замену эквивалентных бесконечно малых при вычислении пределов;
- исследовать функции на непрерывность и определять тип точек разрыва;

владеть приемами вычислений пределов, методами исследования функций на непрерывность

Вопросы для самопроверки.

1. Сформулируйте определение функции, обратной функции.
2. Дайте определения бесконечно малой и бесконечно большой функций.
3. Сформулируйте теоремы о конечных пределах функций.
4. Запишите основные соотношения эквивалентности.
5. Дайте определение функции, непрерывной в точке.
6. Опишите типы точек разрыва функции.
7. Сформулируйте свойства функций, непрерывных на отрезке.

Тема 4. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Изучив данную тему, студент должен:

знать:

- определение производной, ее механический и геометрический смысл;
- производные основных элементарных функций и правила дифференцирования;
- достаточные условия монотонности дифференцируемой функции;
- определение экстремума функции;
- необходимые и достаточные условия существования экстремума дифференцируемой функции;
- определение выпуклости (вогнутости) кривой на интервале;
- достаточные условия выпуклости графика функции на интервале;
- определение точки перегиба кривой;
- достаточные условия существования точки перегиба на кривой;
- виды асимптот графиков;
- определение дифференциала функции в точке, его свойства и геометрический смысл;

уметь:

- находить производные и дифференциалы сложной функции, обратной функции, функции, заданной параметрически, выполнять логарифмическое дифференцирование;
- применять правило Лопиталю для раскрытия неопределенностей;
- находить уравнения асимптот графиков;
- исследовать функции с помощью производной и строить их графики;
- выполнять приближенные вычисления при помощи дифференциала.

владеть методами дифференциального исчисления функции одной переменной.

Вопросы для самопроверки.

1. Дайте определение производной функции.
2. Сформулируйте теорему о связи непрерывности и дифференцируемости функции.
3. Сформулируйте теорему о достаточном условии монотонности дифференцируемой функции.
4. Дайте определения экстремумов функции.
5. Сформулируйте теорему о достаточных условиях выпуклости графика дважды диффе-

- ренцируемой функции.
6. Дайте определение асимптоты графика функции.
 7. Сформулируйте определение дифференциала функции и его свойства.

Тема 5. Интегральное исчисление функций одной переменной

При изучении темы особое внимание необходимо уделить технике интегрирования и приложениям интегралов (вычисление площадей, объемов тел, длины дуги кривой, работы силы).

Изучив данную тему, студент должен:

знать:

- связь между первообразными от данной функции;
- достаточные условия существования неопределенного интеграла;
- основные методы интегрирования: замена переменной и интегрирование по частям;
- геометрический смысл определенного интеграла;
- свойства определенного интеграла;
- несобственные интегралы 1-го и 2-го рода, их сходимость и вычисление;
- свойства двойного интеграла;
-

уметь:

- интегрировать при помощи замены переменной и по частям;
- интегрировать рациональные дроби при помощи метода неопределенных коэффициентов;
- вычислять при помощи определенного интеграла площадь в декартовой и в полярной системах координат, объем тела вращения, длину дуги плоской кривой, площадь поверхности тела вращения;

владеть методами интегрального исчисления функции одной переменной.

Вопросы для самопроверки.

1. Дайте определения первообразной и неопределенного интеграла;
2. Сформулируйте основные свойства неопределённого интеграла.
3. Дайте определение правильной и неправильной рациональной дроби.
4. Дайте определение определенного интеграла.
5. Сформулируйте теорему Барроу о дифференцировании интеграла с переменным верхним пределом.
6. Запишите формулу Ньютона – Лейбница.
7. Сформулируйте теорему о среднем для определённого интеграла и ее геометрический смысл.

Тема 6. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных

При изучении темы особое внимание необходимо уделить классификации поверхностей 2-го порядка, основными понятиям теории функций нескольких переменных (ФНП): предел, непрерывность, частная и полная производная, полный дифференциал, а также технике дифференцирования ФКП и исследованию ее на экстремумы.

Изучив данную тему, студент должен:

знать:

- основные виды поверхностей 2-го порядка;
- основные понятия теории ФНП (область определения, частные и полное приращения, частные и полные производные, полный дифференциал);
- связь между полным приращением и полным дифференциалом ФНП;
- определение экстремума ФНП, необходимые и достаточные условия существования экстремума ФНП;
- определения производных высших порядков;

уметь:

- находить частные производные ФНП;
- дифференцировать сложную и неявно заданную ФНП;
- находить частные производные ФНП высших порядков;
- находить полный дифференциал;
- применять дифференциал для вычисления приближенных значений ФНП;
- находить глобальные экстремумы функции двух переменных в замкнутой области;

владеть методами дифференциального исчисления функции нескольких переменных.

Вопросы для самопроверки.

1. Перечислите способы задания ФНП.
2. Дайте определения предела ФНП, ее непрерывности.
3. Дайте определение частной производной ФНП.
4. Дайте определение полного дифференциала ФНП.
5. Сформулируйте достаточные условия дифференцируемости ФНП.
6. Сформулируйте свойство инвариантности формы полного дифференциала.
7. Сформулируйте свойство смешанных производных высших порядков ФНП.
8. Дайте определения локального и глобального экстремума ФНП.
9. Сформулируйте необходимые и достаточные условия существования локального экстремума ФНП.

Тема 7. Дифференциальные уравнения

При изучении темы особое внимание необходимо уделить представлению о дифференциальном уравнении (ДУ), классификации ДУ, задаче Коши для ДУ 1-го и 2-го порядков, основным методам решения ДУ 1-го и 2-го порядков, линейным ДУ 2-го порядка, нормальной системе обыкновенных ДУ.

Изучив данную тему, студент должен:

знать:

- основные понятия теории ДУ: порядок ДУ, общее и частное решения, общий и частный интеграл, начальные условия;
- методы интегрирования ДУ 1-го порядка с разделяющимися переменными, однородных, линейных, ДУ Бернулли;
- методы интегрирования ДУ высших порядков, допускающих понижение порядка;
- свойства частных решений линейных однородных ДУ n -го порядка;
- вронскиан частных решений линейных однородных ДУ n -го порядка, его свойства;
- метод интегрирования линейных однородных ДУ n -го порядка с постоянными коэффициентами;
- структуру и метод получения общего решения линейных неоднородных ДУ n -го порядка;
- метод вариации произвольных постоянных для решения линейных неоднородных ДУ

2-го порядка;

- метод повышения порядка для решения нормальных систем линейных ДУ;

уметь:

- определять тип дифференциального уравнения;
- решать основные типы ДУ 1-го порядка и задачу Коши для этих уравнений;
- решать основные типы ДУ 2-го порядка, допускающие понижение порядка, и задачу Коши для этих уравнений;
- проверять линейную независимость частных решений линейных однородных ДУ n -го порядка;
- решать линейные однородные ДУ n -го порядка при помощи характеристического уравнения;
- решать линейные неоднородные ДУ 2-го порядка с правой частью специального вида при помощи метода неопределенных коэффициентов;
- решать линейные неоднородные ДУ 2-го порядка при помощи метода вариации произвольных постоянных;
- решать системы линейных ДУ 1-го порядка методом повышения порядка.

владеть методами решения дифференциальных уравнений.

Вопросы для самопроверки.

1. Сформулируйте теорему существования и единственности решения задачи Коши для ДУ 1-го порядка.
2. Сформулируйте задачу Коши для ДУ 2-го порядка.
3. Перечислите основные типы ДУ 2-го порядка, допускающие понижение порядка.
4. Сформулируйте теорему об общем решении линейного однородного ДУ 2-го порядка.
5. Сформулируйте теорему о структуре общего решения линейного неоднородного ДУ 2-го порядка.
6. Запишите формулу общего решения линейного однородного ДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами в случае различных вещественных, равных вещественных и комплексно-сопряженных корней характеристического уравнения.
7. Запишите формулы частного решения линейного неоднородного ДУ 2-го порядка с правой частью 1-го и 2-го специального вида.
8. Запишите условия вариации для линейного неоднородного ДУ 2-го порядка.
9. Запишите общий вид нормальной системы линейных ДУ n -го и 2-го порядка.

Тема 8.1 Теория вероятностей: случайные события

При изучении темы особое внимание необходимо уделить понятиям теории вероятностей (случайное событие, вероятность события)

Изучив данную тему, студент должен:

знать:

- основные формулы комбинаторики: перестановки, размещения, сочетания;
- основные виды событий: случайные, достоверные, невозможные;
- классическое, геометрическое и статистическое определения вероятности события;
- теоремы о вероятности произведения зависимых и независимых событий;
- теоремы о вероятности суммы совместных и несовместных событий;
- формулу полной вероятности, формулы Байеса;
- повторение испытаний, формула Бернулли, асимптотические формулы Бернулли;

уметь:

- находить вероятности случайных событий;

владеть методами решения задач по теории вероятностей.

Вопросы для самопроверки.

1. Дайте аксиоматическое определение вероятности события.
2. Сформулируйте определение произведения событий, суммы событий, полной группы событий.
3. Опишите, что такое независимые испытания по схеме Бернулли.
4. Сформулируйте локальную и интегральные теоремы Муавра-Лапласа.
5. Запишите формулу Бернулли. В каких случаях она используется?
6. Дайте определение простейшего потока событий, его стационарности, ординарности и отсутствия последействия.
7. Запишите формулу Пуассона. В каких случаях она используется?

Тема 8.2 Теория вероятностей: случайные величины

Изучив данную тему, студент должен:

знать:

- числовые характеристики дискретных и непрерывных случайных величин;
- биномиальное, пуассоновское, равномерное и нормальное распределения случайных величин и их характеристики;
- моменты случайной величины, их вычисление и взаимосвязь;
- системы двух случайных величин и их характеристики;
- выборочный метод, статистическое распределение выборки;
- числовые характеристики статистического распределения: выборочная средняя, выборочная дисперсия, выборочное среднее квадратическое отклонение (СКО), мода, медиана;

уметь:

- составлять закон распределения дискретной случайной величины;
- находить плотность и функцию распределения непрерывной случайной величины;
- находить числовые характеристики случайных величин (математическое ожидание, дисперсия, СКО);
- находить вероятность попадания нормально распределенной случайной величины в заданный интервал;

владеть методами решения задач по теории вероятностей.

Вопросы для самопроверки.

1. Дайте определения случайной величины, ее функции распределения, математического ожидания, дисперсии и СКО.
2. Дайте характеристику интегральной функции Лапласа. Как она связана с функцией нормального распределения?
3. Сформулируйте правило трех сигм.
4. Сформулируйте центральную предельную теорему.
5. Сформулируйте теорему Чебышева.
6. Дайте определения корреляционного момента и коэффициента линейной корреляции системы двух случайных величин.

Тема 9. Математическая статистика

При изучении темы особое внимание необходимо уделить понятиям математической статистики (генеральная совокупность (ГС), вариационный ряд, выборка, оценки параметров распределения), а также статистическим методам обработки экспериментальных данных (проверка гипотез, корреляционный и регрессионный анализ).

Изучив данную тему, студент должен:

знать:

- выборочный метод, статистическое распределение выборки;
- числовые характеристики статистического распределения: выборочная средняя, выборочная дисперсия, выборочное среднее квадратическое отклонение (СКО), мода, медиана;
- эмпирические моменты распределения;
- статистические оценки параметров распределения и требования к оценкам;
- интервальные оценки параметров нормально распределенного признака;
- методы проверки статистических гипотез;
- критерий согласия χ^2 Пирсона;
- основы корреляционного анализа (корреляционная связь, линейная регрессия Y на X , коэффициент корреляции, корреляционное отношение);
- основные типы случайных процессов, их числовые характеристики;
- уравнения Колмогорова для вероятностей состояний.

уметь:

- составлять вариационный ряд, статистическое распределение выборки, полигоны и гистограммы частот и относительных частот;
- находить числовые характеристики выборки и статистические оценки параметров распределения признака ГС;
- находить доверительный интервал для математического ожидания нормально распределенного признака при известном и при неизвестном СКО признака ГС;
- проверять гипотезу о нормальном распределении признака X генеральной совокупности;
- находить выборочные уравнения регрессии Y/X и X/Y с использованием метода наименьших квадратов и с использованием коэффициента линейной корреляции;
- находить финальные (предельные) вероятности состояний в марковских случайных процессах.

владеть методами математической статистики для обработки экспериментальных данных.

ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ «МАТЕМАТИКА»**Основная литература**

1. Берман, Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа : учеб. пособие / Г. Н. Берман. - [22-е изд., перераб.]. - Санкт-Петербург : Профессия, 2005, 2004, 2002, 2003, 2001. - 432 с. : ил. (787 шт. на абонементе).
2. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учеб. пособие для вузов / В. Е. Гмурман. - 6-е изд., доп. - Москва : Высш. шк., 2002. - 405 с. : ил. и более ранние издания (347 шт. на абонементе).
3. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике : [полный курс] / Д. Т. Письменный. - 10-е изд., испр., 9-е изд. ; 8-е изд. ; 7-е изд. ; 6-е изд., испр.- Москва : Айрис-пресс, 2011, 2010 ; 2009, 2008 ; 2007. - 602, [1] с. : ил. (266 шт. на абонементе).
4. Письменный Д. Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам / Д. Т. Письменный. - 5-е изд. ; 4-е изд., испр. - Москва : Айрис-Пресс, 2010 ; 2008. - 287 с. : ил. (177 шт. на абонементе).

Дополнительная литература

1. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. пособие для вузов / В. Е. Гмурман. - 8-е изд., стер. - Москва : Высш. шк., 2002. - 479 с. : ил. и более ранние издания (361 шт. на абонементе).
2. Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2 ч. Ч. 1 / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова. - 5-е изд., испр. - Москва : Высш. шк., 1999, 1997, 1996. - 304 с. : ил. (115 шт. на абонементе).
3. Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах : В 2 ч. Ч. 2 / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова. - 5-е изд., испр. - Москва : Высш. шк., 1999, 1997, 1996. - 416 с. : ил. (139 шт. на абонементе).
4. Шипачев В. С. Высшая математика: учеб. пособие для бакалавров: [базовый курс] / В. С. Шипачев; под ред. А. Н. Тихонова. - 8-е изд., перераб. и доп. - Москва: Юрайт, 2012. - 447 с.: ил. и более ранние издания (247 шт. на абонементе).