МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МУРМАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «МГТУ»)
«ММРК имени И.И. Месяцева» ФГБОУ ВО «МГТУ»

УТВЕРЖДАЮ
Начальник ММРК им. И.И. Месяцева
ФГБОУ ВО «МГТУ»
_____________ И.В. Артеменко
(подпись)
«31» августа 2019 г

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Учебной дисциплины**:** Математика.
программы подготовки специалистов среднего звена (ППССЗ)
специальности: 40.02.01Право и организация социального обеспечения
по программе базовой подготовки
форма обучения: очная

Мурманск
2019 г.

Рассмотрено и одобрено на заседании Методическим объединением преподавателей дисциплин математического и общего естественнонаучного цикла по специальностям, реализуемым ММРК имени И.И. Месяцева, и дисциплин профессионального цикла специальности 09.02.03 Программирование в компьютерных системах

Председатель МКо (МО/ ЦК)Е.А. Чекашова

Протокол от «29» мая 2019 г.

Разработано
на основе ФГОС СПО по специальности 40.02.01 Право и организация социального обеспечения, утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 12 мая 2014 г. № 508

Автор (составитель): ДолгинаТ.С., преподаватель, «ММРК имени И.И. Месяцева» ФГБОУ ВО «МГТУ»

Ф.И.О., ученая степень, звание, должность, квалиф. категория

Эксперт (рецензент) Назарова Е.В., преподаватель «ММРК имени И.И. Месяцева» ФГБОУ ВО «МГТУ»
Ф.И.О., ученая степень, звание, должность, квалиф. категория

Лист ознакомления

Должность	Ф.И.О.	Дата, подпись

Учет экземпляров

Контрольный экземпляр

Держатель контрольного экземпляра	№ экз.
Учебно-методическое управление	01

Учетные экземпляры

Место хранения экземпляров	№ экз.

Учет корректуры

№	Файл и страницы	Пересмотр	Дата внесения	Лицо, утвердившее корректуру

СОДЕРЖАНИЕ

Введение

1.1.Методические указания по самостоятельной работе обучающихся по учебной дисциплины«Математика» разработана в соответствии с на основе ФГОС СПО по специальности 40.02.01 Право и организация социального обеспечения, утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 12 мая 2014 г. № 508, учебного плана очной формы обучения, утвержденного 31.05.2019 г.

1.2.Цели и задачи самостоятельной работы - требования к результатам освоения:

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен

уметь:

У1-решать задачи на отыскание производной сложной функции, производных второго и высших порядков;

У2-применять основные методы интегрирования при решении задач;

У3-применять методы математического анализа при решении задач прикладного характера, в том числе профессиональной направленности.

знать:

З1-основные понятия и методы математического анализа;

З2-основные численные методы решения прикладных задач.

Процесс изучения дисциплины «Математика» направлен на формирование компетенций в соответствии с ФГОС СПО (табл. 1).

Таблица 1 Компетенции, формируемые дисциплиной «Математика» в соответствии с ФГОС СПО.

Код компетенции	**Содержание компетенции**	**Требования к знаниям, умениям, практическому опыту**
ОК 1.	Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.	У 1-3, З 1,2
ОК 2.	Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.	У 1-3, З 1,2
ОК 3.	Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность	У 1-3, З 1,2
ОК 4.	Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного	У 1-3, З 1,2

	выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.	
ОК 5.	Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.	У 1-3, З 1,2
ОК 6.	Работать в коллективе и в команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.	У 1-3, З 1,2
ОК 7.	Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), за результат выполнения заданий.	У 1-3, З 1,2
ОК 8.	Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.	У 1-3, З 1,2
ОК 9.	Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.	У 1-3, З 1,2

2. Тематический план видов самостоятельной работы обучающихся

Наименование разделов и тем	**Содержание самостоятельной работы обучающихся**	Самостоятельная работа обучающегося, час	**Консультации, час**
Раздел 1.	**Дифференциальное исчисление.**	**17**	**2**
Тема 1.1. Основы математического анализа. Функция одной переменной.	1. Различные способы задания функций (на примере анализа действий правовых норм).	2	
Тема 1.2. Пределы и непрерывности	1. Применение в жизни теории пределов.	2	
	2. История замечательных пределов.	2	
Тема 1.3. Производная функции..	1. Производная показательной функции	2	
	2. Производные обратной функции и композиции функции.	2	
	3. Производные обратных тригонометрических функций	2	
Тема 1.4. Понятие дифференциала функции и его свойства.	Консультация		2
Тема 1.5. Исследование функции с помощью производной	1. Построение графиков функций. Асимптоты	3	
	2. Уравнение касательной к графику функции	2	
Раздел 2.	**Интегральное исчисление**	**8**	**2**
Тема2.1. . Неопределенный интеграл.	1. Интегралы в нашей жизни	2	
Тема 2.2.Определенный интеграл.	1. Вычисление пути при помощи определенного интеграла	2	
	2. Вычисление работы силы при помощи определенного интеграла	2	
Тема 2.3 Геометрические приложения определенного интеграла.	1. Примеры применения интеграла в геометрии	2	2
Раздел 3.	**Численные методы анализа.**		**2**
Тема 3.2 Численное интегрирование.	Консультация		*2*
	Всего	**25**	**6**

Раздел 1.Дифференциальное исчисление.

Тема 1.1. Основы математического анализа. Функция одной переменной.

Различные способы задания функций (на примере анализа действий правовых норм).

***Цель*:**

1.Закрепить понятие функции

2.Рассмотреть способы задания функции на примере анализа действий правовых норм

***Оснащение*:** данные методические указания, рекомендуемая литература.

Задание.

1.Повторить теоретические вопросы по данной теме, используя конспект лекций, рекомендованную литературу и методические указания,

2.Подготовить конспект по изученному материалу.

***Порядок выполнения задания*.**

1.На основании литературы, рекомендованной к выполнению самостоятельной работы, необходимо изучить теоретические вопросы по данной теме согласно плану.

2. Подготовить конспект данного материала.

Вопросы для изучения

1.Понятие функции.

2. Способы задания функции

3. Анализ действий правовых норм, используя различных способов задания функций.

Форма контроля: проверка преподавателем конспекта, правильность выполнения задания.

Вопросы для самопроверки и контроля.

1.Дать понятие функции.

2.Перечислить способы задания функции.

3.Проанализировать действия правовых норм

4.Сформулировать способы задания функции, которые применимы для анализа действий правовых норм

Рекомендуемая литература.

1.Письменный Л. Т. Конспект лекций по высшей математике. Полный курс / Л. Т. Письменный. – Москва : Айрис Пресс, 2017. – 608 с.

2. Бугров Я.С., Никольский С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии-М:Дрофа,2009.

3. Радько Т.Н. Теория государства и права в схемах и определениях. М: Проспект. 2014..

Тема 1.2Пределы и непрерывности.

Применение в жизни теории пределов.

Цель:

1.Развить интерес к предмету

Оснащение:

1.Данные методические указания, рекомендуемая литература.

Задание:

1.Подготовить реферат по предложенной теме.

Порядок выполнения задания.

1.На основании литературы, рекомендованной к выполнению самостоятельной работы, используя методические рекомендации подготовить реферат по данной теме (см.приложение2).

Вопросы для изучения:

1.Практическое применение пределов.

Форма контроля: проверка преподавателем подготовленного реферата

Вопросы для самопроверки и контроля.

1.Привести примеры использования пределов в жизни.

Рекомендуемая литература.

1.Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. М.: АСТ: Астрель, 2006. - 301 ст.

2.Кремер Н.Ш., Путко Б.А., Тришин И.М. Математика для экономистов: от арифметики до эконометрики. – Москва, 2007. 145-187 ст.

3.Григорьев С.Г., Гусев В. А., Иволгина С. В. Математика для профессий и специальностей социально-экономического профиля 2014 ОИЦ "Академия"

Тема 1.2.Пределы и непрерывности..

История замечательных пределов.

Цель:

1.Развить интерес к предмету

Оснащение:

1.Данные методические указания, рекомендуемая литература.

Задание:

1.Создатьть презентацию по предложенной теме.

Порядок выполнения задания.

1.На основании литературы, рекомендованной к выполнению самостоятельной работы, используя методические рекомендацииподготовить сообщение по данной теме (см.приложение1).

Вопросы для изучения:

1.История развития замечательных пределов

Форма контроля: проверка преподавателем презентации

Вопросы для самопроверки и контроля.

1.Чем замечательны замечательные пределы.

2.Как возникали замечательные пределы.

Рекомендуемая литература.

1.Григорьев С.Г., Гусев В. А., Иволгина С. В. Математика для профессий и специальностей социально-экономического профиля 2014 ОИЦ "Академия"

2.Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. М.: АСТ: Астрель, 2008. - 301 ст.

3.Кремер Н.Ш., Путко Б.А., Тришин И.М. Математика для экономистов: от арифметики до эконометрики. – Москва, 2007. 145-187 ст.

Тема 1.3. Производная функции.
Производная показательной функции

Цель:

1.Закрепить понятие производной функции

2.Отработать навыки нахождение производной показательной функции.

3.Вспомнить алгоритм исследования функции с помощью производной.

4.Отработать навыки решения задач на геометрический смысл производной.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература

Задание: Решить предложенные задания

1. Дана функция, $f(x) = e^x \cos x$. Найти $f'(0)$
2. Найти точки экстремумов функции $f(x) = x \cdot 3^x$
3. Найти производную функции $f(x) = e^{\sin x} + e^{\cos x}$
4. В какой точке кривой $y = e^{2x} + 1$ касательная параллельна прямой y=2x-1

Порядок выполнения работы:

1. Сделать краткий конспект теоретического материала (основные понятия, формулы, примеры)

Одним из основных понятий математического анализа является понятие о производной. Производной функции y=f(x) по аргументу x называется предел отношения приращения функции к соответствующему приращению аргумента при условии, что последнее стремиться к нулю. Производная обозначается символами: y', y'(x),f'(x). Таким образом,

$$y' = y'_x = f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \qquad (*)$$

Процесс нахождения производной называется дифференцированием.

Продифференцировать данную функцию - значит найти ее производную. Из определения производной непосредственно вытекает общий метод ее нахождения. Числовое значение производной данной функции y = f(x) при данном числовом значении аргумента x=a называется частным значением производной. Это записывается так:

$$y' = y'_x = f'(x) = f'(a), \text{ т.е. } y'_{x=a} = f'(a).$$

Правила дифференцирования и таблица производных основных функций.
Правила.

1. $C' = 0$
2. $x' = 0$
3. $(U \pm V)' = U' \pm V'$
4. $(U \cdot V)' = U' \cdot V + U \cdot V'$
5. $(C \cdot f(x))' = C \cdot f'(x)$
6. $\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U' \cdot V - U \cdot V'}{V^2}$

Теорема о дифференцировании сложной функции: Пусть функция $y=f(x)$ имеет производную в точке x_0, а функция $g(y)$ имеет производную в точке $y_0=f(x_0)$; тогда и сложная функция $F(x)=g(f(x))$ имеет производную в точке x_0, равную: $F'(x_0)=g'(y_0) / f'(x_0)$.

Функция называется показательной, если независимая переменная входит в показатель степени, и степенной, если переменная является основанием. Если же и основание, и показатель степени зависят от переменной, то такая функция будет показательно – степенной.
Производная показательной функции равна этой показательной функции, умноженной на натуральный логарифм основания степени.

$$(a^x)' = a^x \ln a$$

Если основание степени равно е, то формула принимает вид: $(e^x)' = e^x$

Например:
Найти производную функции 5^x
Решение
$(5^x)' = 5^x \ln 5$

Найти производную функции $6^{\sin x}$

Решение

$(6^{\sin x})' = 6^{\sin x} \ln 6 \cdot (\sin x)' = 6^{\sin x} \ln 6 \cdot \cos x$

1. Изучить разобранные примеры.
2. Решить предложенные задачи:

1. Дана функция, $f(x) = e^x \cos x$. Найти $f'(0)$
2. Найти точки экстремумов функции $f(x) = x \cdot 3^x$
3. Найти производную функции $f(x) = e^{\sin x} + e^{\cos x}$
4. В какой точке кривой $y = e^{2x} + 1$ касательная параллельна прямой y=2x-1

Вопросы для изучения:

1. Формулы для нахождения производных показательных функций.
2. Алгоритм исследования функции с помощью производной.
3. Геометрический смысл производной.

Форма контроля: Проверка преподавателем правильность решения задач.

Вопросы для самопроверки и контроля:

1. Запишите формулы нахождения производных показательных функций.

2. Сформулируйте алгоритм исследования функции с помощью 1 и 2 производной.

3. Сформулируйте геометрический смысл производной.

Рекомендуемая литература:

1. Пехлецкий И. Д. математика: учебник – М.: изд. центр. «Академия», 2014 г-320 с.
2. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике. Ч-1. Учебное издание. – М.: Айрис-пресс, 2014г.
3. Афанасьева О.Н. и др. сборник задач по математике для техникумов.- М., Наука, 1992 г.
4. Данко П. Е., Попов А. Г. Высшая математика в упражнениях и задачах.ч. 1. –М., Высшая школа, 2003г.
5. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике: Учеб.пособие для средних спец. учеб. заведений. – 7 – изд., стер. – М.: Высшая шк.,2004г.
6. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике: Учеб.пособие для втузов. – 14 – изд. испр. – М.: Издательство физико – математической литературы, 2000г.

Тема 1.3. Производная функции
Производные обратной функции и композиции функции.

Цель:
1.Вспомнить и закрепить понятие обратной функции

2.Познакомиться с понятием композиции функции

3.Развить навыки нахождения производных обратной функции и композиции функции.

Оснащение:

1.Данные методические указания, рекомендуемая литература.

Задание:

1.Решить предложенные задания:

Найти производную обратной функции

1) $y=3x^2-5x$
2) $y=\frac{1}{3}x+e^{\frac{x}{5}}$

Найти производные функции:

$$1) y=(6x^3-7)^4;$$
$$2) y=\sqrt{3x^2-8x+5};$$
$$3) y=\sin(3x-\frac{\pi}{12});$$
$$4) y=\cos^5 x;$$
$$5) y=\ln(7\sin x+5x).$$

Порядок выполнения задания.

1.На основании литературы, рекомендованной к выполнению самостоятельной работы, необходимо изучить теоретические вопросы по данной теме согласно плану.
2.Подготовить конспект по изученному материалу.
3.Решить предложенные задания:

Найти производную обратной функции

1) $y=3x^2-5x$

2) $y=\frac{1}{3}x+e^{\frac{x}{5}}$

Найти производные функции:
$1) y=(6x^3-7)^4;$
$2) y=\sqrt{3x^2-8x+5};$
$3) y=\sin(3x-\frac{\pi}{12});$
$4) y=\cos^5 x;$
$5) y=\ln(7\sin x+5x).$

Порядок выполнения работы:

1. Сделать краткий конспект теоретического материала (основные понятия, формулы, примеры)

Что такое обратная функция? Как найти функцию, обратную данной?

Определение.

Пусть функция y=f(x) определена на множестве D, а E — множество её значений. Обратная функция по отношению к функции y=f(x) — это функция x=g(y), которая определена на множестве E и каждому y∈E ставит в соответствие такое значение x∈D, что f(x)=y.

Таким образом, область определения функции y=f(x) является областью значений обратной к ней функции, а область значений y=f(x) — областью определения обратной функции.

Чтобы найти функцию, обратную данной функции y=f(x), надо:

1) В формулу функции вместо y подставить x, вместо x — y:

x=f(y).

2) Из полученного равенства выразить y через x:

y=g(x).

Если y=f(x) и x=g(y) — пара взаимно обратных функций, и функция y=f(x) имеет производную f'(x), то производная обратной функции g'(x)=1/f'(x).

Таким образом, производные взаимно обратных функций — обратные величины. Формула для производной обратной функции:

$$x'_y=\frac{1}{y'_x}.$$

Примеры. Найти производную обратной функции:

1) $y=x^2-7\ln x$.

Имеем:

$$y'_x = (x^2 - 7\ln x)'_x = 2x - \frac{7}{x} = \frac{2x^2-7}{x}$$

Отсюда

$$x'_y = \frac{x}{2x^2-7}.$$

$$2)y = 3x + 0,3\cos x$$

$$y'_x = (3x + 0,3\cos x)'_x = 3 - 0,3\sin x = \frac{30 - 3\sin x}{10}$$

Отсюда

$$x'_y = \frac{10}{30 - 3\sin x}.$$

$$3)y = \frac{2}{9}x^3 + e^{5x}$$

Отсюда

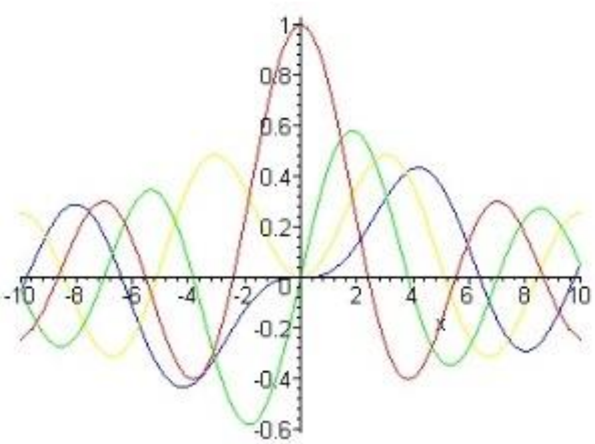
$$y'_x = (\frac{2}{9}x^3 + e^{5x})'_x = \frac{2}{9}\cdot 3x^2 + e^{5x}\cdot(5x)' =$$

$$= \frac{2}{3}x^2 + 5e^{5x} = \frac{2x^2 + 15e^{5x}}{3}$$

и

$$x'_y = \frac{3}{2x^2 + 15e^{5x}}.$$

Термин сложная функцияв действительности в математическом языке является «чисто рабочим»: так называют функцию, если она задана в виде y=f(g(x)) с внешней функцией f и внутренней функцией g. Из самого задания этой функции ясно, что для вычисления значения y сложной функции к значению аргумента x сначала применяется функция g, а затем к полученному значению g(x) применяется функция f — тогда и получается значение f(g(x)).



Владение этим термином, умение видеть сложную функцию для начал математического анализа исключительно — чтобы найти производную, функцию часто следует представить в виде сложной функции, причем функция может быть еще более «сложной», когда ее «история» более длинная, т.е., например, если функция задается формулой y=f(g(h(p(x))).

Для того чтобы подчеркнуть, что термин «сложная функция» относится не к самой функции, а к способу ее задания, приведем пример: функции $y=\sqrt[3]{x^3}$, y=x— это, очевидно, одна и та же функция, однако первую из них можно назвать сложной, а вторую — нет. Заметим также, что сложная функция может оказаться нигде не определенной, например, $y=\sqrt{-x^2-1}$- под знаком радикала тут всегда стоит отрицательное выражение.

При желании заняться алгеброй функций, т.е. рассматривать операции, действия, которые можно осуществлять с функциями, изучать свойства этих операций, а иногда лишь для терминологического удобства сложную функцию y=f(g(x)) называют **композицией функций f и g** и обозначают обычно символом f∘gf∘ gили, в обратном порядке, g∘fg∘f— математики, как ни странно, не могут, да и не пытаются, прийти к общему соглашению относительно этого обозначения. Далее мы применяем первый порядок f и g, т.е.(f∘g)(x)=f(g(x))(f∘g)(x)=f(g(x)).

А между тем композиция двух функций зависит от их порядка: если, например,f(x)=x^2, $g(x)=\sqrt{x}$ tof(g(x))=$\left(\sqrt{x}\right)^2$,(x≥0), тогда какg(f(x))=$\sqrt{x^2}=|x|$|, а значит, это две различные функции — они имеют даже разные области определения. Иными словами, равенство f∘g=g∘f, выполняется не для всех функций, так что в алгебре функций перестановочный (в математике, в отличие от школы, называют егокоммутативным**)** закон для композиции не имеет места.

Интересно, что сочетательный (в математике говорятассоциативный**)** закон остается в силе:

[(f∘g)∘h](x)=(f∘g)(h(x))=f(g(h(x))),

[f∘(g∘h)](x)=f[(g∘h)(x)]=f(g(h(x)))

(мы здесь не стали рассматривать детали, связанные с областью определения рассматриваемых функций), а распределительный закон (в математике говорятдистрибутивный) распадается на два — из-за отсутствия перестановочного закона:

f∘(g+h)=(f∘g)+(f∘h)f∘(g+h)=(f∘g)+(f∘h)и(g+h)∘f=(g∘f)+(h∘f)(g+h)∘f=(g∘f)+(h∘f)

и, что удивительно, один из них выполняется в алгебре функций, а второй — нет.

Производная композиции (сложной функции)

$$(g \circ f)'(x) = (g' \circ f)(x) f'(x),$$
$$(g(f(x)))' = g'(f(x)) f'(x).$$

2.Изучить разобранные примеры.

3.Решить предложенные задачи:

Найти производную обратной функции

1) $y=3x^2-5x$

2) $y=\frac{1}{3}x + e^{\frac{x}{5}}$

Найти производные функции:

$1) y = (6x^3 - 7)^4;$

$2) y = \sqrt{3x^2 - 8x + 5};$
$3) y = \sin(3x - \frac{\pi}{12});$
$4) y = \cos^5 x;$
$5) y = \ln(7 \sin x + 5x).$

Вопросы для изучения:

1. Понятие обратной функции.
2. Понятие композиции функции.
3. Формулы производных обратных функций.
4. Формулы производных композиции функций.

Форма контроля: Проверка преподавателем правильность составленного конспекта и решения задач.

Вопросы для самопроверки и контроля:

1. Дать понятие обратной функций.

2. Дать понятие композиции функции.

3. Сформулировать алгоритм нахождения производной обратной функции.

4.Записать формулы нахождения производной композиции функций.

Рекомендуемая литература:

1. Пехлецкий И. Д. математика: учебник – М.: изд. центр. «Академия», 2014 г-320 с.
2. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике. Ч-1. Учебное издание. – М.: Айрис-пресс, 2014г.
3. Афанасьева О.Н. и др. сборник задач по математике для техникумов.- М., Наука, 1992 г.
4. Данко П. Е., Попов А. Г. Высшая математика в упражнениях и задачах.ч. 1. –М., Высшая школа, 2003г.
5. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике: Учеб.пособие для средних спец. учеб. заведений. – 7 – изд., стер. – М.: Высшая шк.,2004г.
6. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике: Учеб.пособие для втузов. – 14 – изд. испр. – М.: Издательство физико – математической литературы, 2000г.

Тема 1.3. Производная функции
Производные обратных тригонометрических функций

Цель:

1. Закрепить понятие производной функции
2. Развить навыки нахождения производных обратных тригонометрических функций.

Оснащение:

1.Данные методические указания, рекомендуемая литература.

Задание:

1.Выполнить следующие задания:

Вычислить производные обратных тригонометрических функций.

1. $y = 2\arcsin x + \arccos x$
2. $y = \arcsin 3x$
3. $y = \arcsin \sqrt{3x}$
4. $y = arctgx$
5. $y = arctgx^2$
6. $y = arctg\sqrt{x}$
7. $y = arcctg\dfrac{1+x}{1-x}$

Порядок выполнения задания.

1. На основании литературы, рекомендованной к выполнению самостоятельной работы, необходимо изучить теоретические вопросы по данной теме согласно плану.

Производные функций $y = arcsinx$и $y = \arcsin u$, где u = $f(x)$.

Найдем производную функции $y = arcsinx$. Согласно определению арксинуса имеем $\sin y = x$, где $-\pi/2 \leq y \leq \pi/2$.Продифференцируем по x обе части равенства, учитывая, что $\mathbf{sin}\, y$– сложная функция, так как y зависит от x. Получим $\mathbf{cos}\, y \cdot y'$ = 1, откуда $y' = \frac{1}{\mathbf{cos}\, y}$. Но $\mathbf{cos}\, y = \sqrt{1 - sin^2}\, y$ (берем только арифметический корень, поскольку для рассматриваемых значений y функция неотрицательна :$-\pi/2 \leq y \leq \pi/2$). Далее, заменяя $\mathbf{sin}\, y$наx, получим $y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

Так как по условию $y = arcsinx$, то окончательно находим

$(arcsinx)'$=$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

Для функции $y = \arcsin u$, где $u = f(x)$, используя формулу производной сложной функции $y'_x = y'_u u'_x$, получим $(\arcsin x') = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$.

Найти производную функции $y = \arcsin \ln x$.

Решение. Снова применяем формулу $(\arcsin u)' = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$:

$$y' = (\arcsin \ln x)' = \frac{(\ln x)'}{\sqrt{1-(\ln x)^2}} = \frac{1}{x\sqrt{1-ln^2 x}}.$$

Производные функции $y = arctg\ x$. По определению аркатангенса имеем $tgy = x$, где $-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$. Продифференцируем по x обе части равенства, учитывая, что tgy – сложная функция :$\frac{1}{cos^2 y} \cdot y' = 1$, откуда $y' = cos^2 y$. Далее, выразив $cos^2 y$ из известного соотношения $1 + tg^2 a = \frac{1}{cos^2 a}$, находим $y' = \frac{1}{1+tg^2 y}$.

Отсюда, заменяя tgyнаx, аy на $arctg\ x$, получим $(arctg\ x)' = \frac{1}{1+x^2}$

Для функции $y = arctg\, u$, где$u = f(x)$, используя формулу производной сложной функции имеем$(arctg\, u)' = \frac{u'}{1+u^2}$.

Производные функций $y = arcctg\, x$ и $y = arcctg\, u$. где $u = f(x)$.

Найдем производную функцию $y = arcctg\, x.$ По определению арккотангенса имеем $ctgy = x$, где $0 < y < \pi$. Продифференцируем по x обе части равенства, учитывая, что $ctg\, y$ – сложная функция :$-\frac{1}{sin^2 y} \cdot y' = 1$, откуда $y' = sin^2 y$. выразив $sin^2 y$ из известного соотношения $1 + ctg^2 a = \frac{1}{sin^2 a}$, получим $y' = -\frac{1}{1+ctg^2 y}$.

Заменяя $ctg\, y$ значением $x,$ а y– значением $arcctg\, x$, находим $(arcctg\, x)' = -\frac{1}{1+x^2}$.

Для функции $y = arcctgu,$ где$u = f(x)$, используя формулу производной сложной функции, получим $(arcctg\, u)' = -\frac{u'}{1+u^2}$.

Найти $y',$ если $y = arctg2x.$

Решение. $y' = \frac{1}{1+(2x)^2} \cdot (2x)' = \frac{2}{1+4x^2}$.

2.Рассмотреть разобранные примеры по теме.

3.Выполнить предложенные задания:

1. $y = 2\arcsin x + \arccos x$

2. $y = \arcsin 3x$

3. $y = \arcsin \sqrt{3x}$

4. $y = arctgx$

5. $y = arctgx^2$

6. $y = arctg\sqrt{x}$

7. $y = arcctg\frac{1+x}{1-x}$

Вопросы для изучения:

1. Понятие производной функции
2. Формулы нахождения производных обратных тригонометрических функций..

Форма контроля: Проверка преподавателем правильности выполнения задания по данной теме.

Вопросы для самопроверки и контроля.

1.Дать понятие производной функции.

2.Перечислить обратные тригонометрические функции

3.Записать формулы нахождения производных обратных тригонометрических функций

Рекомендуемая литература.

1. Пехлецкий И. Д. математика: учебник – М.: изд. центр. «Академия», 2014 г-320 с.
2. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике. Ч-1. Учебное издание. – М.: Айрис-пресс, 2014г.
3. Афанасьева О.Н. и др. сборник задач по математике для техникумов.- М., Наука, 1992 г.
4. Данко П. Е., Попов А. Г. Высшая математика в упражнениях и задачах.ч. 1. –М., Высшая школа, 2003г.
5. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике: Учеб.пособие для средних спец. учеб. заведений. – 7 – изд., стер. – М.: Высшая шк.,2004г.
6. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике: Учеб.пособие для втузов. – 14 – изд. испр. – М.: Издательство физико – математической литературы, 2000г.

Тема 1.5. Исследование функции с помощью производной
Построение графиков функций. Асимптоты

Цель:

1. Вести понятие асимптота кривой.
2. Научиться классифицировать асимптоты по их виду.
3. Выяснить значение асимптот при построении графика кривой.

Оснащение:

1. Данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание:

1. Изучить разобранные задания и составить новые примеры по теме.
2. Найти асимптоты графика функции:

1) $y = 1 - \dfrac{4}{x^2}$ 2) $y = \dfrac{x^2 + 2x - 3}{x}$ 3) $y = \dfrac{4x - x^3}{x^2 + 4}$.

Порядок выполнения задания.

1. Рассмотреть разобранные задания по теме

№1. Найти асимптоты графика функции $y = 4 + \dfrac{1}{x}$.

Решение: Находим: $\lim\limits_{x\to\infty}\left(4 + \dfrac{1}{x}\right) = 4$, поэтому $y = 4$ - горизонтальная асимптота графика функции. Далее, так как $\lim\limits_{x\to 0+}\left(4 + \dfrac{1}{x}\right) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to 0-}\left(4 + \dfrac{1}{x}\right) = -\infty$, то $x = 0$ - вертикальная асимптота.

№2. Найти асимптоты графика функции $y = \dfrac{\sin x}{x}$.

Решение: Точка $x = 0$ является точкой разрыва первого рода, поэтому вертикальных асимптот нет. Горизонтальной асимптотой является прямая $y = 0$, так как $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sin x}{x} = 0$.

Наклонных асимптот нет.

№ 3. Найти асимптоты графика функции $y = \dfrac{x^3 - 6x^2 + 3}{2x^2 + 5}$.

Решение: Положим $f(x)=\dfrac{x^3-6x^2+3}{2x^2+5}$. Вертикальных асимптот нет. Найдем наклонные асимптоты.

1. $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3-6x^2+3}{2x^2+5}=\infty$.

2. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3-6x^2+3}{x(2x^2+5)}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3-6x^2+3}{2x^3+5x}=\dfrac{1}{2}=k$.

3. $\lim\limits_{x\to\infty}(f(x)-kx)=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^3-6x^2+3}{2x^2+5}-\dfrac{1}{2}x\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{-12x^2-5x+6}{4x^2+10}=\dfrac{-12}{4}=-3=b$.

Уравнение наклонной асимптоты имеет вид $y=\dfrac{1}{2}x-3$.

2.Решить предложенные задания:Найти асимптоты графика функции:

1) $y=1-\dfrac{4}{x^2}$ 2) $y=\dfrac{x^2+2x\ \ -3}{x}$ 3) $y=\dfrac{4x-x^3}{x^2+4}$.

3. Составить и записать новые задания по данной теме.

Вопросы для изучения.

1. Понятие асимптоты.
2. Виды асимптот.
3. Нахождение горизонтальных и наклонных асимптот.

Форма контроля: Проверка преподавателем правильности выполнения задания по данной теме.

Вопросы для самопроверки и контроля.

1. Сформулируйте определение асимптоты графика функции. Запишите формулу для асимптоты.
2. Какое условие должно выполняться, для того чтобы определить, что данная асимптота вертикальная?
3. Сформулируйте определение наклонной асимптоты.
4. При каком значении k наклонная асимптота называется горизонтальной?
5. Может ли асимптота пересекать график функции?

Рекомендуемая литература.

1. Пехлецкий И. Д. математика: учебник – М.: изд. центр. «Академия», 2014 г-320 с.
2. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике. Ч-1. Учебное издание. – М.: Айрис-пресс, 2014г.
3. Афанасьева О.Н. и др. сборник задач по математике для техникумов.- М., Наука, 1992 г.
4. Данко П. Е., Попов А. Г. Высшая математика в упражнениях и задачах.ч. 1. –М., Высшая школа, 2003г.
5. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике: Учеб.пособие для средних спец. учеб. заведений. – 7 – изд., стер. – М.: Высшая шк.,2004г.
6. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике: Учеб.пособие для втузов. – 14 – изд. испр. – М.: Издательство физико – математической литературы, 2000г.

Тема 1.5. Исследование функции с помощью производной
Уравнение касательной к графику функции

Цель:

1.Обобщить и закрепить ключевые задачи по теме;
2.Научиться работать с теоретическими вопросами темы;
3.Отработать умения применять геометрический смысл производной при решении различных видов задач.

Оснащение:

1.Данные методические указания; рекомендуемая литература.

Задание:

1. Выполнить следующие задания:

В заданиях выберите правильный ответ среди предложенных, обозначенных буквами А, Б, В.

1 вариант

1. Найти угол, который образует с положительным направлением оси ОХ касательная к графику функции $y=\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2-5x-2$ в точке $A\left(2;-7\frac{1}{3}\right)$.

А) 30° ;	Б) 45° ;	В) 60°

2. Сравнить углы α и β, которые образуют с положительным направлением оси ОХ касательные к графикам функций $f(x)=\sin^2 x-\cos^2 x$ и $g(x)=x^2-3x+1$ соответственно в точках $A\left(\frac{\pi}{6};-\frac{1}{2}\right)$ и $B(2;-1)$.

А) $\alpha>\beta$;	Б) $\alpha<\beta$;	В) $\alpha=\beta$

3. В каких точках угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x)=2x^3+9x^2+3x-5$ равен 3?

А) $0;-3$	Б) -3	В) $0;3$

4. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x)=x^2-7x$, проходящей через точку с ординатой -6 и наименьшей абсциссой.

А) $y=5x-36$;	Б) $y=-19-36$;	В) $y=-5x-1$

5. Написать уравнение касательной, проходящей через общие точки кривых $f(x)=2x^2-2x+3$ и $g(x)+3$.

А) $y=2x-1$;	Б) $y=2x+1$;	В) $y=x-2$

2 вариант

1. Найти угол, который образует с положительным направлением оси OX касательная к графику функции $y = x^3 + x^2 - 2x + 1$ в точке $A(1;2)$.

А) 45° ;	Б) $71^\circ 36'$;	В) $18^\circ 24'$

2. Сравнить углы α и β , которые образуют с положительным направлением оси OX касательные к графикам функций $f(x) = \cos^2 x - 1$ и $g(x) = \frac{1}{2}x^2 + 4$ соответственно в точках $A\left(\frac{\pi}{4}; \frac{1}{2}\right)$ и $B(2;1)$.

А) $\alpha > \beta$;	Б) $\alpha = \beta$;	В) $\alpha < \beta$

3. Найти угол наклона касательной к кривой $f(x) = \left(4 - \sqrt{x}\right)^2$ в точке $x_0 = 4$.

А) $\frac{\pi}{4}$;	Б) $\frac{3\pi}{4}$;	В) $-\frac{\pi}{4}$

4. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3 - 2$, проходящей через точку с ординатой 6 .

А) $y = 12x + 4$;	Б) $y = x + 4$;	В) $y = 12x - 18$

5. Найти площадь треугольника, ограниченного осями координат и касательной к графику функции $y = x^2 - 2$ в точке $x_0 = 1$.

А) 2 ;	Б) $3\frac{1}{2}$;	В) $2\frac{1}{4}$

3 вариант

1. Найти угол, который образует с положительным направлением оси OX касательная к графику функции $y = x^3 - 2x + 10$ в точке $A(1;2)$.

А) 25° ;	Б) $40^\circ 12'$;	В) 45°

2. В каких точках угловой коэффициент касательной к кривой $f(x) = x^3 + 4x - 2$ равен 7 ?

А) 1 ;	Б) $-1;1$	В) -1

3. Сравнить углы α и β, которые образуют с положительным направлением оси ОХ касательные к графикам функций $f(x)=\sin^2 x+1$ и $g(x)=x^2-2x$ соответственно в точках $A\left(-\frac{\pi}{4};\frac{1}{2}\right)$ и $B(1;-2)$.

А) $\alpha>\beta$;	Б) $\alpha=\beta$;	В) $\alpha<\beta$

4. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x)=x^2+5x$, проходящей через точку с ординатой 6 и наибольшей абсциссой.

А) $y=7x-1$;	Б) $y=-7x+1$;	В) $y=x-1$

5. Написать уравнение касательной, проходящей через общие точки кривых $f(x)=x^2-x+4$ и $g(x)=x^2+5$.

А) $y=x-2$;	Б) $y=2-4x$;	В) $y=4x+2$

4 вариант

1. Найти угол, который образует с положительным направлением оси ОХ касательная к графику функции $f(x)=x^3+3x^2+5$ в точке $A(1;-2)$.

А) $6^\circ20'$;	Б) 30°;	В) $83^\circ40'$

2. Сравнить углы α и β, которые образуют с положительным направлением оси ОХ касательные к графикам функций $f(x)=-(\cos^2 x-\sin^2 x)$ и $g(x)=\frac{1}{3}x^3-4$ соответственно в точках $A\left(\frac{\pi}{6};1\right)$ и $B(-2;-1)$.

А) $\alpha<\beta$;	Б) $\alpha=\beta$;	В) $\alpha>\beta$

3. Найти угол наклона касательной к кривой $f(x)=(6-\sqrt{x})^2$, в точке $x_0=9$.

А) $\frac{3\pi}{4}$;	Б) $\frac{\pi}{4}$;	В) $-\frac{\pi}{4}$

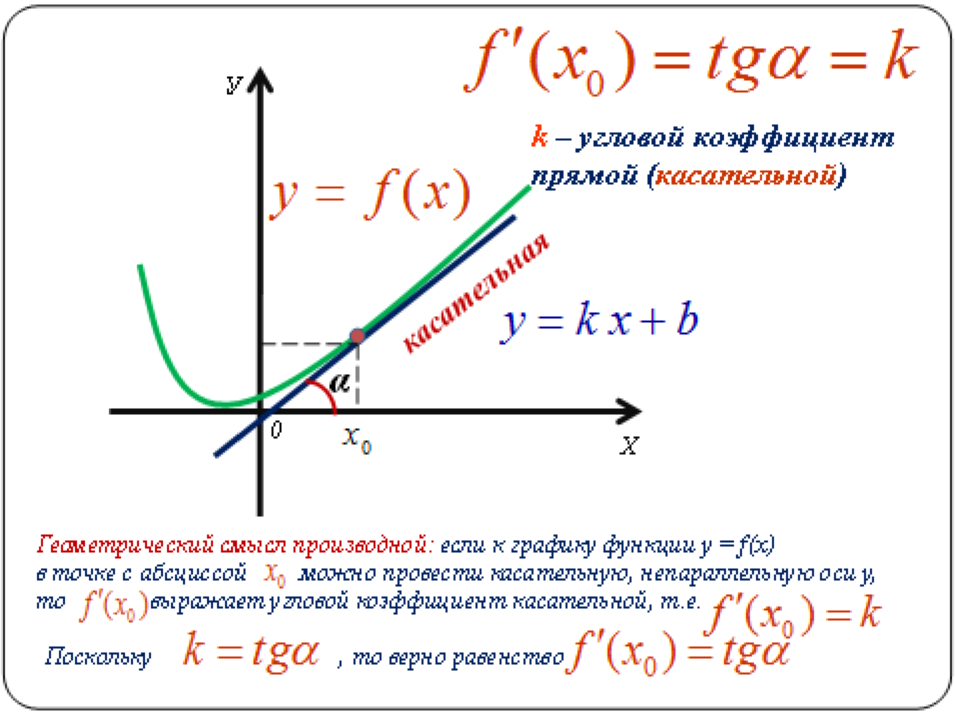
4. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x)=x^3+6$, проходящей через точку с ординатой -2.

А) $y=-12x+22$;	Б) $y=12x+22$;	В) $y=12x-22$

5. Найти площадь треугольника, ограниченного осями координат и касательной к графику функции $y=x^2+x$ в точке $x_0=2$.

А) $1\frac{3}{5}$;	Б) 2;	В) $1\frac{1}{5}$

Порядок выполнения задания.
1.На основании литературы, рекомендованной к выполнению самостоятельной работы, необходимо изучить теоретические вопросы по данной теме согласно плану.
Геометрический смысл производной



Применение производной	Алгоритм
I. Составление уравнения касательной к графику функции $y = f(x)$	1. Найти значение функции $f(x_0)$. 2. Найти производную функции $f'(x)$. 3. Найти значение производной в т. $x_0 : f'(x_0)$. 4. Составить уравнение $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$.

<u>Пример</u>

а) Для функции $f(x) = x^3 - 5x^2$ составить уравнение касательной в точке $x_0 = 2$.
Решение.

1. $f(x_0) = f(2) = 2^3 - 5 \cdot 2^2 = 8 - 20 = -16$
2. $f'(x) = \left(x^3 - 5x^2\right)' = 3x^2 - 10x$
3. $f'(x_0) = f'(2) = 3 \cdot 2^2 - 10 \cdot 2 = 12 - 20 = -8$
4. $y = -16 - 8(x - 2)$

$y = -16 - 8x + 16$

$y = -8x$ - искомое уравнение.

Правила дифференцирования и таблица производных основных функций.

Правила.

1. $C' = 0$	4. $(U \cdot \vartheta)' = U' \cdot \vartheta + U \cdot \vartheta'$
2. $x' = 0$	5. $(C \cdot f(x))' = C \cdot f'(x)$
3. $(U \pm \vartheta)' = U' \pm \vartheta'$	6. $\left(\dfrac{U}{\vartheta}\right)' = \dfrac{U' \cdot \vartheta - U \cdot \vartheta'}{\vartheta^2}$

Производные основных элементарных функций.

1. $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$, $n \neq 0$	8. $(tgx)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$
2. $(e^x)' = e^x$	9. $(ctgx)' = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$
3. $(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$	10. $(\arcsin x)' = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
4. $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$	11. $(\arccos x)' = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
5. $(\log_a x)' = \dfrac{1}{x \cdot \ln a}$	12. $(arctgx)' = \dfrac{1}{1+x^2}$
6. $(\sin x)' = \cos x$	13. $(arcctgx)' = -\dfrac{1}{1+x^2}$
7. $(\cos x)' = -\sin x$	

2..Выполнить предложенные задания:

1 вариант

1. Найти угол, который образует с положительным направлением оси OX касательная к графику функции $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 5x - 2$ в точке $A\left(2;-7\frac{1}{3}\right)$.

А) 30° ;	Б) 45° ;	В) 60°

2. Сравнить углы α и β, которые образуют с положительным направлением оси OX касательные к графикам функций $f(x) = \sin^2 x - \cos^2 x$ и $g(x) = x^2 - 3x + 1$ соответственно в точках $A\left(\frac{\pi}{6};-\frac{1}{2}\right)$ и $B(2;-1)$.

А) $\alpha > \beta$;	Б) $\alpha < \beta$;	В) $\alpha = \beta$

3. В каких точках угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x) = 2x^3 + 9x^2 + 3x - 5$ равен 3 ?

А) $0;-3$	Б) -3	В) $0;3$

4. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^2 - 7x$, проходящей через точку с ординатой -6 и наименьшей абсциссой.

А) $y = 5x - 36$;	Б) $y = -19 - 36$;	В) $y = -5x - 1$

5. Написать уравнение касательной, проходящей через общие точки кривых $f(x) = 2x^2 - 2x + 3$ и $g(x) + 3$.

А) $y = 2x - 1$;	Б) $y = 2x + 1$;	В) $y = x - 2$

2 вариант

1. Найти угол, который образует с положительным направлением оси ОХ касательная к графику функции $y = x^3 + x^2 - 2x + 1$ в точке $A(1;2)$.

А) 45° ;	Б) $71^\circ 36'$;	В) $18^\circ 24'$

2. Сравнить углы α и β, которые образуют с положительным направлением оси ОХ касательные к графикам функций $f(x) = \cos^2 x - 1$ и $g(x) = \frac{1}{2}x^2 + 4$ соответственно в точках $A\left(\frac{\pi}{4}; \frac{1}{2}\right)$ и $B(2;1)$.

А) $\alpha > \beta$;	Б) $\alpha = \beta$;	В) $\alpha < \beta$

3. Найти угол наклона касательной к кривой $f(x) = \left(4 - \sqrt{x}\right)^2$ в точке $x_0 = 4$.

А) $\frac{\pi}{4}$;	Б) $\frac{3\pi}{4}$;	В) $-\frac{\pi}{4}$

4. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3 - 2$, проходящей через точку с ординатой 6.

А) $y = 12x + 4$;	Б) $y = x + 4$;	В) $y = 12x - 18$

5. Найти площадь треугольника, ограниченного осями координат и касательной к графику функции $y = x^2 - 2$ в точке $x_0 = 1$.

А) 2 ;	Б) $3\frac{1}{2}$;	В) $2\frac{1}{4}$

3 вариант

1. Найти угол, который образует с положительным направлением оси ОХ касательная к графику функции $y = x^3 - 2x + 10$ в точке $A(1;2)$.

А) 25° ;	Б) $40^\circ 12'$;	В) 45°

2. В каких точках угловой коэффициент касательной к кривой $f(x) = x^3 + 4x - 2$ равен 7 ?

А) 1 ;	Б) $-1;1$	В) -1

3. Сравнить углы α и β, которые образуют с положительным направлением оси ОХ касательные к графикам функций $f(x) = \sin^2 x + 1$ и $g(x) = x^2 - 2x$ соответственно в точках $A\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{1}{2}\right)$ и $B(1;-2)$.

А) $\alpha > \beta$;	Б) $\alpha = \beta$;	В) $\alpha < \beta$

4. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^2 + 5\ \ x$, проходящей через точку с ординатой 6 и наибольшей абсциссой.

А) $y = 7x - 1$;	Б) $y = -7x + 1$;	В) $y = x - 1$

5. Написать уравнение касательной, проходящей через общие точки кривых $f(x) = x^2 - x + 4$ и $g(x) = x^2 + 5$.

А) $y = x - 2$;	Б) $y = 2 - 4x$;	В) $y = 4x + 2$

4 вариант

1. Найти угол, который образует с положительным направлением оси ОХ касательная к графику функции $f(x) = x^3 + 3x^2 + 5$ в точке $A(1;-2)$.

А) $6^\circ 20'$;	Б) 30° ;	В) $83^\circ 40'$

2. Сравнить углы α и β, которые образуют с положительным направлением оси ОХ касательные к графикам функций $f(x) = -(\cos^2 x - \sin^2 x)$ и $g(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4$ соответственно в точках $A\left(\frac{\pi}{6};1\right)$ и $B(-2;-1)$.

А) $\alpha < \beta$;	Б) $\alpha = \beta$;	В) $\alpha > \beta$

3. Найти угол наклона касательной к кривой $f(x) = \left(6 - \sqrt{x}\right)^2$, в точке $x_0 = 9$.

А) $\frac{3\pi}{4}$;	Б) $\frac{\pi}{4}$;	В) $-\frac{\pi}{4}$

4. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3 + 6$, проходящей через точку с ординатой -2 .

А) $y = -12x + 22$;	Б) $y = 12x + 22$;	В) $y = 12x - 22$

5. Найти площадь треугольника, ограниченного осями координат и касательной к графику функции $y = x^2 + x$ в точке $x_0 = 2$.

А) $1\frac{3}{5}$;	Б) 2 ;	В) $1\frac{1}{5}$

Вопросы для изучения:

1.Понятие производной функции

2.Геометрический смысл производной функции.

3.Угловой коэффициент касательной.

Форма контроля: Проверка преподавателем правильности выполнения задания по данной теме.

Вопросы для самопроверки и контроля.

1.Дать понятие производной функции.

2.Дать понятие углового коэффициента касательной.

3.Сформулировать геометрический смысл производной функции.

Рекомендуемая литература.

1. Пехлецкий И. Д. математика: учебник – М.: изд. центр. «Академия», 2014 г-320 с.
2. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике. Ч-1. Учебное издание. – М.: Айрис-пресс, 2014г.
3. Афанасьева О.Н. и др. сборник задач по математике для техникумов.- М., Наука, 1992 г.
4. Данко П. Е., Попов А. Г. Высшая математика в упражнениях и задачах.ч. 1. –М., Высшая школа, 2003г.
5. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике: Учеб.пособие для средних спец. учеб. заведений. – 7 – изд., стер. – М.: Высшая шк.,2004г.
6. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике: Учеб.пособие для втузов. – 14 – изд. испр. – М.: Издательство физико – математической литературы, 2000г.

Раздел 2. Интегральное исчисление
Тема 2.1. Неопределенный интеграл.
Интегралы в нашей жизни

Цель:
1.Развитие интереса к предмету, интуиции, логического мышления

2.Изучение и использование интеграла в деятельности человека

Оснащение:
1.Данные методические указания, рекомендуемая литература.

Задание:
1.Создать презентацию по предложенной теме

Порядок выполнения задания.
1.На основании литературы, рекомендованной к выполнению самостоятельной работы, необходимо изучить теоретические вопросы по данной теме согласно плану.

2.Составить презентацию данного материала (см.приложение3).

Вопросы для изучения:
1.Применение интеграла в жизни.

Форма контроля: Проверка преподавателем презентации по данной теме.

Вопросы для самопроверки и контроля.
1.Перечислить сферы применения интеграла в жизни.

2.Сформулировать значение интеграла в жизни человека

Рекомендуемая литература.

1..http://dic.academic.ru
3.http://sernam.ru/book_e_math
4.http://cyber.econ.spbu.ru
Никифоровский В.А. Путь к интегралу. - М.: Наука, 1985. - 192 с.

Тема 2.2. Определенный интеграл.
Вычисление работы силы при помощи определенного интеграла

Цель:
1.Отработать вычислительный навык нахождения определенного интеграла

2.Научиться использовать определенный интеграл при вычислении работы силы.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература

Задание: Решить предложенные задания:

1.Вычислить работу, которую нужно совершить, чтобы вытащить шарик массой 9 г из бочки, высота которой 3 м.

2.Сжатие x винтовой пружины пропорционально приложенной силе F. Вычислить работу силы F при сжатии пружины на 0,04 м, если для сжатия ее на 0,01 м нужна сила 10 Н.

Порядок выполнения работы:

1. На основании литературы, рекомендованной к выполнению самостоятельной работы, необходимо изучить теоретические вопросы по данной теме согласно плану.

Пусть тело под действием силы Fдвижется попрямойs, а направление силы совпадает с направлением движения. Необходимо найти работу, произведенную силой F при перемещении тела из положения a в положение b.

Если сила F постоянна, то работа находится по формуле A=F(b-a) (произведение силы на длину пути).

Пусть на тело, движущееся по прямой Ox, действует сила F, которая изменяется в зависимости от пройденного пути, т.е.F=f(x). Для того чтобы найти работу, совершаемую силой F на отрезке пути от a до b, разделим этот отрезок на n равных частей Δx.

Предположим, что на каждой части Δx сила сохраняет постоянное значение $F(x_1)$, $F(x_2)$, …., $F(x_k)$, …, $F(x_n)$.

Составим интегральную сумму, которая приближённо равно значению произведенной работы:

$A \approx F(x_1)\Delta x+F(x_2)\Delta x+\ldots+F(x_k)\Delta x+\ldots+F(x_n)\Delta x$, т.е работа, совершённая этой силой на участке от a до b, приближённо равно сумме $\sum_{k=1}^{n} f(x_k)\Delta x$.

$$A \approx \sum_{k=1}^{n} f(x_k)\Delta x.$$

Если функция f(x) непрерывна, то

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f(x_k)\Delta x = \int_a^b f(x)dx.$$

Итак, работа переменной силы вычисляется по формуле

$$A = \int_a^b f(x)dx.$$

Пример 1. Сжатие ***S*** винтовой пружины пропорционально приложенной силе ***F***. Вычислить работу силы ***F*** при сжатии пружины на 5 см, если для сжатия её на 1 см нужна сила в 1 кг.
Решение. Сила ***F*** и перемещение ***S*** связаны по условию зависимостью ***F***=***kS***, где ***k*** – постоянная. Будем выражать ***S*** в метрах, ***F*** – в килограммах. При ***S***=0,01 ***F***=1, то есть 1=***k****0,01, откуда ***k***=100, ***F***=100***S***.
По формуле (1) определяем работу силы:

$$A = \int_0^{0,05} 100S\,dS = 100\frac{S^2}{2}\Big|_0^{0,05} = 0,125\text{кгм}$$

.

Пример 2. Сила ***F***, с которой электрический заряд ***e***1 отталкивает заряд ***e***2 (того же знака), находящийся от него на расстоянии ***r***, выражается формулой

$$F = k\frac{e_1e_2}{r^2}$$

,

где ***k*** – постоянная.
Вычислить работу силы ***F*** при перемещении заряда ***e***2 из точки ***A***1, отстоящей от ***e***1 на расстоянии ***r***1, в точку ***A***2, отстоящую от ***e***1 на расстоянии ***r***2, полагая, что заряд ***e***1 помещён в точке ***A***0, принятой за начала отсчёта.
Решение. По формуле (1) вычисляем работу силы:

$$A = \int_{r_1}^{r_2} k\frac{e_1e_2}{r^2}dr = -ke_1e_2\frac{1}{r}\Big|_{r_1}^{r_2} = ke_1e_2\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right).$$

При $r_2 = \infty$ получим

$$A = \int_{r_1}^{\infty} \frac{ke_1e_2}{r^2}dr = \frac{ke_1e_2}{r_1}.$$

При $e_2 = 1$ получим $A = k\frac{e_1}{r}$. Последняя величина называется потенциалом поля, создаваемого зарядом ***e***1.
2.Изучить разобранные задачи.
3.Используя теоретический материал, выполнить предложенныезадания

1.Вычислить работу, которую нужно совершить, чтобы вытащить шарик массой 9 г из бочки, высота которой 3 м.
2.Сжатие х винтовой пружины пропорционально приложенной силе F. Вычислить работу силы F при сжатии пружины на 0,04 м, если для сжатия ее на 0,01 м нужна сила 10 Н.

Вопросы для изучения:

1.Формула нахождения определенного интеграла.

2.Формула нахождения работы силы при помощи определенного интеграла

.***Форма контроля:*** Проверка преподавателем правильности выполнения задания по данной теме.

Вопросы для самопроверки и контроля.

1.Проанализировать формулу нахождения работы силы при помощи определенного интеграла

Рекомендуемая литература.

1. Математика: учебник для студентов образовательных учреждений СПО/, ; под редакцией – 10-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия». 2014. – 416 с.
2. Пехлецкий И. Д. математика: учебник – М.: изд. центр. «Академия», 2014 г-320 с.
3. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике. Ч-1. Учебное издание. – М.: Айрис-пресс, 2014г.
4. Афанасьева О.Н. и др. сборник задач по математике для техникумов.- М., Наука, 1992 г.
5. Данко П. Е., Попов А. Г. Высшая математика в упражнениях и задачах.ч. 1. –М., Высшая школа, 2003г.
6. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике: Учеб.пособие для средних спец. учеб. заведений. – 7 – изд., стер. – М.: Высшая шк.,2004г.
7. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике: Учеб.пособие для втузов. – 14 – изд. испр. – М.: Издательство физико – математической литературы, 2000г.

Тема 2.2.Определенный интеграл. Вычисление пути при помощи определенного интеграла

Цель:

1. Отработать вычислительный навык нахождения определенного интеграла
2. Научиться использовать определенный интеграл при вычислении пути.

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература

Задание: Решить предложенные задания

1.Тело движется прямолинейно со скоростью $v(t) = 12t - t^2$ (м/с). Найти длину пути, пройденного телом от начала пути, до его остановки.

Указание: в моменты начала и остановки скорость тела равна нулю.

2. Найти путь, пройденный точкой за третью секунду, зная скорость её прямолинейного движения $v(t) = 3t^2 - 2t - 3$ (м/с).

3. Два тела начали двигаться по прямой в один и тот же момент из одной точки в одном направлении. Одно тело двигалось со скоростью $v_1(t) = 3t^2 + 2t$ (м/с), другое со скоростью $v_2(t) = 2t$ (м/с). Определить расстояние между телами через 2 секунды.

Порядок выполнения работы:

1. На основании литературы, рекомендованной к выполнению самостоятельной работы, необходимо изучить теоретические вопросы по данной теме согласно плану.

Путь S, пройденный материальной точкой за промежуток времени от $t = a$ до $t = b$, равен определённому интегралу от скорости $v(t)$:

$$S = \int_a^b v(t)dt$$

Пример.Вычислить путь, пройденный точкой за 4 секунды от начала движения, если скорость точки $v = 2t + 4$ (м/с).

По условию: $v(t) = 2t + 4, a = 0, b = 4$.

Тогда $S = \int_0^4 (2t+4)dt = 2\frac{t^2}{2}\Big|_0^4 + 4t\Big|_0^4 = 4^2 + 4 \cdot 4 = 32$ (м/с).

.

2.Изучить решение задачи

3.Используя теоретический материал, выполнить предложенные задачи

1.Тело движется прямолинейно со скоростью $v(t) = 12t - t^2$ (м/с). Найти длину пути, пройденного телом от начала пути, до его остановки.

Указание: в моменты начала и остановки скорость тела равна нулю.

2. Найти путь, пройденный точкой за третью секунду, зная скорость её прямолинейного движения $v(t) = 3t^2 - 2t - 3$ (м/с).

3. Два тела начали двигаться по прямой в один и тот же момент из одной точки в одном направлении. Одно тело двигалось со скоростью $v_1(t) = 3t^2 + 2t$ (м/с), другое со скоростью $v_2(t) = 2t$ (м/с). Определить расстояние между телами через 2 секунды.

Вопросы для изучения:

1. Формула для нахождения определенного интеграла.
2. Формула для вычисления пути при помощи определенного интеграла.

Форма контроля: Проверка преподавателем правильность решения задач.

Вопросы для самопроверки и контроля:

1. Запишите определение определённого интеграла с помощью формулы Ньютона-Лейбница.
2. Запишите формулу для вычисления пути прямолинейного движения.

Рекомендуемая литература:

1. Математика: учебник для студентов образовательных учреждений СПО/, ; под редакцией – 10-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия». 2014. – 416 с
2. Пехлецкий И. Д. математика: учебник – М.: изд. центр. «Академия», 2014 г-320 с.
3. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике. Ч-1. Учебное издание. – М.: Айрис-пресс, 2014г.
4. Афанасьева О.Н. и др. сборник задач по математике для техникумов.- М., Наука, 1992 г.
5. Данко П. Е., Попов А. Г. Высшая математика в упражнениях и задачах.ч. 1. –М., Высшая школа, 2003г.
6. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике: Учеб.пособие для средних спец. учеб. заведений. – 7 – изд., стер. – М.: Высшая шк.,2004г.
7. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике: Учеб.пособие для втузов. – 14 – изд. испр. – М.: Издательство физико – математической литературы, 2000г.

Тема 2.3 Геометрические приложения определенного интеграла.

Примеры применения интеграла в геометрии

Цель:

1.Обобщить и закрепить ключевые задачи по теме;

2.Научиться работать с теоретическими вопросами темы;

3.Научиться применять интеграл к решению геометрических задач

Оснащение: данные методические указания; рекомендуемая литература

Задание: Составить опорный конспект по теме «Практическое применение интеграла в геометрии»:

Порядок выполнения работы:

1. На основании литературы, рекомендованной к выполнению самостоятельной работы, необходимо изучить теоретические вопросы по данной теме согласно плану.

Вычисление площадей плоских фигур.

Как следует из геометрического смысла определенного интеграла, для неотрицательной подынтегральной функции интеграл есть площадь криволинейной трапеции, ограниченной отрезками прямых $x = a, x = b, y = 0$ и кривой $y = f(x)$. $S = \int_a^b f(x)dx$.

В общем случае, когда фигура ограничена сверху кривой $y = f(x)$, а снизу - $y = g(x)$, формула для вычисления площадей принимает вид

$S = \int_a^b (f(x) - g(x))dx$. В этой формуле знаки функций $f(x)$ и $g(x)$ значения не имеют.

а) Формула площади в декартовых координатах.

Итак, если ограничивающие кривые заданы в декартовых координатах $D=\{(x,y): a\le x\le b, g(x)\le y\le f(x)\}$, то

$$S_D=\int_a^b (f(x)-g(x))dx$$

.

б) Формула площади для кривой, заданной параметрически.

Если $x=x(t), y=y(t), t\in[t_1,t_2]$ - параметрические уравнения гладкой замкнутой кривой, пробегаемой против часовой стрелки и ограничивающей слева от себя область D, то площадь области D

$$S_D=-\int_{t_1}^{t_2} y(t)x'(t)dt=\int_{t_1}^{t_2} x(t)y'(t)dt$$

, или

$$S_D=\frac{1}{2}\int_{t_1}^{t_2}(x(t)y'(t)-y(t)x'(t))dt$$

.

в) Формула площади в полярной системе координат.

Если $r=r(\varphi)$ - непрерывная функция при $\varphi\in[\alpha,\beta]$, то площадь области $D=\{(\varphi,\rho): \alpha\le\varphi\le\beta, 0\le\rho\le\rho(\varphi)\}$ вычисляется по формуле

$$S_D=\frac{1}{2}\int_\alpha^\beta \rho^2(\varphi)d\varphi$$

.

2. **Вычисление длин дуг кривых.**

а) Длина дуги в декартовых координатах.

Если $y=y(x), x\in[a,b]$ - непрерывно дифференцируемая функция, то длина соответствующей дуги кривой вычисляется по формуле

$$l=\int_a^b\sqrt{1+y'^2(x)}dx$$

.

б) Длина дуги кривой, заданной параметрически.

Если $x=x(t), y=y(t), t\in[t_1,t_2]$ - параметрические уравнения гладкой кривой, то длина ее дуги равна

$$l=\int_{t_1}^{t_2}\sqrt{\dot{x}^2(t)+\dot{y}^2(t)}dt$$

, где $\dot{x}(t)$ и $\dot{y}(t)$ - производные функций $x(t)$ и $\dot{y}(t)$ соответственно, по параметру t .

Существует аналогичная формула для длины дуги пространственной гладкой кривой $x = x(t), y = y(t) z = z(t), t \in [t_1, t_2]$:

$$l = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{\dot{x}^2(t) + \dot{y}^2(t) + \dot{z}^2(t)} dt$$
.

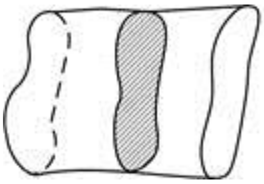
в) Длина дуги в полярных координатах.

Если $r = r(\varphi)$ - непрерывно дифференцируемая функция при $\varphi \in [\alpha, \beta]$, то длина соответствующего отрезка кривой равна

$$l = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{\rho^2(\varphi) + \rho'^2(\varphi)} d\varphi$$
.

3. **Вычисление объемов.**

а) Объем тела с известным поперечным сечением.



Если $S = S(x), x \in [a, b]$ есть площадь сечения тела плоскостью, перпендикулярной оси $0X$ в точке x , и функция $S(x)$ интегрируема на $[a, b]$, то для объема тела V справедлива формула

$$V = \int_a^b S(x) dx$$

б) Объем тела вращения.

Объем тела, образованного вращением вокруг оси $0X$ криволинейной трапеции $\{(x, y) : a \le x \le b, 0 \le y \le y(x)\}$, где $y(x)$ - непрерывная функция, равен

$$V = \pi \int_a^b y^2(x) dx$$
.

В общем случае, объем тела, образованного вращением вокруг оси $0X$ фигуры $\{(x, y) : a \le x \le b, g(x) \le y \le f(x)\}$, где $g(x)$ и $f(x)$ - непрерывные неотрицательные функции, равен

$$V = \pi \int_a^b (f^2(x) - g^2(x)) dx$$
.

4. **Вычисление площадей поверхностей вращения.**

Площадь поверхности, образованной вращением гладкой кривой $y = y(x), x \in [a, b]$ вокруг оси $0X$, равна

$$Q = 2\pi \int_a^b |y(x)| dl = 2\pi \int_a^b |y(x)| \sqrt{1 + y'^2(x)} dx.$$

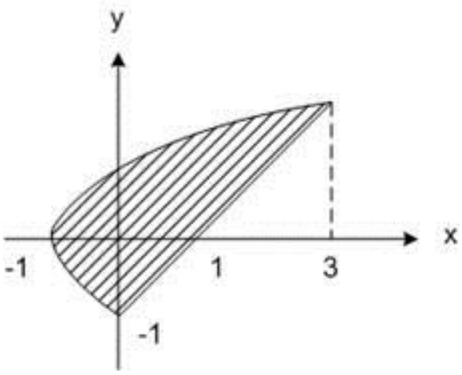
Здесь $dl = \sqrt{1 + y'^2(x)} dx$ - дифференциал дуги.

В общем случае, площадь поверхности, полученной при вращении гладкой кривой $l = \{(x, y, z) : x = x(t), y = y(t), z = z(t), t \in [t_1, t_2]\}$ вокруг произвольной оси,

$$Q = 2\pi \int_{t_1}^{t_2} r(t) dl$$

, где $r(t)$ есть расстояние от точки $M(x(t), y(t), z(t))$, лежащей на l, до оси вращения, а dl, как и ранее, - дифференциал дуги.

Пример. Найти площадь области, ограниченной линиями $y = x - 1$ и $y^2 = x + 1$.



Решение. В этом примере функция, ограничивающая область снизу, не является гладкой. Поэтому, пользуясь свойством аддитивности интеграла, найдем искомую площадь как сумму двух интегралов.

$$S = \int_{-1}^{0} \left(\sqrt{x+1} - (-\sqrt{x+1})\right) dx + \int_{0}^{3} \left(\sqrt{x+1} - (x-1)\right) dx = \frac{4}{3}(x+1)^{3/2} \Big|_{-1}^{0} + \frac{2}{3}(x+1)^{3/2} \Big|_{0}^{3} - \frac{(x-1)^2}{2} \Big|_{0}^{3} = \frac{9}{2}.$$

Если в качестве независимой переменной выбрать y, то $x = y + 1$ и $x = y^2 - 1$ - непрерывные функции, и площадь области можно вычислить проще

$$S = \int_{-1}^{2} \left(y + 1 - (y^2 - 1)\right) dy = \left(\frac{y^2}{2} + 2y - \frac{y^3}{3}\right) \Big|_{-1}^{2} = \frac{9}{2}.$$

Замечание. Пределы интегрирования найдены из системы уравнений

$$\begin{cases} y = x-1 \\ y^2 = x+1 \end{cases}$$

Пример. Найти объем тела, ограниченного эллипсоидом $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1.$

Решение. При фиксированном x сечением эллипсоида является эллипс $\frac{y^2}{b^2\left(1-\frac{x^2}{a^2}\right)}+\frac{z^2}{c^2\left(1-\frac{x^2}{a^2}\right)}=1$, площадь которого, как известно, равна произведению его полуосей на число π. Таким образом, переменная площадь сечения $S(x)=\pi bc\left(1-\frac{x^2}{a^2}\right)$, так как полуоси эллипса равны $b\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}$ и $c\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}$.

Учитывая, что $x\in[-a,a]$, получим формулу для вычисления объема эллипсоида $V=\int_{-a}^{a}S(x)dx=2\pi bc\int_{0}^{a}\left(1-\frac{x^2}{a^2}\right)dx=2\pi bc\left(x-\frac{x^3}{3a^2}\right)\Big|_0^a=\frac{4}{3}\pi abc.$

Замечание. Обратите внимание, что формула для вычисления объема шара $V=\frac{4}{3}\pi r^3$ есть частный случай этой формулы при $a=b=c=r.$

При вычислении интеграла использовано свойство интеграла от четной функции по симметричному промежутку.

2. Рассмотреть образцы решения задач в методических указаниях.
3. Составить опорный конспект по данной теме.

Вопросы для изучения:

1.Нахождение пути с помощью определенного интеграла

2. Вычисление работы силы, произведенной при прямолинейном движении тела

3.Определение силы давления жидкости на вертикально расположенную пластинку

Форма контроля: Проверка преподавателем составленного конспекта по данной теме.

Вопросы для самопроверки и контроля:

1.Перечислить применение интеграла в геометрии.

2.Записать формулы нахождения площадей плоской фигуры с помощью определенного интеграла

3. Записать формулу вычисления длин дуг кривой.

4. Записать формулу вычисления объемов.

5. Записать формулу вычисление площадей поверхностей вращения.

Рекомендуемая литература:

1.Григорьев С.Г., Гусев В. А., Иволгина С. В. Математика для профессий и специальностей социально-экономического профиля 2014 ОИЦ "Академия"

2.Григорьев В.П., Сабурова Т.Н.Сборник задач по высшей математике. 2014 ОИЦ "Академия

3.Григорьев С.Г., Гусев В. А., Иволгина С. В.Математика, 2014 ОИЦ "Академия

4.Григорьев С.Г., ЗадулинаС.В.Математика для профессий и специальностей социально-экономического профиля, 2014 ОИЦ "Академия

5.Башмаков М.И.Математика. 2017 ОИЦ "Академия

6.И.Л.Соловейчик, В.Т. Лисичкин. “Сборник задач по математики для техникумов”.-М.:Издательский дом ОНИКС 21 век”, 2014 г.

7.Журнал «Потенциал

Приложение 1

Текст сообщения печатается на одной стороне страницы; сноски и примечания печатаются на той же странице, к которой они относятся (через 1 интервал, более мелким шрифтом, чем текст). Основной текст должен сопровождаться иллюстративным материалом (рисунки, фотографии, диаграммы, схемы, таблицы, программы). Если в основной части содержатся цитаты или ссылки на высказывания, необходимо указать номер источника по списку, приведенному в конце реферата, и страницу в квадратных скобках в конце цитаты или ссылки.

Сообщение – это краткое изложение в письменной форме содержания прочитанных книг и документов; сообщение об итогах изучения научного вопроса; доклад на определенную тему, освещающий ее вопросы на основе литературных и других источников. Целью написания сообщения является углубление знаний по конкретной проблеме, получение навыков работы с научной и научно-популярной литературой. Работа над сообщением требует, как правило, не менее месяца.

В процессе работы над проблемой необходимо:

· вычленить проблему;

· самостоятельно изучить проблему на основе первоисточников;

· дать обзор использованной литературы;

· последовательно и доказательно изложить материал;

· правильно оформить ссылки на источники.

Обязательные структурные элементы сообщения:

1. Содержание

2. Текст сообщения должен содержать:

· обоснование выбранной темы;

· сравнительный анализ литературы по проблеме;

· изложение собственной точки зрения на проблему;

· выводы и предложения.

3. Список использованных источников должен оформляться в соответствии с ГОСТом и может содержать не только названия книг, журналов, газет, но и любые источники информации (например, сведения из сети Интернет, информацию изтеле- и радиопередач, а также частные сообщения каких-либо специалистов, высказанные в личных беседах их с автором реферата).

Сообщение излагается доступным научным (научно-популярным) языком в относительно сжатой форме с использованием облегченных синтаксических конструкций. Такие конструкции могут стать своеобразным планом реферативной статьи: “ В рассматриваемой статье ставится ряд вопросов …Автор подчеркивает, что … Более подробно рассмотрена проблема… Анализируются разные точки зрения … В заключение необходимо отметить что …” и т.д.

При выставлении оценки за сообщение учитываются следующие компоненты:

· содержательная часть (глубина проработки проблемы, структура работы, объем проанализированных источников и т.п.);

· оформление (соответствие стандарту, эстетика оформления, наличие иллюстративного материала и т.п.);

· защита сообщения (ориентация в тексте, ответы на вопросы и т.п.).

Сообщение сдается в отпечатанном виде и на электронном носителе.

Приложение 2

Методические рекомендации по выполнению реферата

Реферат (от лат. refenre – сообщать) – краткое изложение в письменном виде или в форме доклада содержания литературы по теме. Работа над рефератом условно разделяется на выбор темы, подбор литературы, подготовку плана, написание текста с указанием библиографических данных используемых источников, подготовку доклада для защиты реферата, выступление с ним. Тематика рефератов связана с основными вопросами изучаемого курса.

Список литературы к теме реферата не дается, и обучающиеся самостоятельно ведут библиографический поиск.

Содержание и оформление разделов реферата

Структура реферата:

•Титульный лист.

•Оглавление.

•Введение (дается постановка вопроса, объясняется выбор темы, её значимость и актуальность, указываются цель и задачи реферата, даётся характеристика используемой литературы).

•Основная часть (состоит из глав и подглав, которые раскрывают отдельную проблему или одну из её сторон и логически являются продолжением друг друга).

•Заключение (подводятся итоги и даются обобщённые основные выводы по теме реферата, делаются рекомендации).

•Список литературы.

Титульный лист. Является первой страницей реферата и заполняется по строго определенным правилам.

В верхнем поле указывается полное наименование учебного заведения.

В среднем поле дается заглавие реферата, которое проводится без слова " тема " и в кавычки не заключается.

Далее, ближе к левому краю титульного листа, указываются фамилия, инициалы обучающегося, написавшего реферат, а также его курс и группа. Справа указываются фамилия и инициалы преподавателя - руководителя работы.

В нижнем поле указывается год написания реферата.

После титульного листа помещают *оглавление*, в котором приводятся все заголовки работы и указываются страницы, с которых они начинаются. Заголовки оглавления должны точно повторять заголовки в тексте. Сокращать их или давать в другой формулировке и последовательности нельзя.

Все заголовки начинаются с прописной буквы без точки на конце. Последнее слово каждого заголовка соединяют отточием / ………….. / с соответствующим ему номером страницы в правом столбце оглавления.

Заголовки одинаковых ступеней рубрикации необходимо располагать друг под другом. Заголовки каждой последующей ступени смещают на три - пять знаков вправо по отношению к заголовкам предыдущей ступени.

Введение. Здесь обычно обосновывается актуальность выбранной темы, цель и содержание реферата, указывается объект / предмет / рассмотрения, приводится характеристика источников для написания работы и краткий обзор имеющейся по данной теме литературы. Актуальность предполагает оценку своевременности и социальной значимости выбранной темы, обзор литературы по теме отражает знакомство автора реферата с имеющимися источниками, умение их систематизировать, критически рассматривать, выделять существенное, определять главное.

Основная часть. Содержание глав этой части должно точно соответствовать теме работы и полностью ее раскрывать. Эти главы должны показать, умение исследователя сжато, логично и аргументировано излагать материал, обобщать, анализировать, делать логические выводы.

Заключительная часть. Предполагает последовательное, логически стройное изложение обобщенных выводов по рассматриваемой теме.

Библиографический список использованной литературы составляет одну из частей работы, отражающей самостоятельную творческую работу автора, позволяет судить о степени фундаментальности данного реферата.

В работах используются следующие способы построения библиографических списков: по алфавиту фамилий, авторов или заглавий; по тематике; по видам изданий; по характеру содержания; списки смешанного построения. Литература в списке указывается в алфавитном порядке, более распространенный вариант - фамилии авторов в алфавитном порядке, после указания фамилии и инициалов автора указывается название литературного источника, место издания пишется сокращенно, например, Москва - М., Санкт - Петербург - СПб и т.д. , название издательства, например, Мир, год издания, например, 1996, можно указать страницы, например, с. 54-67. Страницы можно указывать прямо в тексте, после указания номера, под которым литературный источник находится в списке литературы. Номер литературного источника указывается после каждого нового отрывка текста из другого литературного источника.

В ***приложении*** помещают вспомогательные или дополнительные материалы, которые загромождают текст основной части работы - таблицы, карты, графики, неопубликованные документы, переписка и т.д. Каждое приложение должно начинаться с нового листа, страницы с указанием в правом верхнем углу слова " Приложение" и иметь тематический заголовок. При наличии в работе более одного приложения они нумеруются арабскими цифрами без знака " № ", например, " Приложение 1". Нумерация страниц, на которых даются приложения, должна быть сквозной и продолжать общую нумерацию страниц основного текста. Связь основного текста с приложениями осуществляется через ссылки, которые употребляются со словом " смотри " оно обычно сокращается и заключается вместе с шифром в круглые скобки - (см. прил. 1) . В списке литературы должно быть не менее 8–10 различных источников

Допускается включение таблиц, графиков, схем, как в основном тексте, так и в качестве приложений.

Защита реферата:

1. Защита тематического реферата проводится на занятии в рамках часов учебной дисциплины.

2. Защита реферата обучающимся предусматривает доклад по реферату не более 5-7 минут и ответы на вопросы.

3. На защите *запрещено* чтение текста реферата.

Критерии оценки реферата:

- соответствие содержания теме;
- связность, логичность и грамотность составления;
- оформление в соответствии с требованиями ГОСТ;
- качество доклада на защите реферата, ответы на вопросы по теме реферата.

Приложение3

Создание презентации

Презентация представляет собой документ, созданный в каком-либо конструкторе для создания мультимедийных презентаций (в нашем случае это PowerPoint), и состоящий из определенной последовательности страниц, содержащих текстовую, графическую, видео и аудио информацию.

Страницы презентаций PowerPoint называются слайдами. Каждая презентация состоит из множества слайдов, находящихся в одном файле, имеющим расширение *pptx для версий PowerPoint 2007/2010 +.

Презентацию можно представить в электронном виде на компьютере или проекторе, можно распечатать как раздаточный материал или разместить в Интернет.

Презентация – помощник в проведении доклада, защиты, выступления, презентации проекта.

Презентация – кратное содержание вашего выступления в схемах, рисунках, картинках, коротких названиях, ключевых словах.

Вначале подготовьте устную защиту вашего проекта, согласно требованиям, включая основные этапы (цели, задачи, этапы, результаты и др.). Потом подберите иллюстрации к своему тексту, сформируйте презентацию

Процесс созданияпрезентации состоит из трех этапов:

1. Планирование презентации – это многошаговая процедура, включающая определение целей, изучение аудитории, формирование структуры и логики подачи материала.

2.Разработка презентации – методологические особенности подготовки слайдов презентации, включая вертикальную и горизонтальную логику, содержание и соотношение текстовой и графической информации.

3.Репетиция презентации – это проверка и отладка созданной презентации.

Требования к формированию компьютерной презентации

1.Компьютерная презентация должна содержать начальный и конечный слайды;
2.Структура компьютерной презентации должна включать оглавление, основную и резюмирующую части;
3.Каждый слайд должен быть логически связан с предыдущим и последующим;
4.Слайды должны содержать минимум текста (на каждом не более 10 строк);
5.Необходимо использовать графический материал (включая картинки), сопровождающий текст (это позволит разнообразить представляемый материал и обогатить доклад выступающего студента);
6.Компьютерная презентация может сопровождаться анимацией, что позволит повысить эффект от представления доклада (но акцент только на анимацию недопустим, т.к. злоупотребление им на слайдах может привести к потере зрительного и смыслового контакта со слушателями);
7.Время выступления должно быть соотнесено с количеством слайдов из расчета, что компьютерная презентация, включающая 10— 15 слайдов, требует для выступления около 7—10 минут.
Подготовленные для представления доклады должны отвечать следующим требованиям:
1.Цель доклада должна быть сформулирована в начале выступления;
2.Выступающийдолжен хорошо знать материал по теме своего выступления, быстро и свободно ориентироваться в нем;
3.Недопустимо читать текст со слайдов или повторять наизусть то, что показано на слайде;
5.Речь докладчика должна быть четкой, умеренного темпа;
6.Докладчик должен иметь зрительный контакт с аудиторией;
7.После выступления докладчик должен оперативно и по существу отвечать на все вопросы аудитории (если вопрос задан не по теме, то преподаватель должен снять его).

Требования к оформлению презентаций

1.Продумайте план презентации заранее. Не забывайте об обязательных разделах:
- Титульная страница (первый слайд);
- Введение;
- Основная часть презентации (обычно содержит несколько подразделов);
- Заключение.
2.Оформление презентации
Соблюдайте единый стиль оформления. Избегайте стилей, которые будут отвлекать от самой презентации. Если выбрали для заголовков синий цвет и шрифт «Cambria», на всех слайдах заголовки должны быть синими и Камбрия. Выбрали для основного текста шрифт «Calibri», то всех слайдах придётся использовать его.
3. Цвет фона презентации
На одном слайде рекомендуется использовать не более трех цветов: один для фона, один для заголовка, один для текста. Обратите внимание на цвет гиперссылок (до и после использования). Следите за тем, чтобы текст не сливался с фоном, учитывайте, что на проекторе контрастность будет меньше, чем у вас на мониторе.
Лучший фон – белый (или близкий к нему), а лучший цвет текста – черный (или очень тёмный нужного оттенка).Имейте в виду что, черный цвет фона имеет негативный (мрачный) подтекст.Белый текст на черном фоне читается плохо (инверсия плохо читается).
4.Содержание и расположение текстовой информации, шрифт
Используйте короткие слова и предложения.
Размер шрифта: 24–54 пункта (заголовок), 18–36 пунктов (обычный текст);
Цвет шрифта и цвет фона должны контрастировать (текст должен хорошо читаться), но не резать глаза;

Тип шрифта: для основного текста гладкий шрифт без засечек (Arial, Tahoma, Verdana), для заголовка можно использовать декоративный шрифт, если он хорошо читаем. Всегда указывайте заголовок слайда (каждого слайда презентации). Отвлёкшийся слушатель в любой момент должен понимать, о чём сейчас речь в вашем докладе!

Курсив, подчеркивание, жирный шрифт, прописные буквы рекомендуется использовать только для смыслового выделения фрагмента текста.

Предпочтительно горизонтальное расположение информации.Наиболее важная информация должна располагаться в центре экрана.

Если на слайде имеется картинка, надпись должна располагаться под ней.Избегайте сплошной текст. Лучше использовать маркированный и нумерованный списки.

Помните, что экран, на котором вы будете показывать презентацию, скорее всего, будет достаточно далеко от зрителей. Презентация будет выглядеть меньше, чем на вашем экране во время создания.

Отойдите от экрана компьютера на 2-3 метра и попытайтесь прочесть текст в презентации. Если слайды читаются с трудом, увеличивайте шрифт. Если текст не вмещается на один слайд, разбейте его на 2, 3 и более слайдов (главное, чтобы презентация была удобной для просмотра).

5.Объем информации

Не стоит заполнять один слайд слишком большим объемом информации: люди могут единовременно запомнить не более трех фактов, выводов, определений. Не полностью заполненный слайд лучше, чем переполненный.

Наибольшая эффективность достигается тогда, когда ключевые пункты отображаются по одному на каждом отдельном слайде.

Делайте слайд проще. У аудитории всего около минуты на его восприятие.

Общий порядок слайдов

I. Титульный лист

Оформление титульного (первого) слайда

Из содержимого первого слайда должно быть понятно, о чём речь, к кому это относится, кто автор. Для этого не забудьте указать:

1. Организацию (учебное заведение, предприятие и т.д.);
2. Тему доклада (название);
3. Фамилию, имя и отчество докладчика (полностью);
4. Вашего руководителя (если работа выполнена под чьим то руководством);
5. Контактные данные (e-mail, адрес сайта, телефон).

II. План презентации (практика показывает, что 5-6 пунктов - это максимум, к которому не следует стремиться)

III. Введение

В этой части вы должны ввести аудиторию в ваш доклад/отчет. Ответить на следующие вопросы:

- О чем будет презентация?
- Какие цели и задачи будут решаться?

IV. Основная часть

Основная часть – самая важная. В этой части необходимо рассказать о самых основных моментах в вашей презентации, т.е детали темы, проблемы, исследования и т.д.

V. Заключение

Введение и заключение могут быть очень схожими. Разница в том, что во введение вы описываете основные положения, понятия, и вопрос, на который вы ищете ответ. А в заключении вы должны описать результаты вашей работы, какие ответы и предположения вы получили в ходе своих исследований. Перечислите основные, наиболее важные результаты работы. Поясните, что вы считаете самым важным и почему. Каким результатом можно было бы гордиться. Остановитесь на нём подробно. Расскажите, как он был получен, укажите его характерные особенности.

VI. Финальный слайд

Многие думают, что на заключении можно остановиться.

Но есть простой ход, который вызовет положительные эмоции у слушателей: сделайте последний слайд с благодарностью за внимание!

При её создании презентации представьте, что вас будут слушать люди, слабо знакомые с темой доклада, для этого необходимо подготовить грамотную речь, учесть правила ведения публичного выступления. Должно быть понятно, о чём ваш доклад и какова ваша роль в том, что вы описываете.