МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МУРМАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

(ФГБОУ ВО «МГТУ»)

«ММРК имени И.И. Месяцева» ФГБОУ ВО «МГТУ»

УТВЕРЖДАЮ
Начальник ММРК им. И.И. Месяцева
ФГБОУ ВО «МГТУ»
__________ И.В. Артеменко
(подпись)
«31» августа 2019 г.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРАКТИЧЕСКИМ РАБОТАМ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Учебной дисциплины: Математика
программы подготовки специалистов среднего звена (ППССЗ)
специальности: 40.02.01 Право и организация социального обеспечения
по программе базовой подготовки
форма обучения: очная

Мурманск
2018 г.

Рассмотрено и одобрено на заседании Методическим объединением преподавателей дисциплин математического и общего естественнонаучного цикла по специальностям, реализуемым ММРК имени И.И. Месяцева, и дисциплин профессионального цикла специальности 09.02.03 Программирование в компьютерных системах

наименование МКо (МО/ ЦК)

Председатель МКо (МО/ ЦК)

____________________________Е.А. Чекашова

Протокол №____ от «___»____________2018 г.

Разработано
на основе ФГОС СПО по специальности 40.02.01 Право и организация социального обеспечения, утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 12 мая 2014 г. № 508

Автор (составитель): Долгина Т.С., преподаватель, «ММРК имени И.И. Месяцева» ФГБОУ ВПО «МГТУ»

Ф. , ученая степень, звание, должность, квалиф. категория

Эксперт (рецензент) Назарова Е.В., преподаватель «ММРК имени И.И. Месяцева» ФГБОУ ВПО «МГТУ»
Ф. , ученая степень, звание, должность, квалиф. категория

Лист ознакомления

Должность	Ф.	Дата, подпись

Учет экземпляров

Контрольный экземпляр

Держатель контрольного экземпляра	№ экз.
Учебно-методическое управление	01

Учетные экземпляры

Место хранения экземпляров	№ экз.

Учет корректуры

№	Файл и страницы	Пересмотр	Дата внесения	Лицо, утвердившее корректуру

Содержание

Введение

1.1 Методические указания по практическим работам обучающихся по учебной дисциплины «Математика» разработаны в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом среднего профессионального образования по специальности 40.02.01 Право и организация социального обеспечения базовой подготовки, утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 12 мая 2014 г. № 508

1.2 Цели и задачи практической (лабораторной) работы - требования к результатам освоения:

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен

уметь:

У1-решать задачи на отыскание производной сложной функции, производных второго и высших порядков;

У2-применять основные методы интегрирования при решении задач;

У3-применять методы математического анализа при решении задач прикладного характера, в том числе профессиональной направленности.

знать:

З1-основные понятия и методы математического анализа;

З2-основные численные методы решения прикладных задач.

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование компетенций в соответствии с ФГОС СПО (табл. 1).

Таблица 1 - Компетенции, формируемые дисциплиной «Математика» в соответствии с ФГОС СПО

Код компетенции	**Содержание компетенции**	**Требования к знаниям, умениям, практическому опыту**
ОК 1.	Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес	У 1,У2, У3,З1, З2
ОК 2.	Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.	У 1,У2, У3,З1, З2
ОК 3.	Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.	У 1,У2, У3,З1, З2
ОК 4.	Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.	У 1,У2, У3,З1, З2

ОК 5.	Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.	У 1,У2, У3,З1, З2
ОК 6.	Работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.	У 1,У2, У3,З1, З2
ОК 9.	Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.	У 1,У2, У3,З1, З2

2. Тематический план видов практических работы обучающихся

Наименование разделов и тем	Содержание самостоятельной работы обучающихся	Аудиторная учебная нагрузка, час	Практическая работа обучающегося, час
1	2	4	5
Раздел 1.	**Дифференциальное исчисление.**	**36**	**26**
Тема 1.2.	**Пределы и непрерывности**	**8**	**6**
	Практическая (лабораторная) работа:		
	1.Вычисление пределов при $x \to \infty$.	2	2
	2.Замечательные пределы	2	2
	3.Теория пределов и непрерывность	2	2
Тема 1.3.	**Производная функции.**	**12**	**10**
	Практическая (лабораторная) работа:		
	1.Нахождение производных элементарных функций	2	2
	2.Нахождение сложных производных	2	2
	3.Производные тригонометрических функций.	2	2
	4.Производная логарифмической функции	2	2
	5.Нахождение производных высших порядков	2	2
Тема 1.4.	**Понятие дифференциала функции и его свойства.**	**4**	**2**
	Практическая (лабораторная) работа:		
	1. Упражнения на нахождение дифференциала функции	2	2
Тема 1.5.	**Исследование функции с помощью производной Исследование функции с помощью производной**	**10**	**8**
	Практическая (лабораторная) работа:		
	1.Исследование графика функции по первой производной	2	2
	2.Исследование графика функции по второй производной	2	2
	3.Построение графиков функций	2	2
	4.Производная и ее приложение	2	2
Раздел 2.	**Интегральное исчисление**	**16**	**12**
Тема 2.1.	**Неопределенный интеграл.**	**8**	**6**
	Практическая (лабораторная) работа:		

	1.Нахождение неопределенных интегралов	2	2
	2.Метод замены переменной (метод подстановки)	2	2
	3.Интегрирование по частям.	2	2
Тема 2.2.	**Определенный интеграл.**	**6**	**4**
	Практическая (лабораторная) работа:		
	1.Нахождение определенного интеграла	2	2
	2.Несобственные интегралы.	2	2
Тема 2.3	**Геометрические приложения**	**2**	**2**
	Практическая (лабораторная) работа:		
	1.Вычисление площадей фигур	2	2
Раздел 3.	**Численные методы анализа**	**8**	**4**
Тема 3.1	**Численное дифференцирование**	**4**	**2**
	Практическая (лабораторная) работа:	**2**	
	1.Применение численного дифференцирования при решении прикладных задач.		2
Тема 3.2	**Численное интегрирование.**	**4**	**2**
	Практические занятия:		
	1.Применение численного интегрирования при решение прикладных задач	2	2

Раздел 1. Дифференциальное исчисление.

Тема 1.2. Пределы и непрерывности

Практическая работа № 1.

Тема: Вычисление пределов при $x \to \infty$.

Цель работы: научиться находить пределы функции на бесконечности.

Оснащение: дидактические карточки с заданиями практической работы № 1.

Задания для самостоятельного решения.

1. Вычислить:

1. $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\frac{3}{x^3+1} - \frac{1}{x+1} \right)$
2. $\lim\limits_{x \to \infty} \left(5 + \frac{2}{x} - \frac{3}{x^3} \right)$
3. $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{x-8}{2x-2}$
4. $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{2x^3-3x^2+1}{x^3+4x^2+2x}$
5. $\lim\limits_{x \to \infty} (\sqrt{x^2-x}-x)$
6. $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{5x^4-3x^3+2x}{3x^3-4x}$
7. $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{x^5+4x^4+x^3}{x^6-2x^4}$
8. $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{(2x+1)^2}{4x}$

Порядок выполнения задания: Рассмотрите теоретические вопросы для выполнения практической работы. Перед началом выполнения работы, изучите указанный в списке литературы материал учебников, особое внимание обратите на образцы решенных заданий. Выполните задания в рабочей тетради. Тетрадь с решениями представьте на проверку преподавателю. По итогам работы необходимо ответить на контрольные вопросы и сделать общий вывод по проделанной работе.

Вопросы теории, рассматриваемые в практической работе:

Пусть дана функция y=f(x). Тогда:

если при x→∞ выполняется условие y→A, то существует предел $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = A$.

Теоремы о пределах:

1) lim (x ± y) = lim x ± lim y 2) lim (x * y) = lim x * lim y 3) lim (x / y) = lim x / lim y, если $\lim y \neq 0$

Свойства пределов:

1) lim A = A, если A = const. 2) lim(A * f(x)) = A * lim f(x), если A = const.

Понятие бесконечно малой и бесконечно большой величины:

Если lim f(x) = 0, то функция называется бесконечно малой величиной.

Если lim f(x) = ∞, то функция называется бесконечно большой величиной.

Следовательно, выполняются равенства: lim (1/0) = ∞ и lim (1/∞) = 0.

Алгоритм раскрытия неопределенности вида ∞/∞.

Для раскрытия неопределенности такого вида необходимо числитель и знаменатель разделить на x с наибольшим показателем степени.

Пример 1: $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^4-x^2+2}{x^3-x+1}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1-\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{2}{x^4}}{\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x^3}+\dfrac{1}{x^4}}=\dfrac{1}{0}=\infty$

Пример 2: $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+x^4}{x^5+x^6}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\dfrac{x^3}{x^6}+\dfrac{x^4}{x^6}}{\dfrac{x^5}{x^6}+\dfrac{x^6}{x^6}}=\dfrac{0}{1}=0$

Форма контроля - Отчет по выполненной работе. Содержание отчета: название работы, цель, задания и их решения, ответы на контрольные вопросы, общий вывод о проделанной работе.

Вопросы для самоконтроля:

1. Сформулировать понятие предела функции на бесконечности.
2. Описать способы нахождения пределов функции на бесконечности.

Рекомендуемая литература:

Основная:

1. Математика. Учебник для СПО. / Богомолов Н.В., Самойленко П.И. – Юрайт, 2014 – 396с.
2. Математика. Учебник и практикум для СПО. / Шипачев В.С. – Юрайт, 2014 – 447с.
3. Математика. Справочник для студентов вузов, техникумов, колледжей / Абанина Т.И. – Феникс, 2014 – 376с.

4. Математика: Профессиональное образование. / Березина Н.А., Максина Е.Л. - РИОР, 2015. – 175 с.
5. Математический анализ. Теория и практика: Учебное пособие./ Шипачев В.С.- Гриф МО РФ, 2015. – 351с.
6. http://kubgu2011.narod.ru/index/ehlektronnoe_posobie

Дополнительная:

1. Данко П.Е. и др. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч.1 7-е изд., - М.: ООО Издательство «Мир и Образование», 2009
2. Фадеев М.А., Марков К.А., Основные методы вычислительной математики: учебное пособие. СПб.: Издательство «Лань», 2008
3. Калинин В.В., Обыкновенные дифференциальные уравнения: пособие для практических занятий. Нефть и газ, 2005.
4. Начала высшей математики: Учебное пособие для вузов. – М.: Дрофа, 2004. – 384 с.

Практическая работа № 2.

Тема: Замечательные пределы.

Цель: научиться применять замечательные пределы для нахождения пределов функции.

Оснащение: микрокалькулятор; дидактические карточки с заданиями практической работы № 2.

Задания для самостоятельного решения.

Вычислить:

1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{3x}$
2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x}{x}$
3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg\,3x}{x}$
4. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 5x}$
5. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{3}{x}\right)^{x}$
6. $\lim\limits_{x\to\infty}(1+\dfrac{1}{5x})^{x}$
7. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{1+x}{x}\right)^{\frac{x}{2}}$

8. $\lim_{x\to\infty}(1+4x)^{\frac{3}{5x}}$

Порядок выполнения задания: Рассмотрите теоретические вопросы для выполнения практической работы. Перед началом выполнения работы, изучите указанный в списке литературы материал учебников, особое внимание обратите на образцы решенных заданий. Выполните задания в рабочей тетради. Тетрадь с решениями представьте на проверку преподавателю. По итогам работы необходимо ответить на контрольные вопросы и сделать общий вывод по проделанной работе.

Вопросы теории, рассматриваемые в практической работе: применение первого замечательного предела для нахождения пределов функции.

<u>Первый замечательный предел.</u>

Предел функции $\frac{\sin x}{x}$ в точке x=0 существует и равен единице.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\sin x}{x}=1$$

Пример 1: $\lim_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{2\sin 2x}{2x}=2\lim_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{2x}=2*1=2$

<u>Второй замечательный предел.</u>

Предел функции $f(x)=(1+\frac{1}{x})^x$, при $x\to\infty$ существует и равен e.

Пример 2: Найти $\lim_{x\to\infty}(1+x)^{1/2}$.

Применим здесь замену переменной, полагая $1/x=y$. Тогда $y\to\infty$, при $x\to 0$, т.е.

$$\lim_{x\to 0}(1+x)^{1/x}=\lim_{y\to\infty}(1+1/y)^y=e$$

Форма контроля - Отчет по выполненной работе. Содержание отчета: название работы, цель, задания и их решения, ответы на контрольные вопросы, общий вывод о проделанной работе.

Вопросы для самоконтроля:

1. Воспроизвести первый замечательный предел.

2. Воспроизвести второй замечательный предел.

Рекомендуемая литература:

Основная:

1. Математика. Учебник для СПО. / Богомолов Н.В., Самойленко П.И. – Юрайт, 2014 – 396с.
2. Математика. Учебник и практикум для СПО. / Шипачев В.С. – Юрайт, 2014 – 447с.
3. Математика. Справочник для студентов вузов, техникумов, колледжей / Абанина Т.И. – Феникс, 2014 – 376с.
4. Математика: Профессиональное образование. / Березина Н.А., Максина Е.Л. - РИОР, 2015. – 175 с.
5. Математический анализ. Теория и практика: Учебное пособие./ Шипачев В.С.- Гриф МО РФ, 2015. – 351с.
6. http://kubgu2011.narod.ru/index/ehlektronnoe_posobie

Дополнительная:

1. Данко П.Е. и др. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч.1 7-е изд., - М.: ООО Издательство «Мир и Образование», 2009
2. Фадеев М.А., Марков К.А., Основные методы вычислительной математики: учебное пособие. СПб.: Издательство «Лань», 2008
3. Калинин В.В., Обыкновенные дифференциальные уравнения: пособие для практических занятий. Нефть и газ, 2005.
4. Начала высшей математики: Учебное пособие для вузов. – М.: Дрофа, 2004. – 384 с.

Практическая работа № 3.

Тема: Теория пределов и непрерывность.

Цель: научиться находить односторонние пределы, вспомнить классификацию точек разрыва, научиться исследовать функцию на непрерывность.

Оснащение: карточки с заданиями

Задания для самостоятельного решения:

1. Показать, что функция $f(x)=\dfrac{\sin x}{x}$ имеет устранимый разрыв в точке x = 0.
2. Найти точки разрыва функции $f(x)=\begin{cases}1-x^2, & x<0\\ x+2, & x\ge 0\end{cases}$, если они существуют.
3. Найти точки разрыва функции $f(x)=\operatorname{arctg}\dfrac{1}{x}$, если они существуют.

4. Найти точки разрыва функции $f(x)=\dfrac{|2x+5|}{2x+5}$, если таковые существуют.

Порядок выполнения задания: Рассмотрите теоретические вопросы для выполнения практической работы. Перед началом выполнения работы, изучите указанный в списке литературы материал учебников, особое внимание обратите на образцы решенных заданий. Выполните задания в рабочей тетради. Тетрадь с решениями представьте на проверку преподавателю. По итогам работы необходимо ответить на контрольные вопросы и сделать общий вывод по проделанной работе.

Вопросы теории, рассматриваемые в практической работе:

Если функция f (x) не является непрерывной в точке x = a, то говорят, что f (x) имеет разрыв в этой точке.

Классификация точек разрыва функции

Все точки разрыва функции разделяются на точки разрыва первого и второго рода. Говорят, что функция f (x) имеет точку разрыва первого рода при x = a, если в это точке

- Существуют левосторонний предел $\lim\limits_{x\to a-0} f(x)$ и правосторонний предел $\lim\limits_{x\to a+0} f(x)$;
- Эти односторонние пределы конечны.

При этом возможно следующие два случая:

- Левосторонний предел и правосторонний предел равны друг другу:

Такая точка называется точкой устранимого разрыва.

- Левосторонний предел и правосторонний предел не равны друг другу:

$$\lim_{x\to a-0} f(x) \neq \lim_{x\to a+0} f(x).$$

Такая точка называется точкой конечного разрыва. Модуль разности значений односторонних пределов $\left|\lim\limits_{x\to a-0} f(x) - \lim\limits_{x\to a+0} f(x)\right|$ называется скачком функции.

Если функция f (x) не является непрерывной в точке x = a, то говорят, что f (x) имеет разрыв в этой точке.

Функция f (x) имеет точку разрыва второго рода при x = a, если по крайней мере один из односторонних пределов не существует или равен бесконечности.

Исследовать функцию $f(x) = 3^{\frac{x}{1-x^2}}$ на непрерывность.

Решение.

Данная функция не определена в точках x = −1 и x = 1. Следовательно, функция имеет разрывы в точках x = ±1. Чтобы определить тип разрыва, вычислим односторонние пределы в этих точках.

$$\lim_{x\to -1-0} 3^{\frac{x}{1-x^2}} = 3^{\frac{-1}{-0}} = 3^{\infty} = \infty,$$

$$\lim_{x\to -1+0} 3^{\frac{x}{1-x^2}} = 3^{\frac{-1}{+0}} = 3^{-\infty} = \frac{1}{3^{\infty}} = 0.$$

Поскольку левосторонний предел при x = −1 равен бесконечности, то данная точка является точкой разрыва второго рода.

$$\lim_{x\to 1-0} 3^{\frac{x}{1-x^2}} = 3^{\frac{1}{+0}} = 3^{\infty} = \infty,$$

$$\lim_{x\to 1+0} 3^{\frac{x}{1-x^2}} = 3^{\frac{1}{-0}} = 3^{-\infty} = \frac{1}{3^{\infty}} = 0.$$

Аналогично, левосторонний предел в точке x = 1 равен бесконечности. Эта точка также является точкой разрыва второго рода.

Форма контроля - Отчет по выполненной работе. Содержание отчета: название работы, цель, задания и их решения, ответы на контрольные вопросы, общий вывод о проделанной работе.

Вопросы для самоконтроля:

1. Дать понятие точек разрыва
2. Дать понятие предела функции
3. Сформулировать правила нахождения пределов
4. Дать понятие односторонних пределов

Рекомендуемая литература:

Основная:

1. Математика. Учебник для СПО. / Богомолов Н.В., Самойленко П.И. – Юрайт, 2014 – 396с.
2. Математика. Учебник и практикум для СПО. / Шипачев В.С. – Юрайт, 2014 – 447с.

3. Математика. Справочник для студентов вузов, техникумов, колледжей / Абанина Т.И. – Феникс, 2014 – 376с.
4. Математика: Профессиональное образование. / Березина Н.А., Максина Е.Л. - РИОР, 2015. – 175 с.
5. Математический анализ. Теория и практика: Учебное пособие./ Шипачев В.С.- Гриф МО РФ, 2015. – 351с.
6. http://kubgu2011.narod.ru/index/ehlektronnoe_posobie

Дополнительная:

1. Данко П.Е. и др. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч.1 7-е изд., - М.: ООО Издательство «Мир и Образование», 2009
2. Фадеев М.А., Марков К.А., Основные методы вычислительной математики: учебное пособие. СПб.: Издательство «Лань», 2008
3. Калинин В.В., Обыкновенные дифференциальные уравнения: пособие для практических занятий. Нефть и газ, 2005.
4. Начала высшей математики: Учебное пособие для вузов. – М.: Дрофа, 2004. – 384 с.

Тема 1.3. Производная функции.

Практическая работа №4.

Тема: Нахождение производных элементарных функций

Цель: научиться находить производных элементарных функций.

научиться находить производные от одной переменной, вспомнить основные правила и формулы нахождения производных, научиться находить производные функции в точке

Оснащение: дидактические карточки с заданиями практической работы № 4, таблица основных формул дифференцирования.

Задания для самостоятельного решения.

Найти производную функции

1. y= $3x \cdot x^{-1} + 2x^{\frac{2}{3}} - \frac{6}{x}$
2. y= $\frac{5}{x^{11}}$
3. y=3√x-3
4. $y = 2\sqrt{x} + \frac{3}{2\sqrt[3]{x^2}} - \frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x} + 1$

5. $y=\dfrac{x^3-2x^2+4}{x^5-1}$

6. y=(2x-1)√x

7. $y=-3x^{-5}+15x^{-4}-2x^{-3}+x^{-1}+2$

8. y=$\dfrac{x}{3}-\dfrac{7}{2x^2}-x\sqrt{x}$

9. $y=2\sin x+3\cos x-4tgx$

10. $y=(x-3)^3$

<u>Найти производную функции в точке</u>

1. $y=2\cos x+4\sin x$ в точке x=$\dfrac{\pi}{3}$

2. $y=(2x+1)^2$ в точке x=-1

Порядок выполнения задания: Рассмотрите теоретические вопросы для выполнения практической работы. Перед началом выполнения работы, изучите указанный в списке литературы материал учебников, особое внимание обратите на образцы решенных заданий. Выполните задания в рабочей тетради. Тетрадь с решениями представьте на проверку преподавателю. По итогам работы необходимо ответить на контрольные вопросы и сделать общий вывод по проделанной работе.

Вопросы теории, рассматриваемые в практической работе: нахождение производных, используя правила.

Производная y'=f'(x) есть скорость изменения функции y=f(x) в точке x.

Таким образом, $$y'=y'_x=f'(x)=\frac{dy}{dx}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}.$$

Правила дифференцирования: Пусть c – постоянная, f(x) и g(x) – дифференцируемые функции; тогда

$$c'=0, \quad (1)$$

$$(c\cdot f(x))'=c\cdot f'(x), \quad (2)$$

$$(f(x)\pm g(x))'=f'(x)\pm g'(x), \quad (3)$$

$$(f(x)\cdot g(x))'=f'(x)\cdot g(x)+f(x)\cdot g'(x), \quad (4)$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)'=\frac{f'(x)\cdot g(x)-f(x)\cdot g'(x)}{g^2(x)} \quad (5)$$

Таблица основных формул дифференцирования:

$$1)(x^n)' = n \cdot x^{n-1}; \qquad 2)x' = 1,$$
$$3)(a^x)' = a^x \cdot \ln a, \qquad a > 0; \qquad 4)(e^x)' = e^x,$$
$$5)(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}, \quad a > 0; \qquad 6)(\ln x)' = \frac{1}{x},$$
$$7)(\sin x)' = \cos x, \qquad 8)(\cos x)' = -\sin x,$$
$$9)(tgx)' = \frac{1}{\cos^2 x}, \qquad 10)(ctgx)' = -\frac{1}{\sin^2 x},$$
$$11)(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \qquad 12)(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}},$$
$$13)(arctgx)' = \frac{1}{1+x^2}, \qquad 14)(arcctgx)' = -\frac{1}{1+x^2}.$$

Пример. Найти производную функции:

- $y = 2x^4 + 3x^2 - 1$
- $y = \frac{5x^3 + 2}{x^2}$

Решение.

$$y' = \left(2x^4 + 3x^2 - 1\right)' = \left(2x^4\right)' + \left(3x^2\right)' - (1)' = 2\left(x^4\right)' + 3\left(x^2\right)' - 0 =$$
$$2 * 4 * x^{4-1} + 3 * 2 * x^{2-1} = 8x^3 + 6$$

$$y' = \left(\frac{5x^3 + 2}{x^2}\right)' = \frac{\left(5x^3 + 2\right)' * x^2 - \left(5x^3 + 2\right) * \left(x^2\right)'}{\left(x^2\right)^2} = \frac{\left(15x^2 + 0\right) * x^2 - \left(5x^3 + 2\right) * 2x}{x^4} = \frac{15x^4 - 10x^4 - 4x}{x^4} = \frac{5x^4 - 4x}{x^4} = 5 - \frac{4}{x^3}$$

Форма контроля - Отчет по выполненной работе. Содержание отчета: название работы, цель, задания и их решения, ответы на контрольные вопросы, общий вывод о проделанной работе.

Вопросы для самоконтроля:

1. Дать определение производной.
2. Сформулировать геометрический смысл производной.
3. Сформулировать физический смысл производной
4. Перечислить свойства производных
5. Воспроизвести правила вычисления производных.
6. Сформулировать понятие приращения функции.
7. Сформулировать понятие приращения аргумента.

Рекомендуемая литература:

Основная:

1. Математика. Учебник для СПО. / Богомолов Н.В., Самойленко П.И. – Юрайт, 2014 – 396с.
2. Математика. Учебник и практикум для СПО. / Шипачев В.С. – Юрайт, 2014 – 447с.
3. Математика. Справочник для студентов вузов, техникумов, колледжей / Абанина Т.И. – Феникс, 2014 – 376с.

4. Математика: Профессиональное образование. / Березина Н.А., Максина Е.Л. - РИОР, 2015. – 175 с.
5. Математический анализ. Теория и практика: Учебное пособие./ Шипачев В.С.- Гриф МО РФ, 2015. – 351с.
6. http://kubgu2011.narod.ru/index/ehlektronnoe_posobie

Дополнительная:

1. Данко П.Е. и др. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч.1 7-е изд., - М.: ООО Издательство «Мир и Образование», 2009
2. Фадеев М.А., Марков К.А., Основные методы вычислительной математики: учебное пособие. СПб.: Издательство «Лань», 2008
3. Калинин В.В., Обыкновенные дифференциальные уравнения: пособие для практических занятий. Нефть и газ, 2005.
4. Начала высшей математики: Учебное пособие для вузов. – М.: Дрофа, 2004. – 384 с.

Практическая работа №5.

Тема: Нахождение производных сложных функций

Цель: научиться нахождению производных сложных функций.

Оснащение: дидактические карточки с заданиями практической работы № 5, таблица основных формул дифференцирования.

Задания для самостоятельного решения.

Найти производные функций:

- $y = (6x^3 - 4)^5$
- $y = ctg\,4x$
- $y = \ln(tg(3x^2 - e^x))$
- $y = \arccos(2x^3 + 3\cos x - \ln 5)$
- $y = \dfrac{3x^2 - 5x}{\log_2(\sin 3x)}$

Продифференцировать функции:

1. $y = (x^2 - 6x + 4)^6$
2. $y = \ln(\sin x - \cos x)$
3. $y = tg\,42x$

Чему равно выражение $u = (y^2 + 2(y') + 4y^2)/2y'$, если $y = 2\cos(3x)$

Порядок выполнения задания: Рассмотрите теоретические вопросы для выполнения практической работы. Перед началом выполнения работы, изучите указанный в списке литературы материал учебников, особое внимание обратите на образцы решенных заданий. Выполните задания в рабочей тетради. Тетрадь с решениями представьте на проверку преподавателю. По итогам работы необходимо ответить на контрольные вопросы и сделать общий вывод по проделанной работе.

Вопросы теории, рассматриваемые в практической работе: Нахождение производных сложных функций.

Сложная функция-функция от функции, т.е. включающая в себя несколько простых функций.

Теорема о дифференцировании сложной функции: Если y=f(u), u=u(x), т.е. y=f(u(x)) имеет производные, то $y'_x = y'_u * u'_x$.

Т.о. для нахождения производной сложной функции необходимо найти произведение производных входящих в нее простых функций.

$$1)(x^n)' = n \cdot x^{n-1}; \qquad 2)x' = 1,$$
$$3)(a^x)' = a^x \cdot \ln a, \qquad a > 0; \qquad 4)(e^x)' = e^x,$$
$$5)(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}, \quad a > 0; \qquad 6)(\ln x)' = \frac{1}{x},$$
$$7)(\sin x)' = \cos x, \qquad 8)(\cos x)' = -\sin x,$$
$$9)(tgx)' = \frac{1}{\cos^2 x}, \qquad 10)(ctgx)' = -\frac{1}{\sin^2 x},$$
$$11)(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \qquad 12)(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}},$$
$$13)(arctgx)' = \frac{1}{1+x^2}, \qquad 14)(arcctgx)' = -\frac{1}{1+x^2}.$$

<u>Примеры</u>

Продифференцировать функции:

- y=log5sinx;
- $y = \sqrt{4^x + e^2}$;
- $y = \left(\arccos x - \cos^7(4x)\right)$

<u>Решение:</u>

- По теореме и формулам (5), (7): $y = (\log_5 \sin x)' = \frac{1}{\sin x \cdot \ln 5} \cdot (\sin x)' = \frac{\cos x}{\sin x \cdot \ln 5} = \frac{ctgx}{\ln 5};$
- По теореме и формуле (3):

$$y' = \left(\sqrt{4^x + e^2}\right)' = \left(\left(4^x + e^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)' = \frac{1}{2} \cdot \left(4^x + e^2\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot (4^x + e^2)' = \frac{4^x \cdot \ln 4 + 0}{2\sqrt{4^x + e^2}} \cdot (4^x \cdot \ln 4 + 0) = \frac{4^x \ln x}{2\sqrt{4^x + e^2}};$$

- По теореме и формулам (1), (8), (12):

$$y'=(\arccos x-\cos^7(4x))'=-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}-7\cos^6(4x)(-\sin(4x))\cdot 4=-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}+28\cos^6(4x)\sin(4x)$$

Форма контроля - Отчет по выполненной работе. Содержание отчета: название работы, цель, задания и их решения, ответы на контрольные вопросы, общий вывод о проделанной работе.

Вопросы для самоконтроля:

1. Продолжить предложение сложная функция – это …
2. Привести пример сложной функции, указать промежуточную переменную и внешнюю функцию.
3. Сформулировать алгоритм нахождения производной функции производных

Рекомендуемая литература:

Основная:

1. Математика. Учебник для СПО. / Богомолов Н.В., Самойленко П.И. – Юрайт, 2014 – 396с.
2. Математика. Учебник и практикум для СПО. / Шипачев В.С. – Юрайт, 2014 – 447с.
3. Математика. Справочник для студентов вузов, техникумов, колледжей / Абанина Т.И. – Феникс, 2014 – 376с.
4. Математика: Профессиональное образование. / Березина Н.А., Максина Е.Л. - РИОР, 2015. – 175 с.
5. Математический анализ. Теория и практика: Учебное пособие./ Шипачев В.С.- Гриф МО РФ, 2015. – 351с.
6. http://kubgu2011.narod.ru/index/ehlektronnoe_posobie

Дополнительная:

1. Данко П.Е. и др. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч.1 7-е изд., - М.: ООО Издательство «Мир и Образование», 2009
2. Фадеев М.А., Марков К.А., Основные методы вычислительной математики: учебное пособие. СПб.: Издательство «Лань», 2008
3. Калинин В.В., Обыкновенные дифференциальные уравнения: пособие для практических занятий. Нефть и газ, 2005.
4. Начала высшей математики: Учебное пособие для вузов. – М.: Дрофа, 2004. – 384 с.

Практическая работа №6.

Тема: Производные обратных тригонометрических функций.

Цель: научиться нахождению производных обратных тригонометрических функций.

Оснащение: дидактические карточки с заданиями практической работы № 6, таблица производных.

Задания для самостоятельного решения.

Продифференцировать функции.

$y = \sin\sqrt{x}$

$y = x^3 \sin x$

$y = \cos x^3$

$y = (2 - \cos x)^3$

$y = ctg(x^2 - 3)$

$y = ctgx^5$

$y = tg\,\dfrac{3x}{1+x^2}$

Найти значение $f'(\frac{\pi}{4})$, если $f(x) = 3\ln\cos^2 x$

Порядок выполнения задания: Рассмотрите теоретические вопросы для выполнения практической работы. Перед началом выполнения работы, изучите указанный в списке литературы материал учебников, особое внимание обратите на образцы решенных заданий. Выполните задания в рабочей тетради. Тетрадь с решениями представьте на проверку преподавателю. По итогам работы необходимо ответить на контрольные вопросы и сделать общий вывод по проделанной работе.

Вопросы теории, рассматриваемые в практической работе: Нахождение производных тригонометрических функции.

Производные функций $y = \sin x$ и $y = \sin u$, где u=f(x)

Производная синуса равна положительному косинусу одного и того же аргумента

$(\sin x)' = \cos x$

Если же аргумент синуса представляет собой функцию f(x), то производная синуса сложной функции находится по формуле:

$(\sin f(x))' = \cos f(x) \cdot (f(x))' = f'(x)\cos f(x)$

Производные функций $y = \cos x$ и $y = \cos u$, где u=f(x)

Производная косинуса равна отрицательному косинусу одного и того же аргумента

$(\cos x)' = -\sin x$

Если же аргумент косинуса представляет собой функцию f(x), то производная косинуса сложной функции находится по формуле:

$$(\cos f(x))' = -\sin f(x) \cdot (f(x))' = -f'(x)\sin f(x)$$

Производные функций $y = tgx$ и $y = tgu$, где u=f(x)

Производная тангенса равна единице, деленной на косинус того же аргумента в квадрате.

$$(tgx)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

Если же аргумент тангенса представляет собой функцию f(x), то производная тангенса сложной функции находится по формуле:

$$(tgf(x))' = \frac{1}{\cos^2 x} \cdot (f(x))' = f'(x)\frac{1}{\cos^2 x}$$

Производные функций $y = cgx$ и $y = ctgu$, где u=f(x)

Производная котангенса равна отрицательной единице, деленной на синус того же аргумента в квадрате.

$$(ctgx)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

Если же аргумент котангенса представляет собой функцию f(x), то производная котангенса сложной функции находится по формуле:

$$(ctgf(x))' = -\frac{1}{\sin^2 x} \cdot (f(x))' = -f'(x)\frac{1}{\sin^2 x}$$

Форма контроля - Отчет по выполненной работе. Содержание отчета: название работы, цель, задания и их решения, ответы на контрольные вопросы, общий вывод о проделанной работе.

Вопросы для самоконтроля:

1.Приведите формулы для нахождения производной синуса, косинуса, тангенса, котангенса.

Рекомендуемая литература:

Основная:

1. Математика. Учебник для СПО. / Богомолов Н.В., Самойленко П.И. – Юрайт, 2014 – 396с.
2. Математика. Учебник и практикум для СПО. / Шипачев В.С. – Юрайт, 2014 – 447с.
3. Математика. Справочник для студентов вузов, техникумов, колледжей / Абанина Т.И. – Феникс, 2014 – 376с.
4. Математика: Профессиональное образование. / Березина Н.А., Максина Е.Л. - РИОР, 2015. – 175 с.
5. Математический анализ. Теория и практика: Учебное пособие./ Шипачев В.С.- Гриф МО РФ, 2015. – 351с.
6. http://kubgu2011.narod.ru/index/ehlektronnoe_posobie

Дополнительная:

1. Данко П.Е. и др. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч.1 7-е изд., - М.: ООО Издательство «Мир и Образование», 2009
2. Фадеев М.А., Марков К.А., Основные методы вычислительной математики: учебное пособие. СПб.: Издательство «Лань», 2008
3. Калинин В.В., Обыкновенные дифференциальные уравнения: пособие для практических занятий. Нефть и газ, 2005.
4. Начала высшей математики: Учебное пособие для вузов. – М.: Дрофа, 2004. – 384 с.

Практическая работа №7.

Тема: Производные логарифмических функций.

Цель: отработать навык вычисления производных логарифмических функций.

Оснащение: дидактические карточки с заданиями практической работы № 7, таблица производных.

Задания для самостоятельного решения.

Продифференцировать функцию.

$y = \ln tg 8x$

$y = \ln(6x - 1)$

$y = \log_2(3x + 1)$

$y = \log_5^3 4x$

$y = \log_5 \cos 7x$

$y = \lg(x + 3)$

$y = \ln \dfrac{x+2}{x-2}$

$y = \ln \sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}$

Порядок выполнения задания: Рассмотрите теоретические вопросы для выполнения практической работы. Перед началом выполнения работы, изучите указанный в списке литературы материал учебников, особое внимание обратите на образцы решенных заданий. Выполните задания в рабочей тетради. Тетрадь с решениями представьте на проверку преподавателю. По итогам работы необходимо ответить на контрольные вопросы и сделать общий вывод по проделанной работе.

Вопросы теории, рассматриваемые в практической работе: Нахождение производных логарифмической функции.

Предполагается, что основание a показательной и логарифмической функции больше нуля и не равно единице: a > 0, a ≠ 1. Производная показательной функции y = a^x с основанием a определяется формулой

$$\left(a^x\right)' = a^x \ln a,$$

где ln a - натуральный логарифм a, т.е. логарифм a по основанию e, приблизительно равному 2,718281828... (2.7, затем два раза год рождения Л.Н.Толстого). Знаменитое трансцендентное число e можно вычислить с любой степенью точности с помощью различных компьютерных алгоритмов.

Если a = e, то получаем красивый результат в виде

$$\left(e^x\right)' = e^x.$$

Производная логарифмической функции y = loga x определяется выражением

$$\left(\log_a x\right)' = \frac{1}{x \ln a}.$$

Для натурального логарифма y = ln x производная равна

$$\left(\ln x\right)' = \frac{1}{x}.$$

Пусть теперь $y = \log_a u$, где u=f(x), тогда

$$\left(\log_a u\right)' = \frac{u'}{u \cdot \ln a}$$

Формула дифференцирования функции y=lnu, где u=f(x), тогда

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$$

Найдем производную функции $y = \log_2 x$.

Решение.

Дифференцируя данную логарифмическую функцию как сложную, находим

$$y' = (\log_2 x)' = \frac{1}{x \cdot \ln 2}$$

Форма контроля - Отчет по выполненной работе. Содержание отчета: название работы, цель, задания и их решения, ответы на контрольные вопросы, общий вывод о проделанной работе.

Вопросы для самоконтроля:

1.Записать формулы нахождения производной логарифмической функции.

Рекомендуемая литература:

Основная:

1. Математика. Учебник для СПО. / Богомолов Н.В., Самойленко П.И. – Юрайт, 2014 – 396с.
2. Математика. Учебник и практикум для СПО. / Шипачев В.С. – Юрайт, 2014 – 447с.
3. Математика. Справочник для студентов вузов, техникумов, колледжей / Абанина Т.И. – Феникс, 2014 – 376с.
4. Математика: Профессиональное образование. / Березина Н.А., Максина Е.Л. - РИОР, 2015. – 175 с.
5. Математический анализ. Теория и практика: Учебное пособие./ Шипачев В.С.- Гриф МО РФ, 2015. – 351с.
6. http://kubgu2011.narod.ru/index/ehlektronnoe_posobie

Дополнительная:

1. Данко П.Е. и др. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч.1 7-е изд., - М.: ООО Издательство «Мир и Образование», 2009
2. Фадеев М.А., Марков К.А., Основные методы вычислительной математики: учебное пособие. СПб.: Издательство «Лань», 2008
3. Калинин В.В., Обыкновенные дифференциальные уравнения: пособие для практических занятий. Нефть и газ, 2005.
4. Начала высшей математики: Учебное пособие для вузов. – М.: Дрофа, 2004. – 384 с.

Практическая работа №8.

Тема: Нахождение производных высших порядков.

Цель: отработать навык вычисления производных высших порядков.

Оснащение: дидактические карточки с заданиями практической работы № 8, таблица производных.

Задания для самостоятельного решения.

Найти производные второго порядка у следующих функций:

1. $f(x) = 4^x$
2. $f(x) = \arccos\frac{x}{3}$

Найти производные третьего порядка у следующих функций:

1. $f(x) = x^2$

2. $f(x) = 6x^3$

3. $f(x) = 2x^5 - 5x^4$

4. $f(x) = \cos 3x$

5. $f(x) = x^8 - 5x^4$

6. $f(x) = \sin^2 x$

Найти производную четвертого порядка у следующих функций:

1. $f(x) = \ln x$

2. $f(x) = e^{kx}$

Порядок выполнения задания: Рассмотрите теоретические вопросы для выполнения практической работы. Перед началом выполнения работы, изучите указанный в списке литературы материал учебников, особое внимание обратите на образцы решенных заданий. Выполните задания в рабочей тетради. Тетрадь с решениями представьте на проверку преподавателю. По итогам работы необходимо ответить на контрольные вопросы и сделать общий вывод по проделанной работе.

Вопросы теории, рассматриваемые в практической работе: Нахождение производных высших порядков.

Производная y'=*f*'(x) функции y=*f*(x) есть также функция от x и называется производной первого порядка.

Если функция *f*'(x) дифференцируема, то ее производная называется производной второго порядка и обозначается y'' $\left(\text{или } f''(x), \frac{d^2y}{dx^2}, \frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right), \frac{dy'}{dx}\right)$

Итак, y''=(y')'.

Производная от производной второго порядка, если она существует, называется производной третьего порядка и обозначается y''' (или *f*'''(x)). Итак, y'''=(y'')'

Производные порядка выше первого называются производными высших порядков.

Начиная с производной четвертого порядка, производные обозначают римскими цифрами или числами в скобках (yv или y(5)— производная пятого порядка).

Найти производную 13-го порядка функции y=sinx.

$$y' = (\sin x)' = \cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right),$$

$$y'' = (y')' = (\cos x)' = -\sin x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\cdot 2\right),$$

$$y''' = (-\sin x)' = -\cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\cdot 3\right),$$

$$y^{\mathrm{IV}} = (-\cos x)' = \sin x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\cdot 4\right),$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$y^{(13)} = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\cdot 13\right).$$

Форма контроля - Отчет по выполненной работе. Содержание отчета: название работы, цель, задания и их решения, ответы на контрольные вопросы, общий вывод о проделанной работе.

Вопросы для самоконтроля:

1.Дать понятие производной второго порядка.

2.Дать понятие производной n-го порядка

3.Сформулировать физический смысл 1 и 2 производной.

Рекомендуемая литература:

Основная:

1. Математика. Учебник для СПО. / Богомолов Н.В., Самойленко П.И. – Юрайт, 2014 – 396с.
2. Математика. Учебник и практикум для СПО. / Шипачев В.С. – Юрайт, 2014 – 447с.
3. Математика. Справочник для студентов вузов, техникумов, колледжей / Абанина Т.И. – Феникс, 2014 – 376с.
4. Математика: Профессиональное образование. / Березина Н.А., Максина Е.Л. - РИОР, 2015. – 175 с.
5. Математический анализ. Теория и практика: Учебное пособие./ Шипачев В.С.- Гриф МО РФ, 2015. – 351с.
6. http://kubgu2011.narod.ru/index/ehlektronnoe_posobie

Дополнительная:

1. Данко П.Е. и др. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч.1 7-е изд., - М.: ООО Издательство «Мир и Образование», 2009
2. Фадеев М.А., Марков К.А., Основные методы вычислительной математики: учебное пособие. СПб.: Издательство «Лань», 2008
3. Калинин В.В., Обыкновенные дифференциальные уравнения: пособие для практических занятий. Нефть и газ, 2005.
4. Начала высшей математики: Учебное пособие для вузов. – М.: Дрофа, 2004. – 384 с.

Тема 1.4.Понятие дифференциала функции и его свойства.

Практическая работа №9.

Тема: Упражнение на дифференцирование функций.

Цель: отработать навык вычисления дифференциалов функций.

Оснащение: дидактические карточки с заданиями практической работы № 9, таблица производных.

Задания для самостоятельного решения

Найти дифференциалы у следующих функций:

1. $f(x) = x^3 + 5$

2. $f(x) = (2x^2 - 3)^5$

3. $f(x) = 2\ln^3(6x+1)\,6$

4. $f(x) = \sin 3x$

5. $f(x) = ctg\,\dfrac{28x-4}{10x+5}$

1. $f(x) = \sqrt{\dfrac{3x+1}{2x+1}}$

2. $f(x) = e^{4x}$

Порядок выполнения задания: Рассмотрите теоретические вопросы для выполнения практической работы. Перед началом выполнения работы, изучите указанный в списке литературы материал учебников, особое внимание обратите на образцы решенных заданий. Выполните задания в рабочей тетради. Тетрадь с решениями представьте на проверку преподавателю. По итогам работы необходимо ответить на контрольные вопросы и сделать общий вывод по проделанной работе.

Вопросы теории, рассматриваемые в практической работе: Нахождение дифференциалов функций.

Опр. Если функция f(x) в точке x_0 имеет производную $f'(x_0)$, то произведение $f'(x_0)\Delta x$ называется дифференциалом функции f в точке x_0 и обозначается df(x_0).

Таким образом, $df(x_0) = f'(x_0)\Delta x$.

Заметив, что dx= $x'\Delta x = \Delta x$,определим дифференциал независимой переменной как ее приращение. Тогда получим, что дифференциал функции в точке выражается формулой $df(x_0) = f'(x_0)dx$.

Если функция f(x) имеет производную в каждой точке интервала $(a;b)$, то $df(x) = f'(x)dx$

Из последнего равенства следует, что $f'(x) = \dfrac{df(x)}{dx}$.

Например.

$$d(\sin x + x^3) = \left(\sin x + x^3\right)' dx = (\cos x + 3x^2)dx$$

Форма контроля - Отчет по выполненной работе. Содержание отчета: название работы, цель, задания и их решения, ответы на контрольные вопросы, общий вывод о проделанной работе.

Вопросы для самоконтроля:

1.Дать понятие производной второго порядка.

2.Дать понятие производной n-го порядка

3.Сформулировать физический смысл 1 и 2 производной.

Рекомендуемая литература:

Основная:

1. Математика. Учебник для СПО. / Богомолов Н.В., Самойленко П.И. – Юрайт, 2014 – 396с.
2. Математика. Учебник и практикум для СПО. / Шипачев В.С. – Юрайт, 2014 – 447с.
3. Математика. Справочник для студентов вузов, техникумов, колледжей / Абанина Т.И. – Феникс, 2014 – 376с.
4. Математика: Профессиональное образование. / Березина Н.А., Максина Е.Л. - РИОР, 2015. – 175 с.
5. Математический анализ. Теория и практика: Учебное пособие./ Шипачев В.С.- Гриф МО РФ, 2015. – 351с.
6. http://kubgu2011.narod.ru/index/ehlektronnoe_posobie

Дополнительная:

1. Данко П.Е. и др. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч.1 7-е изд., - М.: ООО Издательство «Мир и Образование», 2009
2. Фадеев М.А., Марков К.А., Основные методы вычислительной математики: учебное пособие. СПб.: Издательство «Лань», 2008
3. Калинин В.В., Обыкновенные дифференциальные уравнения: пособие для практических занятий. Нефть и газ, 2005.

4. Начала высшей математики: Учебное пособие для вузов. – М.: Дрофа, 2004. – 384 с.

Тема 1.5.Исследование функции с помощью производной Исследование функции с помощью производной

Практическая работа №10.

Тема: Исследование графика функции по первой производной

Цель: научиться исследовать функции по первой производной.

Оснащение: микрокалькулятор; дидактические карточки с заданиями практической работы № 10, таблица производных.

Задания для самостоятельного решения

Исследовать функции с помощью первой производной

- $y = x^2 - x - 6$
- $y = x^3 + 3x^2 + 9x - 6$
- $y = 2^x * x^2$
- $y = 5^x + 5^{-x}$

Порядок выполнения задания: Рассмотрите теоретические вопросы для выполнения практической работы. Перед началом выполнения работы, изучите указанный в списке литературы материал учебников, особое внимание обратите на образцы решенных заданий. Выполните задания в рабочей тетради. Тетрадь с решениями представьте на проверку преподавателю. По итогам работы необходимо ответить на контрольные вопросы и сделать общий вывод по проделанной работе.

Вопросы теории, рассматриваемые в практической работе: Исследование функции с помощью первой производной.

<u>Исследование функции с помощью производной на возрастание и убывание.</u>

Правило нахождения интервалов монотонности функции f(x):

1. Вычислить производную $f'(x)$ данной функции.
2. Находят точки, в которых $f'(x)$ равна нулю или не существует. Эти точки называются критическими для функции f(x).
3. Найденными точками ооф f(x) разбивается на интервалы, на каждом из которых производная $f'(x)$ сохраняет свой знак. Эти интервалы являются интервалы монотонности.

4. Исследуют знак $f'(x)$ на каждом из найденных интервалов. Если на рассматриваемом интервале $f'(x) \succ 0$, то на этом интервале f(x) возрастает; если же $f'(x) \prec 0$, то на таком интервале f(x) убывает.

   Достаточный признак экстремума

   Если производная $f'(x)$ при переходе x через a меняет знак, то a является точкой экстремума функции f(x).

   Если производная $f'(x)$ при переходе через критическую точку меняет свой знак с + на -, то данная точка является точкой максимума.

   Если производная $f'(x)$ при переходе через критическую точку меняет свой знак с - на +, то данная точка является точкой минимума.

Форма контроля - Отчет по выполненной работе. Содержание отчета: название работы, цель, задания и их решения, ответы на контрольные вопросы, общий вывод о проделанной работе.

Вопросы для самоконтроля:

1. .Перечислить свойства функции, на которые можно исследовать функцию с помощью первой производной.
2. Дать понятие критических точек.
3. .Дать понятие монотонности функции.
4. .Дать понятие экстремума функции.
5. Сформулировать алгоритм исследования функции с помощью первой производной.

Рекомендуемая литература:

Основная:

1. Математика. Учебник для СПО. / Богомолов Н.В., Самойленко П.И. – Юрайт, 2014 – 396с.
2. Математика. Учебник и практикум для СПО. / Шипачев В.С. – Юрайт, 2014 – 447с.
3. Математика. Справочник для студентов вузов, техникумов, колледжей / Абанина Т.И. – Феникс, 2014 – 376с.
4. Математика: Профессиональное образование. / Березина Н.А., Максина Е.Л. - РИОР, 2015. – 175 с.
5. Математический анализ. Теория и практика: Учебное пособие./ Шипачев В.С.- Гриф МО РФ, 2015. – 351с.
6. http://kubgu2011.narod.ru/index/ehlektronnoe_posobie

Дополнительная:

1. Данко П.Е. и др. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч.1 7-е изд., - М.: ООО Издательство «Мир и Образование», 2009
2. Фадеев М.А., Марков К.А., Основные методы вычислительной математики: учебное пособие. СПб.: Издательство «Лань», 2008
3. Калинин В.В., Обыкновенные дифференциальные уравнения: пособие для практических занятий. Нефть и газ, 2005.
4. Начала высшей математики: Учебное пособие для вузов. – М.: Дрофа, 2004. – 384 с.

Практическая работа №11.

Тема: Исследование графика функции по второй производной

Цель: научиться исследовать функции по второй производной.

Оснащение: дидактические карточки с заданиями практической работы № 11, таблица производных.

Задания для самостоятельного решения

Исследовать функции на выпуклость, вогнутость и точки перегиба:

$y = x^4 - 6x^2 + 5$

$y = x^2 + 3x$

$y = 2x^5 - x^4 + 7x$

Порядок выполнения задания: Рассмотрите теоретические вопросы для выполнения практической работы. Перед началом выполнения работы, изучите указанный в списке литературы материал учебников, особое внимание обратите на образцы решенных заданий. Выполните задания в рабочей тетради. Тетрадь с решениями представьте на проверку преподавателю. По итогам работы необходимо ответить на контрольные вопросы и сделать общий вывод по проделанной работе.

Вопросы теории, рассматриваемые в практической работе: Исследование функции с помощью второй производной.

Для нахождения интервалов выпуклости графика функции используют следующее правило:

1. Находят вторую производную функции и точки, в которых она равна нулю или не существует.
2. Определяют интервалы, на которых область определения функции разбивается найденными точками.

3. Устанавливают знаки второй производной в каждом из указанных интервалов. Если $f''(x) \prec 0$, то в рассматриваемом интервале кривая выпукла; если $f''(x) \succ 0$- вогнута.

Форма контроля - Отчет по выполненной работе. Содержание отчета: название работы, цель, задания и их решения, ответы на контрольные вопросы, общий вывод о проделанной работе.

Вопросы для самоконтроля:

1. .Перечислить свойства функции, на которые можно исследовать функцию с помощью второй производной.
2. Дать понятие промежутков выпуклости, вогнутости.
3. .Дать понятие точек перегиба.
4. .Сформулировать алгоритм исследования функции с помощью второй производной.

Рекомендуемая литература:

Основная:

7. Математика. Учебник для СПО. / Богомолов Н.В., Самойленко П.И. – Юрайт, 2014 – 396с.
8. Математика. Учебник и практикум для СПО. / Шипачев В.С. – Юрайт, 2014 – 447с.
9. Математика. Справочник для студентов вузов, техникумов, колледжей / Абанина Т.И. – Феникс, 2014 – 376с.
10. Математика: Профессиональное образование. / Березина Н.А., Максина Е.Л. - РИОР, 2015. – 175 с.
11. Математический анализ. Теория и практика: Учебное пособие./ Шипачев В.С.- Гриф МО РФ, 2015. – 351с.
12. http://kubgu2011.narod.ru/index/ehlektronnoe_posobie

Дополнительная:

5. Данко П.Е. и др. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч.1 7-е изд., - М.: ООО Издательство «Мир и Образование», 2009
6. Фадеев М.А., Марков К.А., Основные методы вычислительной математики: учебное пособие. СПб.: Издательство «Лань», 2008
7. Калинин В.В., Обыкновенные дифференциальные уравнения: пособие для практических занятий. Нефть и газ, 2005.
8. Начала высшей математики: Учебное пособие для вузов. – М.: Дрофа, 2004. – 384 с.

Практическая работа №12.

Тема: Построение графиков функций.

Цель занятия: научиться исследовать функцию по схеме и строить график, используя полученные значения

Оснащение: дидактические карточки с заданиями практической работы № 12, таблица производных.

Задания для самостоятельного решения

Исследуйте следующие функции и постройте графики (см. разд. материал «схема исследования функции»

1. $y = \dfrac{1}{x^2+1}$
2. $y = \dfrac{x}{x^2-4}$
3. $y = x^3 - x$

Порядок выполнения задания: Рассмотрите теоретические вопросы для выполнения практической работы. Перед началом выполнения работы, изучите указанный в списке литературы материал учебников, особое внимание обратите на образцы решенных заданий. Выполните задания в рабочей тетради. Тетрадь с решениями представьте на проверку преподавателю. По итогам работы необходимо ответить на контрольные вопросы и сделать общий вывод по проделанной работе.

Вопросы теории, рассматриваемые в практической работе: Исследование функции по заданной схеме исследования и построение ее графика

Схема исследования:

1. Найти область определения.
2. Выяснить, является функция четной или нечетной.
3. Найти точки пересечения графика с осями координат.
4. Найти асимптоты графика функции.
5. Найти промежутки монотонности функции и ее экстремумы.
6. Найти промежутки выпуклости графика функции и точки перегиба.

Построить график, используя полученные результаты исследования.

Форма контроля - Отчет по выполненной работе. Содержание отчета: название работы, цель, задания и их решения, ответы на контрольные вопросы, общий вывод о проделанной работе.

Вопросы для самоконтроля:

1. Сформулировать алгоритм исследования функции с помощью первой производной.

2. Сформулировать алгоритм исследования функции с помощью второй производной.

3. Проанализировать схему, которой рекомендуется пользоваться при построении графика функции.

Рекомендуемая литература:

Основная:

1. Математика. Учебник для СПО. / Богомолов Н.В., Самойленко П.И. – Юрайт, 2014 – 396с.
2. Математика. Учебник и практикум для СПО. / Шипачев В.С. – Юрайт, 2014 – 447с.
3. Математика. Справочник для студентов вузов, техникумов, колледжей / Абанина Т.И. – Феникс, 2014 – 376с.
4. Математика: Профессиональное образование. / Березина Н.А., Максина Е.Л. - РИОР, 2015. – 175 с.
5. Математический анализ. Теория и практика: Учебное пособие./ Шипачев В.С.- Гриф МО РФ, 2015. – 351с.
6. http://kubgu2011.narod.ru/index/ehlektronnoe_posobie

Дополнительная:

1. Данко П.Е. и др. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч.1 7-е изд., - М.: ООО Издательство «Мир и Образование», 2009
2. Фадеев М.А., Марков К.А., Основные методы вычислительной математики: учебное пособие. СПб.: Издательство «Лань», 2008
3. Калинин В.В., Обыкновенные дифференциальные уравнения: пособие для практических занятий. Нефть и газ, 2005.
4. Начала высшей математики: Учебное пособие для вузов. – М.: Дрофа, 2004. – 384 с.

Практическая работа №13.

Тема: Производная и ее приложения.

Цель: научиться определять приложения производной.

Оснащение: дидактические карточки с заданиями практической работы № 13, таблица производной.

Задания для самостоятельного решения

1. Составить уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$ в точке с абсциссой 2.

2. Найти промежутки возрастания и убывания функции $f(x) = 3x^2 - x^3$.

3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = 3x - x^3$ на отрезке $[-3;\ 2]$.

4. Точка движется по прямой, причем пройденный путь определяется формулой $S(t) = 21 - 2t + t^4$. Найти ее скорость в момент времени $t = 3$.

Порядок выполнения задания: Рассмотрите теоретические вопросы для выполнения практической работы. Перед началом выполнения работы, изучите указанный в списке литературы материал учебников, особое внимание обратите на образцы решенных заданий. Выполните задания в рабочей тетради. Тетрадь с решениями представьте на проверку преподавателю. По итогам работы необходимо ответить на контрольные вопросы и сделать общий вывод по проделанной работе.

Вопросы теории, рассматриваемые в практической работе: приложение производной функции.

Производная функции $f(x)$ в точке x_0 $f'(x_0) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$

Физический смысл производной: $f'(x_0) = v_{\text{мгн}}(x_0)$, если $f(x)$ – закон перемещения точки.

Геометрический смысл производной: $f'(x_0) = tg\,\alpha$, где α - угол между касательной к графику функции $y = f(x)$, проведенной в точке графика с абсциссой x_0, и положительным направлением оси Ox.

Правила дифференцирования:

1. $(f \pm g)' = f' \pm g'$;
2. $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$;
3. $(c \cdot f)' = c \cdot f'$ (где c - константа);
4. $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$;

5. $(g(f(x)))' = g'(f(x)) \cdot f'(x)$ - производная сложной функции.

Уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$ в его точке с абсциссой x_0 $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$.

Функция	Производная	Функция	Производная
k (константа)	0	$\sin x$	$\cos x$
x^n	$n x^{n-1}$	$\cos x$	$-\sin x$
e^x	e^x	$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
a^x	$a^x \ln a$	$\operatorname{ctg} x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$\log_a x$	$\frac{1}{x \ln a}$

Форма контроля - Отчет по выполненной работе. Содержание отчета: название работы, цель, задания и их решения, ответы на контрольные вопросы, общий вывод о проделанной работе.

Вопросы для самоконтроля:

1. Дать понятие производной функции.
2. Перечислить применение производной функции.

Рекомендуемая литература:

Основная:

1. Математика. Учебник для СПО. / Богомолов Н.В., Самойленко П.И. – Юрайт, 2014 – 396с.
2. Математика. Учебник и практикум для СПО. / Шипачев В.С. – Юрайт, 2014 – 447с.
3. Математика. Справочник для студентов вузов, техникумов, колледжей / Абанина Т.И. – Феникс, 2014 – 376с.
4. Математика: Профессиональное образование. / Березина Н.А., Максина Е.Л. - РИОР, 2015. – 175 с.
5. Математический анализ. Теория и практика: Учебное пособие./ Шипачев В.С.- Гриф МО РФ, 2015. – 351с.
6. http://kubgu2011.narod.ru/index/ehlektronnoe_posobie

Дополнительная:

1. Данко П.Е. и др. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч.1 7-е изд., - М.: ООО Издательство «Мир и Образование», 2009
2. Фадеев М.А., Марков К.А., Основные методы вычислительной математики: учебное пособие. СПб.: Издательство «Лань», 2008
3. Калинин В.В., Обыкновенные дифференциальные уравнения: пособие для практических занятий. Нефть и газ, 2005.
4. Начала высшей математики: Учебное пособие для вузов. – М.: Дрофа, 2004. – 384 с.

Раздел 2.Интегральное исчисление

Тема 2.1 Неопределенный интеграл.

Практическая работа №14.

Тема: Нахождение неопределенных интегралов.

Цель: научиться находить неопределенный интеграл непосредственным интегрированием.

Оснащение: дидактические карточки с заданиями практической работы № 14

Задания для самостоятельного решения

Найти неопределенный интеграл у следующих функций

1) $y = 5x^4$
2) y = $\frac{1}{2}x^{-4}$
3) y = $\frac{1}{\sqrt{x}}$
4) y = $\sqrt{x^4}$
5) $y = 2 + x + x^2$
6) y = $\frac{2+x}{x}$
7) $y = 3^x * 42^x$
8) $y = \sin 2x$

Порядок выполнения задания: Рассмотрите теоретические вопросы для выполнения практической работы. Перед началом выполнения работы, изучите указанный в списке литературы материал учебников, особое внимание обратите на образцы решенных заданий.

Выполните задания в рабочей тетради. Тетрадь с решениями представьте на проверку преподавателю. По итогам работы необходимо ответить на контрольные вопросы и сделать общий вывод по проделанной работе.

Вопросы теории, рассматриваемые в практической работе: Нахождение неопределенного интеграла.

Неопределенным интегралом функции y=f(x) называется совокупность всех первообразных (функций, производная которых равна f(x), т.е. F′(x)=f(x)). Т.о., $\int f(x)dx = F(x) + C,$ где C – произвольная постоянная.

Свойства неопределенного интеграла:

1. $\int df(x) = f(x) + C,$

2. $\int C \cdot f(x)dx = C \cdot \int f(x)dx; \quad (C = const).$

3. $\int \left(f(x) \pm g(x)\right)dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx.$

Основные формулы интегрирования (табличные интегралы):

$$1.\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, \quad г \quad n \neq -1; \quad 2.\int \frac{dx}{x} = \ln x + C; \quad 3.\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C;$$
$$4.\int e^x dx = e^x + C; \quad 5.\int \sin x dx = -\cos x + C; \quad 6.\int \cos x dx = \sin x + C;$$
$$7.\int \frac{dx}{\cos^2 x} = tgx + C; \quad 8.\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -ctgx + C; \quad 9.\int \sqrt{x}dx = \frac{2}{3}x\sqrt{x} + C;$$
$$10.\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C; \quad 11.\int \frac{dx}{1+x^2} = arctgx + C;$$

Найти $\int \left(x^5 + 6x^2 - \cos x + 7^x - 10\right)dx.$

Решение: Применяя сначала свойства (2) и (3), а потом формулы (1), (3), (6), получим:

$$\int \left(x^5 + 6x^2 - \cos x + 7^x - 10\right)dx = \int x^5 dx + 6\int x^2 dx - \int \cos x dx + \int 7^x dx - 10\int dx = \frac{x^6}{6} + 6 \cdot \frac{x^3}{3} - \sin x +$$
$$+ \frac{7^x}{\ln 7} - 10x + C = \frac{x^6}{6} + 2x^3 - \sin x + \frac{7^x}{\ln 7} - 10x + C.$$

. **Форма контроля -** Отчет по выполненной работе. Содержание отчета: название работы, цель, задания и их решения, ответы на контрольные вопросы, общий вывод о проделанной работе.

Вопросы для самоконтроля:

1. Может ли функция иметь единственную первообразную на некотором промежутке?
2. Верно ли утверждение: а) графики любых двух первообразных можно получить друг из друга параллельным переносом вдоль оси OX; б) графики любых двух первообразных можно получить друг из друга параллельным переносом вдоль оси

ОУ; в) графики первообразных могут пересекаться; г) графики первообразных никогда не пересекаются?

3. Дать понятие первообразной функции.
4. Дать понятие неопределенного интеграла.
5. Записать основные свойства неопределенного интеграла.

Рекомендуемая литература:

Основная:

1. Математика. Учебник для СПО. / Богомолов Н.В., Самойленко П.И. – Юрайт, 2014 – 396с.
2. Математика. Учебник и практикум для СПО. / Шипачев В.С. – Юрайт, 2014 – 447с.
3. Математика. Справочник для студентов вузов, техникумов, колледжей / Абанина Т.И. – Феникс, 2014 – 376с.
4. Математика: Профессиональное образование. / Березина Н.А., Максина Е.Л. - РИОР, 2015. – 175 с.
5. Математический анализ. Теория и практика: Учебное пособие./ Шипачев В.С.- Гриф МО РФ, 2015. – 351с.
6. http://kubgu2011.narod.ru/index/ehlektronnoe_posobie

Дополнительная:

1. Данко П.Е. и др. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч.1 7-е изд., - М.: ООО Издательство «Мир и Образование», 2009
2. Фадеев М.А., Марков К.А., Основные методы вычислительной математики: учебное пособие. СПб.: Издательство «Лань», 2008
3. Калинин В.В., Обыкновенные дифференциальные уравнения: пособие для практических занятий. Нефть и газ, 2005.
4. Начала высшей математики: Учебное пособие для вузов. – М.: Дрофа, 2004. – 384 с.

Практическая работа №15.

Тема: Метод замены переменной.

Цель: научиться находить неопределенный интеграл методом замены переменной.

Оснащение: дидактические карточки с заданиями практической работы № 15, таблица первообразных.

Задания для самостоятельного решения

Найти:

1. $\int 5^{\sin x} \cdot \cos x dx$
2. $\int (4x^3 + 5)x^2 dx$
3. $\int \cos(3x - 2)dx$
4. $\int (6x+3)^5 dx$
5. $\int \sin 4x dx$

Порядок выполнения задания: Рассмотрите теоретические вопросы для выполнения практической работы. Перед началом выполнения работы, изучите указанный в списке литературы материал учебников, особое внимание обратите на образцы решенных заданий. Выполните задания в рабочей тетради. Тетрадь с решениями представьте на проверку преподавателю. По итогам работы необходимо ответить на контрольные вопросы и сделать общий вывод по проделанной работе.

Вопросы теории, рассматриваемые в практической работе: Нахождение неопределенного интеграла.

Интегрирование неопределенного интеграла методом замены переменной: Этот метод дает возможность привести данный интеграл в табличному. Рассмотрим его на примере.

Найти $\int \frac{xdx}{\sqrt{1+x^2}}$.

Решение: Применим подстановку $\sqrt{1+x^2} = t$, где t – новая переменная. Возведем обе части равенства в квадрат: $1+x^2 = t^2$. Продифференцируем обе части равенства: d(1+x2)=dt2 2xdx=2tdt xdx=tdt. Данный интеграл теперь имеет вид: $\int \frac{xdx}{\sqrt{1+x^2}} = \int \frac{tdt}{t} = \int dt = t + C = \sqrt{1+x^2} + C.$

. **Форма контроля -** Отчет по выполненной работе. Содержание отчета: название работы, цель, задания и их решения, ответы на контрольные вопросы, общий вывод о проделанной работе.

Вопросы для самоконтроля:

1. Сформулировать алгоритм нахождения неопределенного интеграла методом подстановки.

Рекомендуемая литература:

Основная:

1. Математика. Учебник для СПО. / Богомолов Н.В., Самойленко П.И. – Юрайт, 2014 – 396с.
2. Математика. Учебник и практикум для СПО. / Шипачев В.С. – Юрайт, 2014 – 447с.
3. Математика. Справочник для студентов вузов, техникумов, колледжей / Абанина Т.И. – Феникс, 2014 – 376с.
4. Математика: Профессиональное образование. / Березина Н.А., Максина Е.Л. - РИОР, 2015. – 175 с.
5. Математический анализ. Теория и практика: Учебное пособие./ Шипачев В.С.- Гриф МО РФ, 2015. – 351с.
6. http://kubgu2011.narod.ru/index/ehlektronnoe_posobie

Дополнительная:

1. Данко П.Е. и др. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч.1 7-е изд., - М.: ООО Издательство «Мир и Образование», 2009
2. Фадеев М.А., Марков К.А., Основные методы вычислительной математики: учебное пособие. СПб.: Издательство «Лань», 2008
3. Калинин В.В., Обыкновенные дифференциальные уравнения: пособие для практических занятий. Нефть и газ, 2005.
4. Начала высшей математики: Учебное пособие для вузов. – М.: Дрофа, 2004. – 384 с.

Практическая работа №16.

Тема: Интегрирование по частям.

Цель: научиться находить неопределенный интеграл по формуле интегрирования по частям.

Оснащение: дидактические карточки с заданиями практической работы № 16, таблица первообразных.

Задания для самостоятельного решения

Вычислить интегралы у следующих функций, используя метод интегрирование по частям.

1) $\int xe^x dx$

2) $\int \ln x dx$

3) $\int x\cos x dx$

4) $\int (\arcsin x)^2 dx$

5) $\int (x^2 - 5x + 3)\sin 4x dx$

6) $\int x arctgx dx$

Порядок выполнения задания: Рассмотрите теоретические вопросы для выполнения практической работы. Перед началом выполнения работы, изучите указанный в списке литературы материал учебников, особое внимание обратите на образцы решенных заданий. Выполните задания в рабочей тетради. Тетрадь с решениями представьте на проверку преподавателю. По итогам работы необходимо ответить на контрольные вопросы и сделать общий вывод по проделанной работе.

Вопросы теории, рассматриваемые в практической работе: Нахождение неопределенного интеграла по частям.

Интегрирование неопределенного интеграла по частям: При вычислении интеграла этим методом используется формула: $\int f(x)dx = \int u \cdot dv = uv - \int v \cdot du.$

Найти $\int \left(3x^2 + 2x - 5\right) \cdot \ln x \cdot dx.$

Решение: Положим u=lnx, dv=(3x2+2x-5)dx. Тогда

$du = \frac{dx}{x}, \quad v = \int (3x^2 + 2x - 5)dx = x^3 + x^2 - 5x.$ Следовательно, $\int \left(3x^2 + 2x - 5\right) \cdot \ln x \cdot dx =$

$$= \ln x \cdot (x^3 + x^2 - 5) - \int (x^3 + x^2 - 5x) \cdot \frac{dx}{x} = (x^3 + x^2 - 5) \cdot \ln x - \int (x^2 + x - 5)dx =$$

$$= \ln x \cdot (x^3 + x^2 - 5) - \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 5x + C.$$

. **Форма контроля -** Отчет по выполненной работе. Содержание отчета: название работы, цель, задания и их решения, ответы на контрольные вопросы, общий вывод о проделанной работе.

Вопросы для самоконтроля:

1. Сформулировать алгоритм нахождения неопределенного интеграла по частям.

Рекомендуемая литература:

Основная:

1. Математика. Учебник для СПО. / Богомолов Н.В., Самойленко П.И. – Юрайт, 2014 – 396с.
2. Математика. Учебник и практикум для СПО. / Шипачев В.С. – Юрайт, 2014 – 447с.
3. Математика. Справочник для студентов вузов, техникумов, колледжей / Абанина Т.И. – Феникс, 2014 – 376с.
4. Математика: Профессиональное образование. / Березина Н.А., Максина Е.Л. - РИОР, 2015. – 175 с.
5. Математический анализ. Теория и практика: Учебное пособие./ Шипачев В.С.- Гриф МО РФ, 2015. – 351с.

6. http://kubgu2011.narod.ru/index/ehlektronnoe_posobie

Дополнительная:

1. Данко П.Е. и др. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч.1 7-е изд., - М.: ООО Издательство «Мир и Образование», 2009
2. Фадеев М.А., Марков К.А., Основные методы вычислительной математики: учебное пособие. СПб.: Издательство «Лань», 2008
3. Калинин В.В., Обыкновенные дифференциальные уравнения: пособие для практических занятий. Нефть и газ, 2005.
4. Начала высшей математики: Учебное пособие для вузов. – М.: Дрофа, 2004. – 384 с.

Тема 2.2. Определенный интеграл

Практическая работа №17.

Тема: Нахождение определенного интеграла.

Цель: научиться находить определенный интеграл различными методами.

Оснащение: дидактические карточки с заданиями практической работы № 17, таблица первообразных.

Задания для самостоятельного решения

Найти определенный интеграл у следующих функций

1. $\int_0^1 x^2 dx$
2. $\int_1^4 \sqrt{x} dx$
3. $\int_0^{\frac{\Pi}{4}} \sin 4x dx$
4. $\int_1^6 \frac{dx}{\sqrt{x+3}}$
5. $\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{dx}{x^3}$
6. $\int_{-1}^1 (3x + x - 1)$ dx

7. $\int_{-1}^{1}\left(x^3+\frac{1}{x^3}\right)$ dx

8. $\int_{-1}^{1}(x+\sin x+x^{10})$ dx

9. $\int_{0}^{1}(7x-2)\cdot e^x dx$.

Порядок выполнения задания: Рассмотрите теоретические вопросы для выполнения практической работы. Перед началом выполнения работы, изучите указанный в списке литературы материал учебников, особое внимание обратите на образцы решенных заданий. Выполните задания в рабочей тетради. Тетрадь с решениями представьте на проверку преподавателю. По итогам работы необходимо ответить на контрольные вопросы и сделать общий вывод по проделанной работе.

Вопросы теории, рассматриваемые в практической работе: Нахождение определенного интеграла различными методами.

Определенным интегралом от a до b функции y=f(x) называется приращение F(b)-F(a) любой из первообразных функций вида F(x)+C, таких что, F´(x)=f(x).

Порядок отыскания определенного интеграла принято записывать с помощью формулы Ньютона-Лейбница: $\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b)-F(a).$

Интегрирование определенного интеграла методом замены переменной: Рассмотрим его на примере.

Вычислить: $\int_{-1}^{2}(x^2-1)^3 xdx$.

Решение: Положим x2-1=t; тогда 2xdx=dt. Поменяем пределы интегрирования:

t(-1)=(-1)2-1=0 и t(2)=22-1=3. Следовательно,

$$\int_{-1}^{2}(x^2-1)^3 xdx = \int_0^3 t^3\frac{dt}{2} = \frac{t^4}{8}\Bigg|_0^3 = \frac{3^4}{8}-\frac{0^4}{8} = \frac{81}{8} = 10\frac{1}{8}.$$

Интегрирование определенного интеграла по частям: При вычислении интеграла этим методом используется формула: $\int\limits_a^b udv = uv\Big|_a^b - \int\limits_a^b vdu$.

Вычислить $\int\limits_0^{2\pi} x\cos xdx$.

Решение: Положим u=x, dv=cosxdx. Тогда $du = dx,\ \ v = \int \cos xdx = \sin x.$

Следовательно, $\int\limits_0^{\pi} x\cos xdx = x\cdot\sin x\Big|_0^{\pi} - \int\limits_0^{\pi}\sin xdx = (\pi\cdot\sin\pi - 0) - (\cos\pi - \cos 0) = 2$.

. **Форма контроля -** Отчет по выполненной работе. Содержание отчета: название работы, цель, задания и их решения, ответы на контрольные вопросы, общий вывод о проделанной работе.

Вопросы для самоконтроля:

1. Дать понятие определенного интеграла.
2. Перечислить способы нахождения определенного интеграла.
3. Сформулировать алгоритм нахождения определенного интеграла методом подстановки.
4. Сформулировать алгоритм нахождения определенного интеграла по частям.

Рекомендуемая литература:

Основная:

1. Математика. Учебник для СПО. / Богомолов Н.В., Самойленко П.И. – Юрайт, 2014 – 396с.
2. Математика. Учебник и практикум для СПО. / Шипачев В.С. – Юрайт, 2014 – 447с.
3. Математика. Справочник для студентов вузов, техникумов, колледжей / Абанина Т.И. – Феникс, 2014 – 376с.
4. Математика: Профессиональное образование. / Березина Н.А., Максина Е.Л. - РИОР, 2015. – 175 с.
5. Математический анализ. Теория и практика: Учебное пособие./ Шипачев В.С.- Гриф МО РФ, 2015. – 351с.
6. http://kubgu2011.narod.ru/index/ehlektronnoe_posobie

Дополнительная:

1. Данко П.Е. и др. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч.1 7-е изд., - М.: ООО Издательство «Мир и Образование», 2009
2. Фадеев М.А., Марков К.А., Основные методы вычислительной математики: учебное пособие. СПб.: Издательство «Лань», 2008

3. Калинин В.В., Обыкновенные дифференциальные уравнения: пособие для практических занятий. Нефть и газ, 2005.
4. Начала высшей математики: Учебное пособие для вузов. – М.: Дрофа, 2004. – 384 с.

Практическая работа №18.

Тема: Несобственные интеграла.

Цель: научиться определять и находить несобственные интеграла.

Оснащение: дидактические карточки с заданиями практической работы № 18, таблица первообразных.

Задания для самостоятельного решения

Найдите следующие интегралы:

$$\int_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{\ln 2dx}{(1-x)\ln(1-x^2)}$$

$$\int_{0}^{\infty} e^{-ax} \sin bxdx (a \succ 0)$$

$$\int_{0}^{1} \frac{xdx}{1-x^4}$$

$$\int_{1}^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}}$$

Порядок выполнения задания: Рассмотрите теоретические вопросы для выполнения практической работы. Перед началом выполнения работы, изучите указанный в списке литературы материал учебников, особое внимание обратите на образцы решенных заданий. Выполните задания в рабочей тетради. Тетрадь с решениями представьте на проверку преподавателю. По итогам работы необходимо ответить на контрольные вопросы и сделать общий вывод по проделанной работе.

Вопросы теории, рассматриваемые в практической работе: Нахождение несобственного интеграла.

Определенный интеграл $\int_{-\infty}^{b} f(x)dx$ называется несобственным интегралом, если выполняется, по крайней мере, одно из следующих условий:

- Предел a или b (или оба предела) являются бесконечными;
- Функция f(x) имеет одну или несколько точек разрыва внутри интервала[a,b].

При рассмотрении определенного интеграла как предела интегральных сумм предполагалось, что подынтегральная функция, во-первых, задана на конечном отрезке и, во-вторых, ограничена. Данное выше определение определенного интеграла не имеет смысла при невыполнении хотя бы одного из этих условий. Нельзя разбить бесконечный интервал на конечное число отрезков конечной длины; при неограниченной функции интегральная сумма не имеет предела. Тем не менее, возможно обобщить понятие определенного интеграла и на эти случаи, с чем и связано понятие несобственного интеграла.

Несобственные интегралы 1 рода

1. Если $\exists \lim\limits_{A\to+\infty} \int\limits_a^A f(x)dx = I \in \mathbb{R}$, то используется обозначение $I = \int\limits_a^{+\infty} f(x)dx$ и интеграл называется несобственным интегралом Римана первого рода. В этом случае $I = \int\limits_a^{+\infty} f(x)dx$ называется сходящимся.
2. Если не существует конечного $\lim\limits_{A\to+\infty} \int\limits_a^A f(x)dx$ ($\pm\infty$ или $\nexists$), то интеграл $\int\limits_a^{+\infty} f(x)dx$ называется расходящимся к $''\infty''$, $''\pm\infty''$, или просто расходящимся.

1. Если не существует конечного $\lim\limits_{B\to-\infty} \int\limits_B^b f(x)dx$ ($\pm\infty$ или $\nexists$), то интеграл $\int\limits_{-\infty}^{b} f(x)dx$ называется расходящимся к $''\infty''$, $''\pm\infty''$, или просто расходящимся.

Несобственные интегралы 2 рода

Если функция $f(x)$ определена и непрерывна на всей числовой прямой, то может существовать несобственный интеграл данной функции с двумя бесконечными пределами интегрирования, определяющийся формулой:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \int_{-\infty}^{c} f(x)dx + \int_{c}^{+\infty} f(x)dx$$, где с — произвольное число.

Пусть $f(x)$ определена на $(a, b]$, терпит бесконечный разрыв в точке x=a и

$$\forall\delta > 0 \Rightarrow \exists \int_{a+\delta}^{b} f(x)dx = \mathcal{I}(\delta)$$

1. Если $\exists \lim\limits_{\delta\to 0+0} \mathcal{I}(\delta) = I \in \mathbb{R}$, то используется обозначение $I = \int_{a}^{b} f(x)dx$ и интеграл называется несобственным интегралом Римана второго рода. В этом случае интеграл называется сходящимся.
2. Если $\lim\limits_{\delta\to 0+0} \mathcal{I}(\delta) = \infty$ $(\pm\infty$ или $\nexists)$, то обозначение сохраняется, а $\mathcal{I} = \int_{a}^{b} f(x)dx$ называется расходящимся к $''\infty''$, $''\pm\infty''$, или просто расходящимся.

Форма контроля - Отчет по выполненной работе. Содержание отчета: название работы, цель, задания и их решения, ответы на контрольные вопросы, общий вывод о проделанной работе.

Вопросы для самоконтроля:

1. Дать понятие несобственного интеграла.
2. Перечислить виды несобственного интеграла.

Рекомендуемая литература:

Основная:

1. Математика. Учебник для СПО. / Богомолов Н.В., Самойленко П.И. – Юрайт, 2014 – 396с.
2. Математика. Учебник и практикум для СПО. / Шипачев В.С. – Юрайт, 2014 – 447с.
3. Математика. Справочник для студентов вузов, техникумов, колледжей / Абанина Т.И. – Феникс, 2014 – 376с.

4. Математика: Профессиональное образование. / Березина Н.А., Максина Е.Л. - РИОР, 2015. – 175 с.
5. Математический анализ. Теория и практика: Учебное пособие./ Шипачев В.С.- Гриф МО РФ, 2015. – 351с.
6. http://kubgu2011.narod.ru/index/ehlektronnoe_posobie

Дополнительная:

1. Данко П.Е. и др. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч.1 7-е изд., - М.: ООО Издательство «Мир и Образование», 2009
2. Фадеев М.А., Марков К.А., Основные методы вычислительной математики: учебное пособие. СПб.: Издательство «Лань», 2008
3. Калинин В.В., Обыкновенные дифференциальные уравнения: пособие для практических занятий. Нефть и газ, 2005.
4. Начала высшей математики: Учебное пособие для вузов. – М.: Дрофа, 2004. – 384 с.

Тема 2.3. Геометрические приложения

Практическая работа №19.

Тема: Вычисление площадей плоских фигур.

Цель: научиться вычислять площадь плоских фигур.

Оснащение: дидактические карточки с заданиями практической работы № 19.

Задания для самостоятельного решения

Найти площадь фигур, ограниченных следующими линиями:

1) $y = x^2 + 1$, x=0, x=1, y=0,
2) $y = x^3$, x=0, x=1, y=0
3) $y = (x-1)^2$ x=3, y=0
4) $y = e^x$, $y = e^{-x}$, x=1

Порядок выполнения задания: Рассмотрите теоретические вопросы для выполнения практической работы. Перед началом выполнения работы, изучите указанный в списке литературы материал учебников, особое внимание обратите на образцы решенных заданий. Выполните задания в рабочей тетради. Тетрадь с решениями представьте на проверку преподавателю. По итогам работы необходимо ответить на контрольные вопросы и сделать общий вывод по проделанной работе.

Вопросы теории, рассматриваемые в практической работе:

Правило вычисления площадей плоских фигур:

1. По условию задачи делают схематический чертеж.
2. Представляют искомую площадь как сумму или разность площадей криволинейных трапеций. Из условия задачи и чертежа определить пределы интегрирования для каждой составляющей криволинейной трапеции.
3. Записывают каждой функции в виде $y = f(x)$.
4. Вычисляют площади каждой криволинейной трапеции и площадь искомой фигуры.

   Если фигура, расположенная над осью (ОХ), является криволинейной трапеции, то ее площадь вычислить по формуле: $S = \int_a^b f(x)dx$.

   Если фигура, расположенная под осью (ОХ), является криволинейной трапеции, то ее площадь вычислить по формуле: $S = \left|\int_a^b f(x)dx\right|$.

   Если криволинейная трапеция прилегает к оси (OY) и ограничена непрерывной кривой $x = f(y)$, прямыми $y = a, y = b$ и осью (OY), то ее площадь вычисляется по формуле $S = \int_a^b f(y)dy$.

Форма контроля - Отчет по выполненной работе. Содержание отчета: название работы, цель, задания и их решения, ответы на контрольные вопросы, общий вывод о проделанной работе.

Вопросы для самоконтроля:

1. Дать понятие криволинейной трапеции.
2. Сформулировать алгоритм нахождения площадей плоских фигур.
3. Перечислить случаи расположения фигур, для каждого случая восприсвести формулы нахождения площадей фигур..

Рекомендуемая литература:

Основная:

1. Математика. Учебник для СПО. / Богомолов Н.В., Самойленко П.И. – Юрайт, 2014 – 396с.
2. Математика. Учебник и практикум для СПО. / Шипачев В.С. – Юрайт, 2014 – 447с.
3. Математика. Справочник для студентов вузов, техникумов, колледжей / Абанина Т.И. – Феникс, 2014 – 376с.
4. Математика: Профессиональное образование. / Березина Н.А., Максина Е.Л. - РИОР, 2015. – 175 с.

5. Математический анализ. Теория и практика: Учебное пособие./ Шипачев В.С.- Гриф МО РФ, 2015. – 351с.
6. http://kubgu2011.narod.ru/index/ehlektronnoe_posobie

Дополнительная:

1. Данко П.Е. и др. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч.1 7-е изд., - М.: ООО Издательство «Мир и Образование», 2009
2. Фадеев М.А., Марков К.А., Основные методы вычислительной математики: учебное пособие. СПб.: Издательство «Лань», 2008
3. Калинин В.В., Обыкновенные дифференциальные уравнения: пособие для практических занятий. Нефть и газ, 2005.
4. Начала высшей математики: Учебное пособие для вузов. – М.: Дрофа, 2004. – 384 с.

Раздел 3.Численные методы анализа

Тема 3.1. Численное дифференцирование

Практическая работа №20.

Тема: Численное дифференцирование.

Цель: научится применять приближенные методы для вычисления производных.

Оснащение: дидактические карточки с заданиями практической работы № 20,мк.

Задания для самостоятельного решения

1. Оцените погрешность вычисления первой производной функции из примера 1.
2. Найти производную второго порядка функции $y = \lg x$ при $x = 50$ и оцените погрешность ее вычисления.
3. Найти производную первого порядка функции $y = \ln x$ при $x = 20$, если $h = 2$ и оцените погрешность ее вычисления.
4. Найти производную второго порядка функции $y = \ln x$ при $x = 20$, если $h = 2$ и оцените погрешность ее вычисления.
5. Найти производную первого порядка функции $y = 0{,}2^x$ при $x = 5$, если $h = 0{,}1$ и оцените погрешность ее вычисления.
6. Найти производную второго порядка функции $y = 0{,}2^x$ при $x = 5$, если $h = 0{,}1$ и оцените погрешность ее вычисления.

Порядок выполнения задания: Рассмотрите теоретические вопросы для выполнения практической работы. Перед началом выполнения работы, изучите указанный в списке литературы материал учебников, особое внимание обратите на образцы решенных заданий.

Выполните задания в рабочей тетради. Тетрадь с решениями представьте на проверку преподавателю. По итогам работы необходимо ответить на контрольные вопросы и сделать общий вывод по проделанной работе.

Вопросы теории, рассматриваемые в практической работе:

Пусть имеем функцию $y = f(x)$, заданную в равноотстоящих точках $x_i\,(i = 0,1,\ldots n)\,h = x_{i+1} - x_i$.

Введем переменную $q = \dfrac{x - x_0}{h}$, тогда интерполяционная формула Ньютона примет вид

$$y(x) = y_0 + q \cdot \Delta y_0 + \frac{q(q-1)}{2!} \cdot \Delta^2 y_0 + \ldots + \frac{q(q-1)\cdot \ldots \cdot (q-n+1)}{n!} \cdot \Delta^n y_0 \qquad (1)$$

Учитывая $\dfrac{\partial y}{\partial x} = \dfrac{\partial y}{\partial q} = \dfrac{\partial q}{\partial x} = \dfrac{1}{h} \cdot \dfrac{\partial y}{\partial q}$ из (1) имеем:

$$y'(x) = \frac{1}{h}\left[\Delta y_0 + \frac{2q-1}{2} \cdot \Delta^2 y_0 + \frac{3q^2 - 6q + 2}{6} \cdot \Delta^3 y_0 + \ldots\right] \qquad (2)$$

Для вычисления второй производной, дифференцируя (2), получим

$$y''(x) = \frac{1}{h^2}\left[\Delta^2 y_0 + (q-1) \cdot \Delta^3 y_0 + \frac{6q^2 - 18q + 11}{12} \cdot \Delta^4 y_0 + \ldots\right] \qquad (3)$$

Если производная функции вычисляется в точке x_0, то, учитывая, что q=0, имеем следующие формулы вычисления производных функции f(x):

$$y'(x_0) = \frac{1}{h} \cdot \left[\Delta y_0 - \frac{\Delta^2 y_0}{2} + \frac{\Delta^3 y_0}{3} + \ldots\right]$$

$$y''(x_0) = \frac{1}{h^2} \cdot \left[\Delta^2 y_0 - \Delta^3 y_0 + \frac{11}{12}\Delta^4 y_0 + \ldots\right] \qquad (4)$$

Оценка погрешности вычисления производных функции

Для формулы Ньютона погрешность будет: $R_n(x) = \dfrac{q \cdot (q-1) \cdot \ldots \cdot (q-n)}{(n+1)!} \cdot \Delta^{n+1} y_0$.

Тогда погрешность при вычислении первой производной для $x = x_0$:

$$R_n'(x_0) = \frac{1}{h} \cdot (-1)^n \cdot \frac{\Delta^{n+1} y_0}{(n+1)} \qquad (5)$$

Аналогично может быть найдена погрешность $R_n''(x_0)$, возникающая при вычислении второй производной функции $f(x)$ и т.д.

<u>Например.</u>

1. Найти производную первого порядка функции $y = \lg x$ при $x = 50$, если имеется для этой функции таблица:

x	y	$\Delta\, y$	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$
50	1,6990	0,0414	-0,0036	0,0005
55	1,7404	0,0378	-0,0031	
60	1,7782	0,0347		
65	1,8129			

Решение: Используем формулу (2), в которой предположим $h = 5$, $\Delta y_0 = 0{,}0414$, $\Delta^2 y_0 = 0{,}0036$, $\Delta^3 y_0 = 0{,}0005$. Получим $y'(50) = 0{,}0087$.

$$y' = (\lg x)' = \frac{1}{x \ln 10} \to \; y'(50) = \frac{1}{50 \ln 10} = 0{,}00868... \approx 0{,}0087.$$

Точное значение производной этой функции равно с точностью до четвертого знака после запятой также $0{,}0087$.

Форма контроля - Отчет по выполненной работе. Содержание отчета: название работы, цель, задания и их решения, ответы на контрольные вопросы, общий вывод о проделанной работе.

Вопросы для самоконтроля:

1. Получить формулу для оценки погрешности вычисления производной третьего порядка.

Рекомендуемая литература:

Основная:

1. Математика. Учебник для СПО. / Богомолов Н.В., Самойленко П.И. – Юрайт, 2014 – 396с.
2. Математика. Учебник и практикум для СПО. / Шипачев В.С. – Юрайт, 2014 – 447с.
3. Математика. Справочник для студентов вузов, техникумов, колледжей / Абанина Т.И. – Феникс, 2014 – 376с.
4. Математика: Профессиональное образование. / Березина Н.А., Максина Е.Л. - РИОР, 2015. – 175 с.
5. Математический анализ. Теория и практика: Учебное пособие./ Шипачев В.С.- Гриф МО РФ, 2015. – 351с.
6. http://kubgu2011.narod.ru/index/ehlektronnoe_posobie

Дополнительная:

1. Данко П.Е. и др. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч.1 7-е изд., - М.: ООО Издательство «Мир и Образование», 2009
2. Фадеев М.А., Марков К.А., Основные методы вычислительной математики: учебное пособие. СПб.: Издательство «Лань», 2008
3. Калинин В.В., Обыкновенные дифференциальные уравнения: пособие для практических занятий. Нефть и газ, 2005.
4. Начала высшей математики: Учебное пособие для вузов. – М.: Дрофа, 2004. – 384 с.

Тема 3.2. Численное интегрирование

Практическая работа №21.

Тема: Численное интегрирование.

Цель: научится применять приближенные методы для вычисления определенных интегралов.

Оснащение: дидактические карточки с заданиями практической работы № 21, мк.

Задания для самостоятельного решения

1. Вычислить приближенными методами интеграл $\int_0^1 \sin x^2 dx$. В качестве п взять 10.
2. Вычислить четырьмя методами интеграл $\int_1^2 \frac{dx}{x}$ с тремя десятичными знаками. В качестве п взять 10.
3. Вычислить приближенными методами интеграл $\int_0^{\pi/4} \frac{\sin x}{x} dx$ с четырьмя десятичными знаками. В качестве n взять 5.

Порядок выполнения задания: Рассмотрите теоретические вопросы для выполнения практической работы. Перед началом выполнения работы, изучите указанный в списке литературы материал учебников, особое внимание обратите на образцы решенных заданий. Выполните задания в рабочей тетради. Тетрадь с решениями представьте на проверку преподавателю. По итогам работы необходимо ответить на контрольные вопросы и сделать общий вывод по проделанной работе.

Вопросы теории, рассматриваемые в практической работе: приближенные методы нахождения определенного интеграла.

Определенный интеграл вычисляется по формуле Ньютона-Лейбница: $\int\limits_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a).$ Однако применяются и приближенные формулы:

Формула прямоугольника: $\int\limits_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{n} \cdot (y_0 + y_1 + y_2 + ... + y_{n-1})$, где n∈⊆ – число равных отрезков, на которые разбит отрезок $[a;b]$.

Формула трапеции: $\int\limits_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{n} \cdot \left(\frac{y_0 + y_n}{2} + y_1 + y_2 + ... + y_{n-1} \right)$.

Формула Симпсона: $\int\limits_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{6} \cdot (y_a + 4y_c + y_b)$, где $c = \frac{a+b}{2}$.

Содержание работы

1. Вычислить четырьмя методами интеграл $\int\limits_1^6 x^2 dx$. В качестве n взять 10.

Решение: 1) $\int\limits_1^6 x^2 dx = \frac{x^3}{3}\Big|_1^6 = \frac{6^3}{3} - \frac{1^3}{3} = 71\frac{2}{3}$.

2) $\frac{b-a}{n} = \frac{6-1}{10} = 0{,}5$

x	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6
y=x2	1	2,25	4	6,25	9	12,25	16	20,25	25	30,25	36
yi	y0	y1	y2	y3	y4	y5	y6	y7	y8	y9	y10

$$\int\limits_1^6 x^2 dx \approx 0{,}5 \cdot (1 + 2{,}25 + 4 + ... + 30{,}25) = 63{,}125$$

3) $\int\limits_1^6 x^2 dx \approx 0{,}5 \cdot \left(\frac{1+36}{2} + 2{,}25 + 4 + ... + 30{,}25 \right) = 71{,}875$

4) $c = \frac{1+6}{2} = 3{,}5 \Rightarrow y_c = y(3{,}5) = 12{,}25$. Тогда $\int\limits_1^6 x^2 dx \approx \frac{6-1}{6} \cdot (1 + 4 \cdot 12{,}25 + 30{,}25) = 71\frac{2}{3}$

Вопросы для самоконтроля:

1. Сформулировать понятие первообразной от данной функции? Привести примеры.

2. Объяснить может ли функция иметь единственную первообразную на некотором промежутке?

3. Сформулировать понятие неопределенного интеграла от данной функции?

4. Можно ли сравнивать качество приближений по их абсолютным погрешностям?

5. Сравнить результаты измерений: 0,0025 т или 0,372 м?

6. Объяснить какова граница относительной погрешности приближенного числа, имеющего две значащие цифры? три значащие цифры?

7. Округлить числа 273,521; 0,03984; 1,0053 до двух знаков после запятой.

Рекомендуемая литература:

Основная:

1. Математика. Учебник для СПО. / Богомолов Н.В., Самойленко П.И. – Юрайт, 2014 – 396с.
2. Математика. Учебник и практикум для СПО. / Шипачев В.С. – Юрайт, 2014 – 447с.
3. Математика. Справочник для студентов вузов, техникумов, колледжей / Абанина Т.И. – Феникс, 2014 – 376с.
4. Математика: Профессиональное образование. / Березина Н.А., Максина Е.Л. - РИОР, 2015. – 175 с.
5. Математический анализ. Теория и практика: Учебное пособие./ Шипачев В.С.- Гриф МО РФ, 2015. – 351с.
6. http://kubgu2011.narod.ru/index/ehlektronnoe_posobie

Дополнительная:

1. Данко П.Е. и др. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч.1 7-е изд., - М.: ООО Издательство «Мир и Образование», 2009
2. Фадеев М.А., Марков К.А., Основные методы вычислительной математики: учебное пособие. СПб.: Издательство «Лань», 2008
3. Калинин В.В., Обыкновенные дифференциальные уравнения: пособие для практических занятий. Нефть и газ, 2005.
4. Начала высшей математики: Учебное пособие для вузов. – М.: Дрофа, 2004. – 384 с.