

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ ПО ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОМУ ПРЕДМЕТУ «МАТЕМАТИКА»

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цель программы – ознакомить поступающих в университет с содержанием вступительных испытаний и требованиями к ним.

Содержание вступительных экзаменов по математике (тест) определяется Федеральным государственным образовательным стандартом.

Программа вступительных испытаний по математике состоит из двух разделов. В первом разделе перечислены основные математические понятия, которыми должен владеть поступающий. Во втором разделе указано, какие навыки и умения требуются от абитуриента на письменном экзамене.

ПЕРЕЧЕНЬ ЭЛЕМЕНТОВ СОДЕРЖАНИЯ, ПРОВЕРЯЕМЫХ НА ЭКЗАМЕНЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

ОСНОВНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ И ФАКТЫ

1. Числа и вычисления

1. Натуральные и целые числа. Признаки делимости целых чисел
2. Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби
3. Арифметический корень натуральной степени. Действия с арифметическими корнями натуральной степени
4. Степень с целым показателем. Степень с рациональным показателем. Свойства степени
5. Синус, косинус и тангенс числового аргумента. Арксинус, арккосинус, арктангенс числового аргумента
6. Логарифм числа. Десятичные и натуральные логарифмы
7. Действительные числа. Арифметические операции с действительными числами. Приближённые вычисления, правила округления, прикидка и оценка результата вычислений
8. Преобразование выражений

2. Уравнения и неравенства

1. Целые и дробно-рациональные уравнения
2. Иррациональные уравнения
3. Тригонометрические уравнения
4. Показательные и логарифмические уравнения
5. Целые и дробно-рациональные неравенства
6. Иррациональные неравенства

7. Показательные и логарифмические неравенства
8. Тригонометрические неравенства
9. Системы и совокупности уравнений и неравенств
10. Уравнения, неравенства и системы с параметрами

3. Функции и графики

1. Функция, способы задания функции. График функции. Взаимно обратные функции. Чётные и нечётные функции. Периодические функции
2. Область определения и множество значений функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства. Промежутки монотонности функции. Максимумы и минимумы функции. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке
3. Степенная функция с натуральным и целым показателем. Её свойства и график. Свойства и график корня n -ой степени
4. Тригонометрические функции, их свойства и графики
5. Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики
6. Точки разрыва. Асимптоты графиков функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке
7. Последовательности, способы задания последовательностей
8. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формула сложных процентов

4. Начала математического анализа

1. Производная функции. Производные элементарных функций
2. Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке
3. Первообразная. Интеграл

5. Множества и логика

1. Множество, операции над множествами. Диаграммы Эйлера – Венна
2. Логика

6. Вероятность и статистика

1. Описательная статистика
2. Вероятность
3. Комбинаторика

7. Геометрия

1. Фигуры на плоскости
2. Прямые и плоскости в пространстве
3. Многогранники
4. Тела и поверхности вращения
5. Координаты и векторы

ПЕРЕЧЕНЬ ПРОВЕРЯЕМЫХ ТРЕБОВАНИЙ К ПРЕДМЕТНЫМ РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

ОСНОВНЫЕ УМЕНИЯ И НАВЫКИ

1. Владение методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение формулировать и оперировать понятиями: определение, аксиома, теорема, следствие, свойство, признак, доказательство, равносильные формулировки; применять их; умение формулировать обратное и противоположное утверждение, приводить примеры и контрпримеры, использовать метод математической индукции; проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений; умение оперировать понятиями: множество, подмножество, операции над множествами; умение использовать теоретико-множественный аппарат для описания реальных процессов и явлений и при решении задач, в том числе из других учебных предметов; умение оперировать понятиями: граф, связный граф, дерево, цикл, граф на плоскости; умение задавать и описывать графы различными способами; использовать графы при решении задач
2. Умение оперировать понятиями: натуральное число, целое число, степень с целым показателем, корень натуральной степени, степень с рациональным показателем, степень с действительным показателем, логарифм числа, синус, косинус и тангенс произвольного числа, остаток по модулю, рациональное число, иррациональное число, множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел; умение использовать признаки делимости, наименьший общий делитель и наименьшее общее кратное, алгоритм Евклида при решении задач; знакомство с различными позиционными системами счисления; умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений; умение оперировать понятиями: последовательность, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия; умение задавать последовательности, в том числе с помощью рекуррентных формул
3. Умение оперировать понятиями: рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы; умение оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем; умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; применять уравнения, неравенства, их системы

для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни

4. Умение оперировать понятиями: функция, чётность функции, периодичность функции, ограниченность функции, монотонность функции, экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке, непрерывная функция, асимптоты графика функции, первая и вторая производная функции, геометрический и физический смысл производной, первообразная, определённый интеграл; умение находить асимптоты графика функции; умение вычислять производные суммы, произведения, частного и композиции функций, находить уравнение касательной к графику функции; умение находить производные элементарных функций; умение использовать производную для исследования функций, находить наибольшие и наименьшие значения функций; строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа; применять производную для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических и физических задачах; находить площади и объёмы фигур с помощью интеграла
5. Умение оперировать понятиями: график функции, обратная функция, композиция функций, линейная функция, квадратичная функция, рациональная функция, степенная функция, тригонометрические функции, обратные тригонометрические функции, показательная и логарифмическая функции; умение строить графики изученных функций, выполнять преобразования графиков функций, использовать графики для изучения процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами; использовать свойства и графики функций для решения уравнений, неравенств и задач с параметрами; изображать на координатной плоскости множества решений уравнений, неравенств и их систем
6. Умение решать текстовые задачи разных типов (в том числе на проценты, доли и части, на движение, работу, стоимость товаров и услуг, налоги, задачи из области управления личными и семейными финансами); составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов; умение моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат
7. Умение оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числового набора; умение извлекать, интерпретировать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства реальных процессов и явлений; представлять

информацию с помощью таблиц и диаграмм; исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств; графически исследовать совместные наблюдения с помощью диаграмм

8. Умение оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, формулу полной вероятности, формулу Бернулли, комбинаторные факты и формулы; оценивать вероятности реальных событий; умение оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, математическое ожидание, дисперсия и стандартное отклонение случайной величины, функции распределения и плотности равномерного, показательного и нормального распределений; умение использовать свойства изученных распределений для решения задач; знакомство с понятиями: закон больших чисел, методы выборочных исследований; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях; умение оперировать понятиями: сочетание, перестановка, число сочетаний, число перестановок; бином Ньютона; умение применять комбинаторные факты и рассуждения для решения задач; оценивать вероятности реальных событий; составлять вероятностную модель и интерпретировать полученный результат
9. Умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, отрезок, луч, величина угла, плоский угол, двугранный угол, трёхгранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов окружающего мира; строить математические модели с помощью геометрических понятий и величин, решать связанные с ними практические задачи
10. Умение оперировать понятиями: площадь фигуры, объём фигуры, многогранник, правильный многогранник, сечение многогранника, куб, параллелепипед, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, площадь сферы, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, объём куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара, развёртка поверхности, сечения конуса и цилиндра, параллельные оси или основанию, сечение шара, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса; умение строить сечение многогранника, изображать многогранники, фигуры и поверхности вращения, их сечения, в том числе с помощью электронных средств; умение применять свойства геометрических фигур, самостоятельно формулировать определения

изучаемых фигур, выдвигать гипотезы о свойствах и признаках геометрических фигур, обосновывать или опровергать их; умение проводить классификацию фигур по различным признакам, выполнять необходимые дополнительные построения

11. Умение оперировать понятиями: движение в пространстве, параллельный перенос, симметрия на плоскости и в пространстве, поворот, преобразование подобия, подобные фигуры; умение распознавать равные и подобные фигуры, в том числе в природе, искусстве, архитектуре; использовать геометрические отношения при решении задач; находить геометрические величины (длина, угол, площадь, объём) при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни; умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объём, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы, в т.ч.: площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, площадь сферы, объём куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение находить отношение объёмов подобных фигур
12. Умение оперировать понятиями: прямоугольная система координат, вектор, координаты точки, координаты вектора, сумма векторов, произведение вектора на число, разложение вектора по базису, скалярное произведение, векторное произведение, угол между векторами; умение использовать векторный и координатный метод для решения геометрических задач и задач других учебных предметов

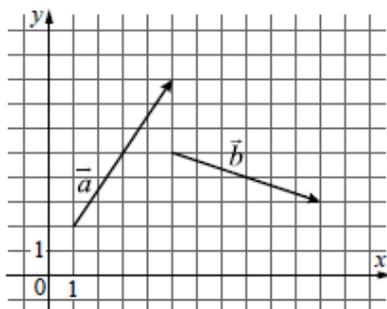
ВСТУПИТЕЛЬНЫЕ ИСПЫТАНИЯ
ПО ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОМУ ПРЕДМЕТУ «МАТЕМАТИКА»
(образец)

Часть 1

1. Стороны параллелограмма равны 24 и 27. Высота, опущенная на меньшую из этих сторон, равна 18. Найдите высоту, опущенную на большую сторону параллелограмма.

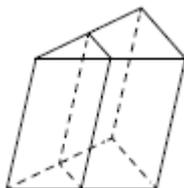
Ответ: _____

2. На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b} . Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.



Ответ: _____

3. Площадь боковой поверхности треугольной призмы равна 24. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы.



Ответ: _____

4. В сборнике билетов по биологии всего 25 билетов. Только в двух билетах встречается вопрос о грибах. На экзамене выпускнику достаётся один случайно выбранный билет из этого сборника. Найдите вероятность того, что в этом билете будет вопрос о грибах.

Ответ: _____

5. Симметричную игральную кость бросили 3 раза. Известно, что в сумме выпало 6 очков. Какова вероятность события «хотя бы раз выпало 3 очка»?

Ответ: _____

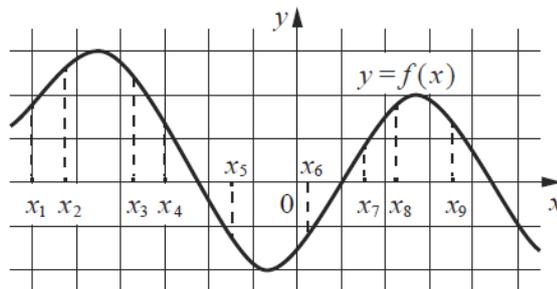
6. Решите уравнение $\sqrt{2x+3} = x$. Если корней окажется несколько, то в ответе запишите наименьший из них.

Ответ: _____

7. Найдите значение выражения $4^{\frac{1}{5}} \cdot 16^{\frac{9}{10}}$.

Ответ: _____

8. На рисунке изображён график дифференцируемой функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечены девять точек: x_1, x_2, \dots, x_9 . Найдите все отмеченные точки, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна. В ответе укажите количество этих точек.



Ответ: _____

9. Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковой сигнал частотой 749 МГц. Приёмник регистрирует частоту сигнала, отражённого от дна океана. Скорость погружения батискафа (в м/с) и частоты связаны соотношением $v = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0}$, где $c = 1500$ м/с – скорость звука в воде, f_0 – частота

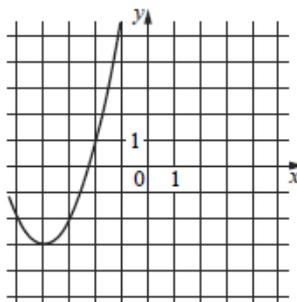
испускаемого сигнала (в МГц), f – частота отражённого сигнала (в МГц). Найдите частоту отражённого сигнала (в МГц), если батискаф погружается со скоростью 2 м/с.

Ответ: _____

10. Автомобиль, движущийся с постоянной скоростью 70 км/ч по прямому шоссе, обгоняет другой автомобиль, движущийся в ту же сторону с постоянной скоростью 40 км/ч. Каким будет расстояние (в километрах) между этими автомобилями через 15 минут после обгона?

Ответ: _____

11. На рисунке изображён график функции вида $f(x) = ax^2 + bx + c$, где числа a, b и c – целые. Найдите значение $f(-12)$.



Ответ: _____

12. Найдите наименьшее значение функции $y = 9x - 9\ln(x + 11) + 7$ на отрезке $[-10, 5; 0]$.

Ответ: _____

Часть 2

13. а) Решите уравнение $2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos 2x = \sqrt{3}\cos x + 1$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

Ответ: _____

14. В пирамиде $ABCD$ рёбра DA , DB и DC попарно перпендикулярны, а $AB = BC = AC = 5\sqrt{2}$.

а) Докажите, что $BD = CD$.

б) На рёбрах DA и DC отмечены точки M и N соответственно, причём $DM : MA = DN : NC = 2 : 3$. Найдите площадь сечения MNB .

Ответ: _____

15. Решите неравенство $\log_{11}(8x^2 + 7) - \log_{11}(x^2 + x + 1) \geq \log_{11}\left(\frac{x}{x+5} + 7\right)$

Ответ: _____

16. В июле 2025 года планируется взять кредит на десять лет в размере 800 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года (r – целое число);
- с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- в июле 2030 года долг должен составить 200 тыс. рублей;
- в июле 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2035 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1480 тыс. рублей. Найдите r .

Ответ: _____

17. В треугольнике ABC угол ABC равен 60° . Окружность, вписанная в треугольник, касается стороны AC в точке M .

а) Докажите, что отрезок BM не больше утроенного радиуса вписанной в треугольник окружности.

б) Найдите $\sin \angle BMC$, если известно, что отрезок BM в 2,5 раза больше радиуса вписанной в треугольник окружности.

Ответ: _____

18. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{xy^2 - 3xy - 3y + 9}{\sqrt{x+3}} = 0, \\ y = ax \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

Ответ: _____

19. а) Существует ли такое кратное 11 трёхзначное число, у которого вторая цифра в 14 раз меньше произведения двух других его цифр?

б) Существует ли такое кратное 11 трёхзначное число, у которого сумма всех цифр равна 7?

в) Найдите наибольшее кратное 11 восьмизначное число, среди цифр которого по одному разу встречаются цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 9. Ответ обоснуйте.

Ответ: _____