

Компонент ОПОП

09.03.02 «Информационные системы и технологии»,
направленность (профиль) «Информационные системы и технологии
искусственного интеллекта»

наименование ОПОП

Б1.О.14

шифр дисциплины

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Дисциплины

Алгебра и геометрия

Разработчик:

Авдеева Е.Н.

ФИО

доцент

должность

ученая степень, звание

Утверждено на заседании кафедры

Высшей математики и физики

наименование кафедры

Протокол № 6 от 22.03.2024

И.о. заведующего кафедрой ВМиФ



подпись

Левитес В.В.

ФИО

**Мурманск
2024**

1. Критерии и средства оценивания компетенций и индикаторов их достижения, формируемых дисциплиной

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикаторов достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Оценочные средства текущего контроля	Оценочные средства промежуточной аттестации
ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ИД-1ОПК-1 Применяет знания основ математики, физики, вычислительной техники и программирования ИД-2ОПК-1 Решает стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования ИД-3ОПК-1 Знает и применяет методы теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности	Знать: основные понятия и инструменты линейной алгебры и аналитической геометрии. Уметь: решать типовые математические задачи, используемые при принятии инженерных решений. Владеть: математическими методами решения типовых инженерных задач	Комплект заданий для выполнения РГР	Вопросы к экзамену

2. Оценка уровня сформированности компетенций

Оценкой результата освоения дисциплины является отметка, выставляемая в ходе проведения промежуточной аттестации. Критерием оценивания является суммарное количество баллов, набранных обучающимся в процессе освоения дисциплины.

Показателями сформированности дисциплинарной части компетенции являются показатели: 1 (*сформирована*) и 0 (*не сформирована*).

Критерием освоения дисциплинарной части компетенции является итоговое количество набранных баллов по дисциплине в соответствии с технологической картой текущего контроля и промежуточной аттестации.

Шкала баллов для определения показателя сформированности компетенции

Код компетенции	Итоговый балл в соответствии технологической картой	Показатель сформированности компетенции
ОПК-1	0-79	0
	80-100	1

3. Критерии и шкала оценивания заданий текущего контроля

3.1 Критерии и шкала оценивания выполнения заданий РГР

Перечень контрольных заданий расчетно-графической работы, рекомендации по их выполнению представлены в методических материалах по освоению дисциплины и в электронном курсе в ЭИОС МГТУ.

В ФОС включен типовой вариант РГР.

Типовой вариант РГР.

Вариант № 0

1. Найти значение выражения $A^3B - 4C^T$, если

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 3 \\ 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 0 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 0+3 & 0-10 \\ 0 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определители:

$$a) \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 4 \\ 0 & 3 & 0 \end{vmatrix}, \quad b) \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 3 \\ 4 & 5 & 2 \end{vmatrix}.$$

3. Исследовать систему

$$\begin{cases} Mx + 2y - 5z = 0, \\ x - Ny + z = 3, \\ x + y + z = M + N + 1. \end{cases}$$

на совместность и решить ее (в случае совместности):

- a) по формулам Крамера,
b) методом Гаусса,
c) с помощью обратной матрицы.

4. Проверить, коммутативны ли матрицы

$$D = \begin{pmatrix} M & M & M \\ N & N & N \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \text{ и } C = \begin{pmatrix} M & N & 5 \\ M & N & 6 \\ M & N & 7 \end{pmatrix}$$

5. Для данных матриц укажите размерности, при которых решением уравнения

$$A^4 \cdot X \cdot B - X \cdot 5 \cdot B = C^T$$

является: а) квадратная матрица, б) прямоугольная матрица.

6. Доказать, что система матриц A_1, A_2, A_3, A_4 является базисом в пространстве матриц второго порядка и найти в этом базисе координаты матрицы X :

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad A_4 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} M+1 & N-3 \\ N-1 & M+2 \end{pmatrix}.$$

7. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы

$$\begin{pmatrix} 10 & 25 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

8. Написать матрицу квадратичной формы $F = x_1^2 + 3x_2^2 - 4x_3^2 + 2x_2x_3$. Проверить, является ли матрица положительно или отрицательно определенной. Привести квадратичную форму к каноническому виду.

9. Даны точки $A(1; 3; 5)$, $B(2; 0; -1)$, $C(1; 5; 0)$.

Найти:

a) $|\overline{AB}|$,

б) $(\overline{AB}) \cdot (\overline{BC})$,

в) угол между векторами $(\overline{AB}) \times (\overline{BC})$ и $\overline{BA} - \overline{CB}$.

Баллы РГР	Критерии оценивания
60	Работа выполнена полностью, без ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием непонимания материала).
55	Работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны, допущена одна негрубая ошибка или два-три недочета, не влияющих на правильную последовательность рассуждений.
50	В работе допущено более одной грубой ошибки или более двух-трех недочетов, но обучающийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме.
0-49	В работе есть грубые ошибки и недочеты ИЛИ Работа не выполнена.

4. Критерии и шкала оценивания результатов обучения по дисциплине при проведении промежуточной аттестации

4.1 Критерии и шкала оценивания результатов освоения дисциплины

Оценкой результата освоения дисциплины является отметка, выставляемая в ходе проведения промежуточной аттестации. Отметка определяется в соответствии со шкалой баллов, приведенной в таблице текущего контроля и промежуточной аттестации – табл. 9 рабочей программы дисциплины. Критерием оценивания является суммарное количество баллов, набранных обучающимся в процессе проверки освоения дисциплины.

Показателями сформированности дисциплинарной части компетенции являются показатели: 1 (*сформирована*) и 0 (*не сформирована*).

Критерием освоения дисциплинарной части компетенции является итоговое количество набранных баллов по дисциплине в соответствии с технологической картой текущего контроля и промежуточной аттестации (табл.9 рабочей программы дисциплины).

Шкала баллов для определения показателя сформированности компетенции представлена в табл. 4.

Таблица 4 – Шкала баллов для определения показателя сформированности компетенции

Код компетенции	Временной этап (семестр)	Итоговый балл в соответствии с технологической картой РП	Показатель сформированности компетенции
УК-1	7	0-59	0
		60-100	1
УК-10	7	0-59	0
		60-100	1

5.

6. 4.2 Задания для проведения промежуточной аттестации

7.

8. (форма промежуточной аттестации – экзамен)

9.

10. Вопросы к экзамену

Критерии и шкала оценивания результатов освоения дисциплины с экзаменом

Для дисциплин, заканчивающихся экзаменом, результат промежуточной аттестации складывается из баллов, набранных в ходе текущего контроля и при проведении экзамена:

В ФОС включен список вопросов и заданий к экзамену и типовой вариант экзаменационного билета:

Вопросы к экзамену

1. Матрица, ее элементы и размер. Виды матриц: строка, столбец, квадратная, единичная, нулевая, треугольная, диагональная, симметрическая.
2. Основные операции над матрицами и их свойства. Перестановочные матрицы. След матрицы.
3. Эквивалентность и ранг матрицы.
4. Определитель. Правила вычисления определителей различных порядков.
5. Линейная зависимость строк матрицы. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа.
6. Свойства определителя.
7. Обратная матрица.
8. Матричные уравнения.
9. Системы линейных алгебраических уравнений. Основные понятия. Ранг системы.
10. Решение СЛАУ. Матричная запись СЛАУ. Теорема Кронекера-Капелли. Критерий единственности решения. Формулы Крамера.
11. Элементарные преобразования СЛАУ. Метод Гаусса.
12. Метод обратной матрицы решения СЛАУ.
13. Базисные решения совместных неопределенных систем. Системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений.
14. Векторы. Основные понятия. Линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось. Разложение вектора по ортам координатных осей.
15. Модуль вектора. Направляющие косинусы. Действия над векторами, заданными проекциями. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов
16. Понятие линейного пространства. Законы и аксиомы композиции в линейной алгебре.
17. Векторное пространство. Основные понятия. Размерность и базис векторного пространства. Переход к новому базису.
18. Евклидово пространство. Линейные отображения. Общие сведения о линейных отображениях. Линейные операторы. Действия над линейными операторами.
19. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Ортогональный оператор, симметричный оператор, обратный оператор.
20. Квадратичные формы. Понятие квадратичной формы. Поведение квадратичной формы при воздействии оператора и связь между ними. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.
21. Свойства канонических форм. Критерий Сильвестра.
22. Уравнение линии первого порядка на плоскости. Уравнение прямой: общее, параметрическое, через две точки, с угловым коэффициентом, в отрезках. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой.

23. Уравнение линии второго порядка на плоскости. Определение эллипса, гиперболы, параболы. Каноническое уравнение, фокусы, эксцентриситет. Приведение уравнений к каноническому виду.

24. Уравнение плоскости. Общее уравнение плоскости. Параметрическое уравнение плоскости. Переход от параметрического уравнения к общему. Угол между двумя плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей. Расстояние от точки до плоскости.

25. Поверхности второго порядка. Каноническое уравнение поверхности. Изображение. Сечения плоскостью.

Специальность: 09.03.02 Информационные системы и технологии

Экзаменационный билет № 1

по дисциплине «Алгебра и геометрия», 1 курс, 1 семестр

1. Системы линейных алгебраических уравнений. Решение систем линейных уравнений методом Крамера. Метод Гаусса.
2. Прямая в пространстве. Общие, параметрические и канонические уравнения прямой в пространстве.

Практическая часть.

3. Дано уравнение кривой 2-го порядка: $7x^2 + 16y^2 - 56x + 64y + 64 = 0$.

Определите тип кривой и найдите ее характерные элементы в исходной системе координат.

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры ВМиФ «__» _____ 20__ г.

Зав. кафедрой

/ Левитес В.В. /

Оценка	Критерии оценки ответа на экзамене
<i>Отлично</i>	Обучающийся глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, не затрудняется с ответом при видоизменении вопроса. Владеет специальной терминологией, демонстрирует общую эрудицию в предметной области
<i>Хорошо</i>	Обучающийся твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, владеет специальной

	терминологией на достаточном уровне; могут возникнуть затруднения при ответе на уточняющие вопросы по рассматриваемой теме; в целом демонстрирует общую эрудицию в предметной области.
Удовлетворительно	Обучающийся имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, плохо владеет специальной терминологией, допускает существенные ошибки при ответе, недостаточно ориентируется в источниках специализированных знаний.
Неудовлетворительно	Обучающийся не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, не владеет специальной терминологией, не ориентируется в источниках специализированных знаний. Нет ответа на поставленный вопрос.

Оценка, полученная на экзамене, переводится в баллы («5» - 20 баллов, «4» - 15 баллов, «3» - 10 баллов) и суммируется с баллами, набранными в ходе текущего контроля.

Итоговая оценка по дисциплине	Суммарные баллы по дисциплине	Критерии оценивания
Отлично	91 - 100	Выполнены все контрольные точки текущего контроля на высоком уровне. Экзамен сдан
Хорошо	81-90	Выполнены все контрольные точки текущего контроля. Экзамен сдан
Удовлетворительно	70- 80	Контрольные точки выполнены в неполном объеме. Экзамен сдан
Неудовлетворительно	69 и менее	Контрольные точки не выполнены или не сдан экзамен

Форма аттестации «экзамен»

Вопросы к экзамену

26. Матрица, ее элементы и размер. Виды матриц: строка, столбец, квадратная, единичная, нулевая, треугольная, диагональная, симметрическая.

27. Основные операции над матрицами и их свойства. Перестановочные матрицы. След матрицы.

28. Эквивалентность и ранг матрицы.

29. Определитель. Правила вычисления определителей различных порядков.

30. Линейная зависимость строк матрицы. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа.

31. Свойства определителя.

32. Обратная матрица.

33. Матричные уравнения.

34. Системы линейных алгебраических уравнений. Основные понятия. Ранг системы.

35. Решение СЛАУ. Матричная запись СЛАУ. Теорема Кронекера-Капелли. Критерий единственности решения. Формулы Крамера.

36. Элементарные преобразования СЛАУ. Метод Гаусса.

37. Метод обратной матрицы решения СЛАУ.

38. Базисные решения совместных неопределенных систем. Системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений.

39. Векторы. Основные понятия. Линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось. Разложение вектора по ортам координатных осей.

40. Модуль вектора. Направляющие косинусы. Действия над векторами, заданными проекциями. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов

41. Понятие линейного пространства. Законы и аксиомы композиции в линейной алгебре.

42. Векторное пространство. Основные понятия. Размерность и базис векторного пространства. Переход к новому базису.

43. Евклидово пространство. Линейные отображения. Общие сведения о линейных отображениях. Линейные операторы. Действия над линейными операторами.

44. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Ортогональный оператор, симметричный оператор, обратный оператор.

45. Квадратичные формы. Понятие квадратичной формы. Поведение квадратичной формы при воздействии оператора и связь между ними. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.

46. Свойства канонических форм. Критерий Сильвестра.

47. Уравнение линии первого порядка на плоскости. Уравнение прямой: общее, параметрическое, через две точки, с угловым коэффициентом, в отрезках. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой.

48. Уравнение линии второго порядка на плоскости. Определение эллипса, гиперболы, параболы. Каноническое уравнение, фокусы, эксцентриситет. Приведение уравнений к каноническому виду.

49. Уравнение плоскости. Общее уравнение плоскости. Параметрическое уравнение плоскости. Переход от параметрического уравнения к общему. Угол между двумя плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей. Расстояние от точки до плоскости.

50. Поверхности второго порядка. Каноническое уравнение поверхности. Изображение. Сечения плоскостью.

5. Задания диагностической работы для оценки результатов обучения по дисциплине в рамках внутренней независимой оценки качества образования

ФОС содержит задания для оценивания знаний, умений и навыков, демонстрирующих уровень сформированности компетенций и индикаторов их достижения в процессе освоения дисциплины.

Комплект заданий разработан таким образом, чтобы осуществить процедуру оценки компетенции, формируемой дисциплиной, у обучающегося в письменной форме.

Содержание комплекта заданий включает: *тестовые задания*.

Комплект заданий диагностической работы

ОПК-1.

Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности

Задание № 1. *Завершите утверждение, выбрав правильный ответ.*

Если главный определитель СЛАУ из n уравнений с n неизвестными не равен нулю, то система...

- а) не имеет решений,
- б) имеет единственное решение,**
- в) имеет бесконечное множество решений.

Задание № 2. Определите вид матрицы квадратичной формы.

Матрица квадратичной формы $F = x_1^2 + 3x_2^2 - 4x_3^2 + 2x_2x_3$ имеет вид...

а) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -4 \end{pmatrix}$

б) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & -4 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

в) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 3 & -4 & 2 \\ -4 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

Задание № 3. Завершите утверждение, выбрав правильный ответ.

Векторы $\vec{a} = (1; 3; 5)$ и $\vec{b} = (-6; m; 0)$ перпендикулярны, если значение параметра m равно...

- а) 6
- б) 0
- в) 2**

Задание № 4. Преобразуйте уравнение и укажите правильный ответ.

Преобразуйте уравнение $9x^2 + 2y - y^2 - 10 = 0$ к каноническому виду и определите, какую кривую оно описывает.

- а) $2y = y^2 - 9x^2 + 10$ – уравнение параболы
- б) $\frac{x^2}{3^2} + \frac{(y-1)^2}{1^2} = 1$ – уравнение эллипса
- в) $\frac{x^2}{1^2} - \frac{(y-1)^2}{3^2} = 1$ – уравнение гиперболы**

Задание № 5. Вычислите определитель и укажите правильный ответ.

Определитель $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 13 & 7 \\ 2 & 4 & 0 & 9 \\ 3 & 6 & 24 & 3 \\ 4 & 8 & 5 & 1 \end{vmatrix}$ равен...

- а) 4
- б) 3
- в) 0**
- г) 1

Задание № 6. Выполните действия и укажите правильный ответ.

Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ и $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ Тогда матрица $C = A \cdot B$ имеет вид ...

а) $C = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

б) $C = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$

в) $C = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}$

Задание № 7. Завершите утверждение, выбрав правильный ответ.

Условие равенства нулю скалярного произведения двух ненулевых векторов выполняется, если ...

- а) векторы равны,
- б) векторы параллельны,
- в) **векторы перпендикулярны.**

Задание № 8. Определите вид матричного уравнения.

Для модели, представленной системой уравнений $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 5 \\ x_1 - 3x_2 = 2 \end{cases}$, матричное

представление с матрицами $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ имеет вид...

- а) $AX + B = O$
- б) $AX = BX$
- в) **$AX = B$**

Задание № 9. Завершите утверждение, выбрав правильный ответ.

Собственным вектором квадратной матрицы A n -го порядка, принадлежащий ее собственному значению λ , называется ненулевой n -мерный вектор x , для которого...

- а) $Ax = \lambda x$
- б) $Ax = \lambda$
- в) $\lambda x = 0$

Задание № 10. Завершите утверждение, выбрав правильный ответ.

При исследовании СЛАУ факт равенства ранга матрицы системы и ранга расширенной матрицы системы указывает на ...

- а) **наличие решений у системы,**
- б) отсутствие решений у системы,
- в) невозможность дальнейшего исследования системы.

Задание № 11. Вычислите определитель и укажите правильный ответ.

Определитель $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 13 & 7 \\ 2 & 4 & 0 & 9 \\ 3 & 6 & 24 & 3 \\ 4 & 8 & 5 & 1 \end{vmatrix}$ равен...

- а) 4
- б) 3
- в) 2
- г) 1
- д) **0**

Задание № 12. Преобразуйте уравнение и укажите правильный ответ.

Преобразуйте уравнение $9x^2 + 2y - y^2 - 10 = 0$ к каноническому виду и определите, какую кривую оно описывает.

- а) $2y = y^2 - 4x^2 + 10$ – уравнение параболы
- б) $\frac{x^2}{2^2} + \frac{(y-1)^2}{1^2} = 1$ – уравнение эллипса
- в) $\frac{x^2}{1^2} - \frac{(y-1)^2}{3^2} = 1$ – **уравнение гиперболы**

Задание № 13. Выполните действия и укажите правильный ответ.

Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ и $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ Тогда матрица $C = A \cdot B$ имеет вид ...

- а) $C = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$
- б) $C = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$
- в) $C = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$

Задание № 14. Исследуйте систему и укажите правильный ответ.

Некоторая модель представлена системой уравнений $\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 = 5 \\ 5x_1 + mx_2 = 2 \end{cases}$.

При каком значении параметра m система имеет единственное решение?

- а) $m = 10$
- б) m – любое действительное число
- в) **m – любое действительное число, кроме числа 10**

Задание № 15. Завершите утверждение, выбрав правильный ответ.

Угол между векторами $\vec{a} = (1; 2; 5)$ и $\vec{b} = (-6; m; 0)$ равен 90° , если значение параметра m равно...

- а) 3
- б) 0

в) 2

Задание № 16. *Завершите утверждение, выбрав правильный ответ.*

Квадратичная форма положительно определена тогда и только тогда, когда все собственные значения матрицы квадратичной формы...

- а) отрицательны
- б) положительны**
- в) равны нулю

Задание № 17. *Вычислите определитель и укажите правильный ответ.*

Определитель $\begin{vmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 0 & 5 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix}$ равен...

- а) 32**
- б) 30
- в) 0