

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МУРМАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра автоматики и  
вычислительной техники

**Методические указания  
к выполнению расчетно-графических работ (РГР)**

По дисциплине: Б1.Б.11 Информатика  
указывается цикл (раздел) ОП, к которому относится дисциплина, название дисциплины

Для направления подготовки (специальности)  
15.03.02 Технологические машины и оборудование  
код направления (специальности)

Инжиниринг технологического оборудования  
наименование профиля /специализаций/образовательной программы

Квалификация выпускника,  
уровень подготовки Бакалавр  
(указывается классификация (степень) выпускника в соответствии с ФГОС ВО)

Кафедра-разработчик: Автоматики и вычислительной техники  
название кафедры-разработчика рабочей программы

Мурманск  
2021

Составитель - Майорова Ольга Викторовна, старший преподаватель кафедры  
автоматики и вычислительной техники

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Общие организационно-методические указания .....	4
Перечень тем РГР .....	4
Содержание и методические указания к выполнению РГР №1 .....	4
Варианты РГР №1 .....	10
Список рекомендуемой литературы.....	10

## Общие организационно-методические указания

1. Каждым студентом должна быть выполнена расчетно-графическая работа (РГР).
2. К каждой работе должен быть представлен отчет.

Структура отчета:

- Титульный лист (см. приложение 1).
  - Оглавление.
  - Теоретические сведения.
  - Практическая часть работы: постановка задачи, ход и результаты работы. Сравнительный анализ результатов. Листинг программы.
  - Литература.
3. Номер варианта РГР совпадает с последней цифрой в номере зачетной книжки обучающегося.

### Перечень тем РГР

РГР № 1 «Применение компьютера в решении прикладных задач»

#### Содержание и методические указания к выполнению РГР №1

*Цель работы* – знакомство с возможностями применения компьютера в решении прикладных задач.

В результате выполнения РГР по данной теме студент должен:

##### **Знать:**

- методы решения задач;
- понятие численных методов;
- математические основы численных методов вычисления определенного интеграла;
- основы работы в системе программирования и в математических пакетах.

##### **Уметь:**

- ориентироваться в многообразии методов решения практических задач;
- вычислять определенный интеграл с применением численных методов, используя системы программирования и/или готовые математические системы.

*Содержание темы:* Модели решения задач, понятие численных методов, алгоритмы реализации численных методов, решение задач с помощью языка программирования Pascal и в пакетах математических расчетов MathCAD.

## Методические указания

Рассмотрим задачу о приближённом нахождении значения определённого интеграла

$$I = \int_a^b f(x) dx.$$

Функция  $f(x)$  непрерывна на отрезке интегрирования и имеет на этом отрезке производные до некоторого порядка.

Вычислять значение интеграла  $I$  будем по значениям функции  $f(x)$  в некоторых точках отрезка  $x_i$ . Эти значения  $y_i = f(x_i)$  будем предполагать известными, то есть предполагать, что есть некоторый эффективный способ вычисления значений функции с любой требуемой точностью. Формулы, позволяющие по известным значениям  $y_i$  приближённо определить значение  $I$ , называются *квадратурными формулами*.

Для наглядности прибегнем к геометрической интерпретации смысла определённого интеграла, как площади некоторой криволинейной трапеции, в случае функции  $f(x) \geq 0$ . Следует, однако, иметь в виду, что квадратурные формулы, которые мы будем получать, имеют смысл для функций, принимающих значения произвольного знака.

При  $f(x) \geq 0$  вычислить интеграл  $I$  значит найти площадь под графиком  $y = f(x)$ , расположенную над отрезком  $[a;b]$ . Разобьём отрезок на части точками деления  $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}$  и положим  $x_0=a$  и  $x_n=b$ . Тогда разбиение отрезка  $[a;b]$  состоит из отрезков  $[x_{i-1};x_i]$  при  $i=1, \dots, n$ . Вместо площади под графиком, равной  $I$ , будем приближённо находить суммарную площадь заштрихованных областей, лежащих над отрезками разбиения  $[x_{i-1};x_i]$  (см. рис.1).

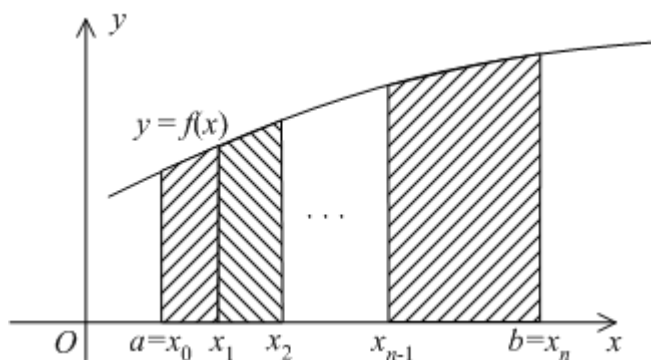


Рис. 1

Заменим площади заштрихованных областей площадями  $S_i$  прямоугольников, основанием которых служит отрезок  $[x_{i-1};x_i]$  на оси  $Ox$ , а высотой – отрезок, задающий значение функции в одном из концов основания, то есть либо в точке  $x_{i-1}$ , либо в точке  $x_i$ . Тогда в первом случае площадь  $S_i = f(x_{i-1})(x_i - x_{i-1})$ , а во втором  $S_i = f(x_i)(x_i - x_{i-1})$ .

Суммируя по всем отрезкам разбиения, то есть по  $i$  от  $i=1$  до  $i=n$ , получаем в первом случае *квадратурную формулу левых прямоугольников*:

$$I \approx I_l = \sum_{i=1}^n f(x_{i-1})(x_i - x_{i-1}),$$

а во втором случае *квадратурную формулу правых прямоугольников*:

$$I \approx I_r = \sum_{i=1}^n f(x_i)(x_i - x_{i-1}).$$

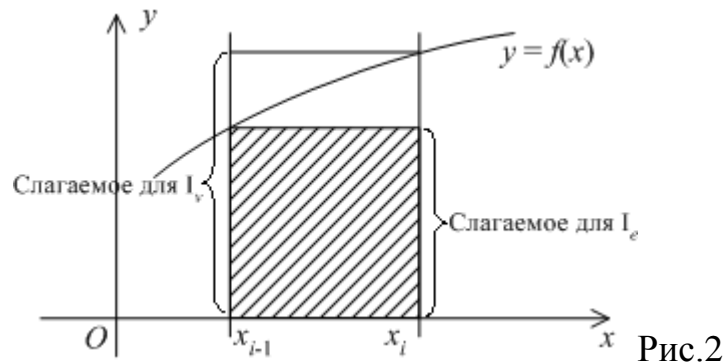


Рис.2

Снова рассмотрим отрезки разбиения  $[x_{i-1}; x_i]$ , где  $i = 1, \dots, n$  и  $x_0 = a$ ,  $x_n = b$ , и выберем в качестве точек разметки середины каждого из этих отрезков, т.е. точки

$$\bar{x}_i = \frac{1}{2}(x_{i-1} + x_i).$$

(будем эти середины обозначать  $x_{i-1/2}$ .)

Возьмём за приближённое значение интеграла интегральную сумму, построенную по такому размеченному разбиению. Каждое слагаемое в этой сумме, равное

$$S_i = f(x_{i-1/2})(x_i - x_{i-1}),$$

выражает площадь прямоугольника с основанием  $[x_{i-1}; x_i]$  и высотой, равной значению функции в середине этого отрезка (см. рис. 3):

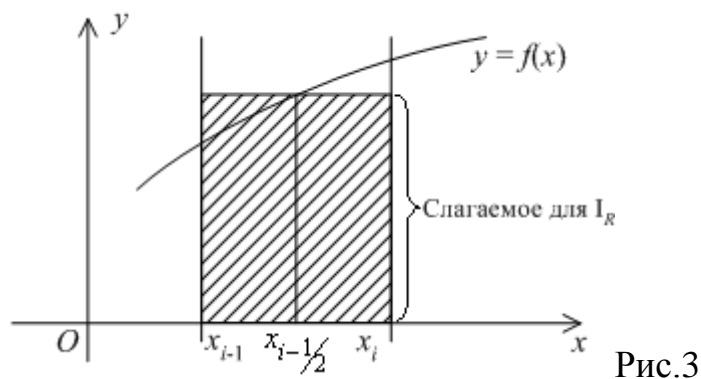


Рис.3

Получим тогда *квадратурную формулу*:

$$I \approx I_R = \sum_{i=1}^n f(x_{i-1/2})(x_i - x_{i-1}),$$

называемую *формулой центральных (средних) прямоугольников*.

Если взять все отрезки разбиения равной длины  $h = \frac{b-a}{n}$ , то эта квадратурная формула принимает вид

$$I \approx I_R = h \sum_{i=1}^n f(x_{i-\frac{1}{2}}).$$

В этом случае  $x_{i-\frac{1}{2}} = x_i - \frac{h}{2} = a + ih - \frac{h}{2}$

Пусть снова взято разбиение отрезка  $[a;b]$  на части  $[x_{i-1};x_i]$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Приблизённо заменим площадь под графиком  $y = f(x)$ , лежащую над промежутком разбиения  $[x_{i-1};x_i]$ , на площадь трапеции, параллельными основаниями которой служат отрезки, задающие значения функции в концах промежутка, то есть  $f(x_{i-1})$  и  $f(x_i)$  (см. рис.4).

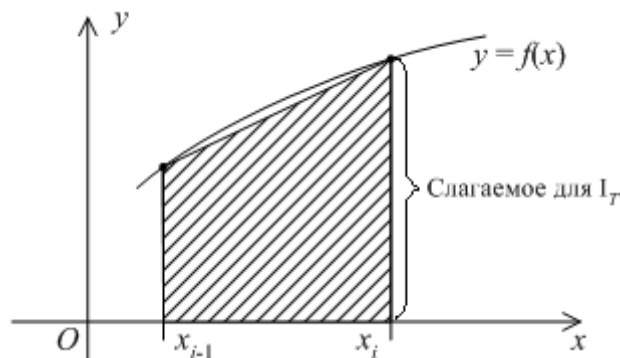


Рис.4

Тогда площадь такой трапеции равна

$$S_i = \frac{1}{2} (f(x_{i-1}) + f(x_i))(x_i - x_{i-1}).$$

Суммируя все площади  $S_i$ , получаем квадратурную *формулу трапеций*:

$$I \approx I_T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (f(x_{i-1}) + f(x_i))(x_i - x_{i-1}).$$

Если все отрезки разбиения выбираются одинаковой длины  $h = \frac{b-a}{n}$ , то формула трапеций приобретает вид

$$I \approx I_T = \frac{h}{2} \sum_{i=1}^n (f(x_{i-1}) + f(x_i)).$$

Все значения функции  $f(x_i)$ , кроме  $f(x_0) = f(a)$  и  $f(x_n) = f(b)$ , встречаются в этой формуле по два раза. Поэтому, объединяя равные слагаемые, мы можем записать формулу трапеций в виде

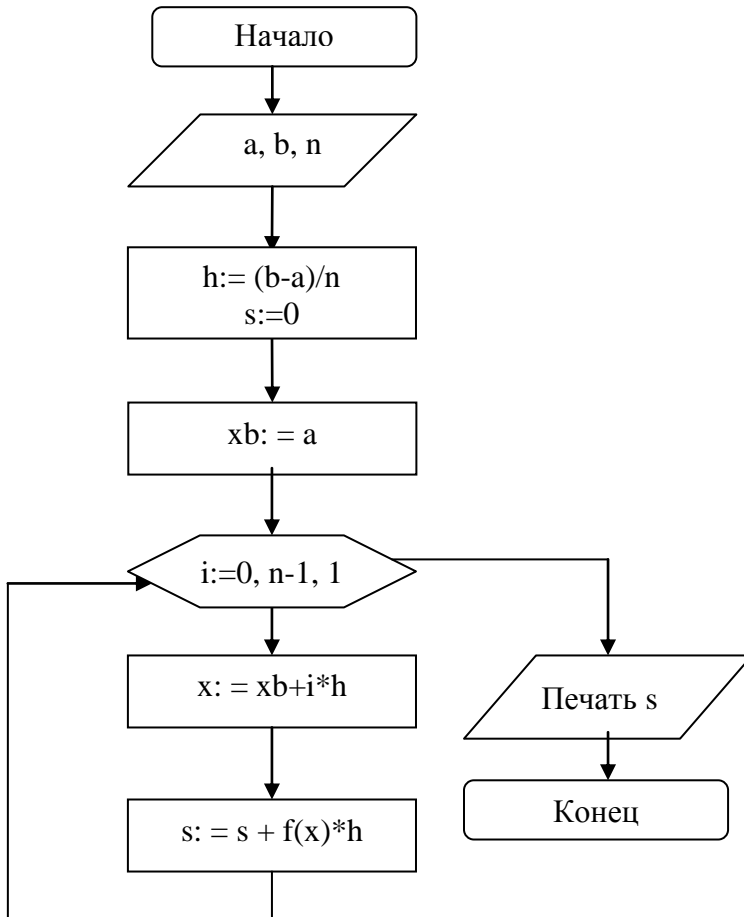
$$I \approx I_T = \frac{h}{2} \left( f(a) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(b) \right) = \frac{h}{2} (f(a) + f(b)) + h \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i),$$

где  $x_i = a + ih$ ,  $i = 1, \dots, n-1$ .

## Примеры выполнения заданий

**Пример 1.** Найти значение определенного интеграла  $I = \int_0^2 \frac{1}{x} \sin(x) dx$  методом левых прямоугольников.

*Решение:* Схема алгоритма



Текст программы на Pascal

```

program integral_1;
var i,n: integer;
    a,b,h,x,xb,s: real;
function f(x:real):real;
begin
f:= (1/x)*sin(x);
end;
begin
write('Введите нижний предел
интегрирования'); readln(a);
write('Введите верхний предел
интегрирования'); readln(b);
write('Введите количество
отрезков'); readln(n);
h:=(b-a)/n; s:=0; xb:=a;
for i:=0 to n-1 do
begin
x:= xb+i*h; s:= s+f(x)*h;
end;
writeln('Интеграл равен',
s:7:2);
end.
  
```

**Пример 2.** Найти значение определенного интеграла  $I = \int_0^2 \frac{1}{x} \sin(x) dx$  методом трапеций.

*Решение:* Текст программы на Pascal

```

program integral_2;
var i,n: integer; a,b,h,x,s: real;
function f(x:real):real;
begin
f:= (1/x)*sin(x);
end;
begin
write('Введите нижний предел интегрирования'); readln(a);
write('Введите верхний предел интегрирования'); readln(b);
  
```



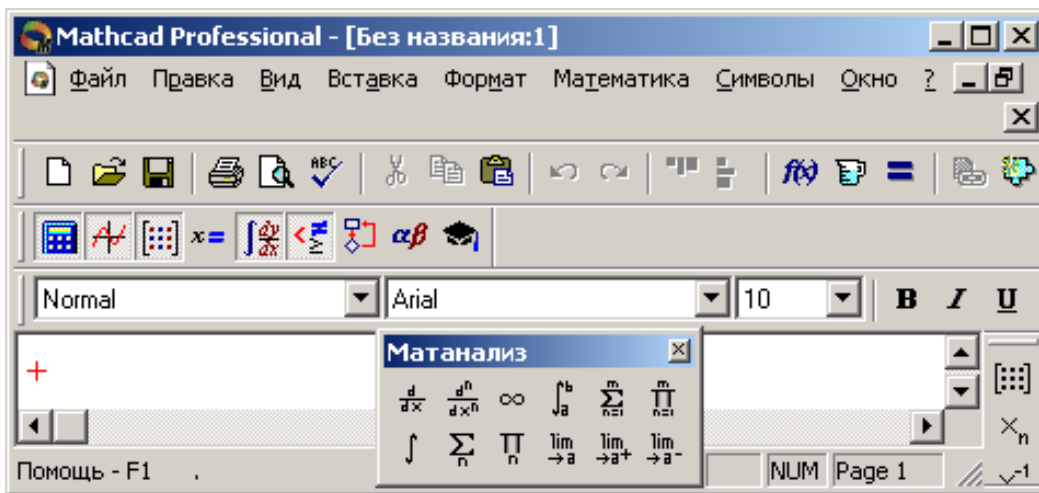
```

write('Введите количество отрезков'); readln(n);
h:=(b-a)/n; s:=0; x:=a;
for i:=1 to n-1 do begin
  x:= x+h; s:= s+f(x); end;
s:=h*((f(a)+f(b))/2 + s);
writeln('Интеграл равен', s:7:2);
end.

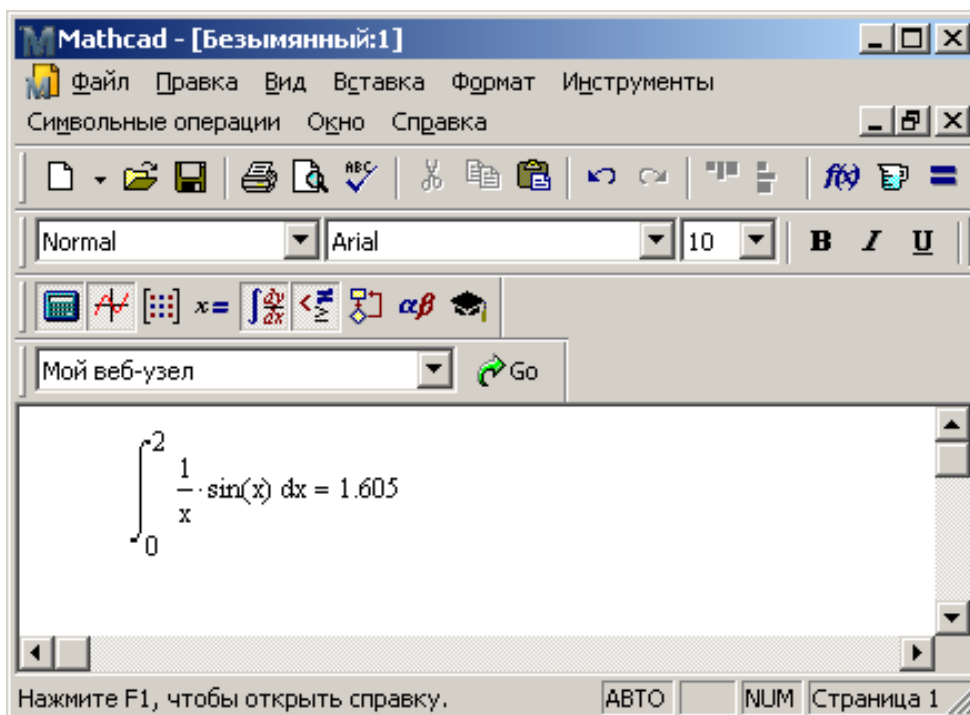
```

**Пример 3.** Найти значение определенного интеграла  $I = \int_0^2 \frac{1}{x} \sin(x) dx$  средствами математического пакета MathCAD.

*Решение:* Для вычисления определенного интеграла необходимо выбрать знак интеграла из палитры инструментов.



После этого следует задать пределы интегрирования, подынтегральную функцию и переменную интегрирования, ввести знак = и нажать Enter.



## Варианты РГР №1

**Задание:** Написать программу на языке программирования Pascal для вычисления значения определенного интеграла методами прямоугольников и трапеций. Построить график подынтегральной функции. Проверить правильность работы программы, сравнив результат вычислений со значением определенного интеграла, полученным в программе MathCAD. В вариантах заданий указана подынтегральная функция  $f(x)$ , пределы интегрирования  $a$  и  $b$ .

№ п/ п	Варианты заданий	
1	$f(x) = \sin(x) \cdot (x^2 - 5 \cdot x + 3)$	$a = 1 \quad b = 3$
2	$f(x) = \cos(x) \cdot (x^2 - 3 \cdot x + 1)$	$a = 0 \quad b = 2$
3	$f(x) = \sin(x) \cdot (x^2 + 2 \cdot x - 1)$	$a = 1 \quad b = 2$
4	$f(x) = \sin(x) \cdot (x^2 - x - 1)$	$a = 2 \quad b = 4$
5	$f(x) = \cos(x) \cdot (x^2 + 2 \cdot x - 4)$	$a = 0 \quad b = 4$
6	$f(x) = \sin(x) \cdot (x^2 + 2 \cdot x + 1)$	$a = 1 \quad b = 4$
7	$f(x) = \cos(x) \cdot (2 \cdot x^2 - x + 4)$	$a = 0 \quad b = 1$
8	$f(x) = \sin(x) \cdot (x^2 - 0.5 \cdot x + 1)$	$a = 0 \quad b = \pi/2$
9	$f(x) = \cos(x) \cdot (x^2 + 1.5 \cdot x - 2)$	$a = 0 \quad b = \pi/3$
10	$f(x) = \sin(x) \cdot (x^2 + x + 1)$	$a = 0 \quad b = 2 \cdot \pi/3$

### Список рекомендуемой литературы

1. Волков, Е. А. Численные методы : учеб. пособие / Е. А. Волков. - Изд. 3-е, испр. - Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2004. - 248 с. Количество – 100.
2. Основы программирования в среде Free Pascal [Электронный ресурс] : метод. указания для студентов и курсантов техн. специальностей / Федер. агентство по рыболовству, Мурман. гос. техн. ун-т, Каф. автоматике и вычисл. техники ; сост. Н. И. Долюк, О. В. Нефедова. - Электрон. текстовые дан. (1 файл : 440 Кб). - Мурманск : Изд-во МГТУ, 2015. [http://elib.mstu.edu.ru/2015/M\\_15\\_37.pdf](http://elib.mstu.edu.ru/2015/M_15_37.pdf).
3. Мурманский государственный технический университет. Информатика [Электронный ресурс] : опор. конспект лекций для студентов 1 курса техн. специальностей. Ч. 1 / Федер. агентство по рыболовству, Мурман. гос. техн. ун-т, Каф. автоматике и вычисл. техники ; сост. Н. И. Долюк, О. В. Майорова. - Электрон. текстовые дан. (1 файл : 665 Кб). - Мурманск : Изд-во МГТУ, 2012. - Доступ из локальной сети Мурман. гос. техн. ун-та. [http://elib.mstu.edu.ru/2012/U\\_12\\_11.pdf](http://elib.mstu.edu.ru/2012/U_12_11.pdf).

4. Информатика. ч. 2 [Электронный ресурс] : опор. конспект лекций для студентов 1 курса техн. специальностей / Федер. агентство по рыболовству, Мурман. гос. техн. ун-т, Каф. автоматики и вычисл. техники ; сост. Н. И. Долюк, О. В. Нефедова. - Электрон. текстовые дан. (1 файл : 614 Кб). - Мурманск : Изд-во МГТУ, 2011. - Доступ из локальной сети Мурман. гос. техн. ун-та.

Приложение 1  
Образец оформления титульного листа

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МУРМАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра автоматики и  
вычислительной техники

Оценка \_\_\_\_\_  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Преподаватель:

Расчетно-графическая работа №\_  
по дисциплине «Информатика»

---

тема РГР

Вариант \_\_\_\_

Выполнил: студент группы

\_\_\_\_\_  
ФИО \_\_\_\_\_  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Мурманск  
20\_\_